



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} - 3z + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11
2 верт. $aq^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-1)^3}}$ $aq^3 = x+4$ $aq^4 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$

↳ хотя один из них равен 0 \Rightarrow все равны 0 $\Rightarrow x = -4$, но

$$\Rightarrow \sqrt{(-7) \cdot (-54)} = 0 \Rightarrow ?!!$$

\Rightarrow все все не 0 ~~тогда~~ ~~тогда~~

$$\Rightarrow aq^3 > 0 \quad (\sqrt{\cdot} > 0) \quad \text{действ.} \Rightarrow aq^3 > 0$$

\Rightarrow все не нули и можно сложить формулы.

$$\Rightarrow \frac{aq^4}{aq^3} = q^1 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{15x+6}}$$

$$\frac{aq^4}{aq^3} = q^1 = \frac{\sqrt{15x+6}\sqrt{x-3}}{(x+4)} \rightarrow q^4 = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2}$$

$$q^8 = \frac{aq^4}{aq^3} = \frac{\sqrt{(x-3)}\sqrt{15x+6}\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{15x+6}} = (x-3)^2$$

$$\Rightarrow x-3 = \pm q^4$$

$$\Rightarrow x = 3 \pm q^4$$

$$\rightarrow q^4 = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = \pm (x-3) \Rightarrow$$

$$\frac{15x+6}{(x+4)^2} = \pm 1$$

$$\textcircled{1} \quad 15x+6 = (x+4)^2 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 - 15x - 6 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \quad x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = 5 \vee 2$$

$$\textcircled{2} \quad 15x+6 = -(x+4)^2 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 + 15x + 6 = 0 \quad x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \cdot 22}}{2} = \frac{-23 \pm 21}{2} = -\frac{44}{2} \vee -\frac{2}{2} = -22 \vee -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

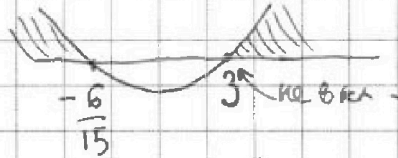
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow x=2 \vee x=5 \vee x=-22 \vee x=-1$$

Но посмотрим на огу.

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} > 0$$



$$x+4 > 0$$

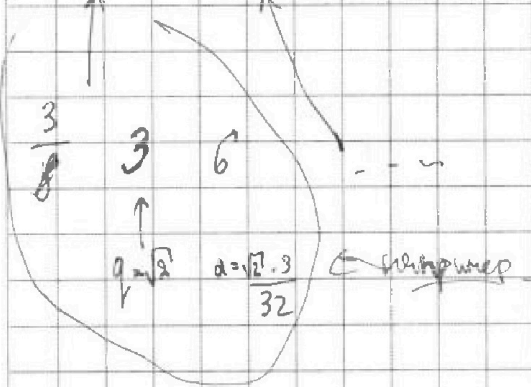
$$x > -4$$

$$(5x+6)(x-3) > 0$$

→ тоже самое. → возможны: -1 и 5

-1 и 5 — оуб
возможны.

→ Ответ: $[-1; 5]$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos(3x) + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\Rightarrow \text{х } f(x) = \cos(3x) - 3 \cos 2x + 6 \cos x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 + 6 \cos x.$$

$$= 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3$$

$$\text{I } \cos x = t \Rightarrow f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3, \text{ где } t \in [-1, 1].$$

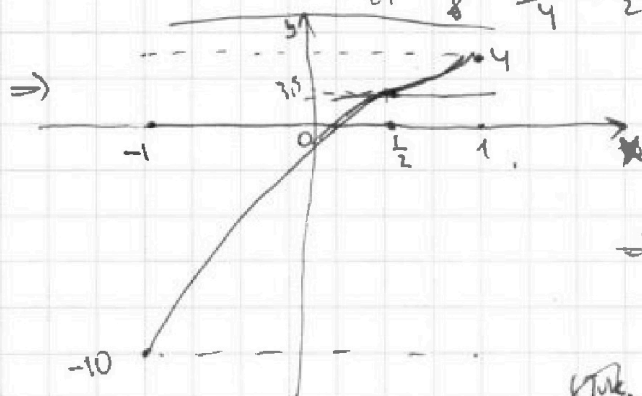
\Rightarrow на отрезке $[-1, 1]$ хотим найти, как ведет себя эта

функция. I на отрезке $[1, 1]$ есть локал мин или макс. в то.

$$\Rightarrow 12t_0^2 - 12t_0 + 3 = 0 \Rightarrow 4t_0^2 - 4t_0 + 1 = 0 \Rightarrow t_0 = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \in [-1, 1]. \quad f(-1) = -4 + 6 - 3 + 3 = -10 \quad f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4.$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{8} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} + 3 = 0,5 - 1,5 + 1,5 + 3 = 3,5$$



насколько
можно больше
выражает

\Rightarrow если $p \in [-10; 4]$,
то есть решение

(так можно найти решение $f(t_0) = p$
 \Rightarrow т.к.

(так можно найти решение t_0 : $f(t_0) = p$ и т.д. $t_0 \in [-1, 1]$.

\Rightarrow можно взять \arccos и найти x . (функция монотонна \Rightarrow инв.)

$$\Rightarrow f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$$

далее берем \arccos + $2\pi k$ и $\pi - t$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

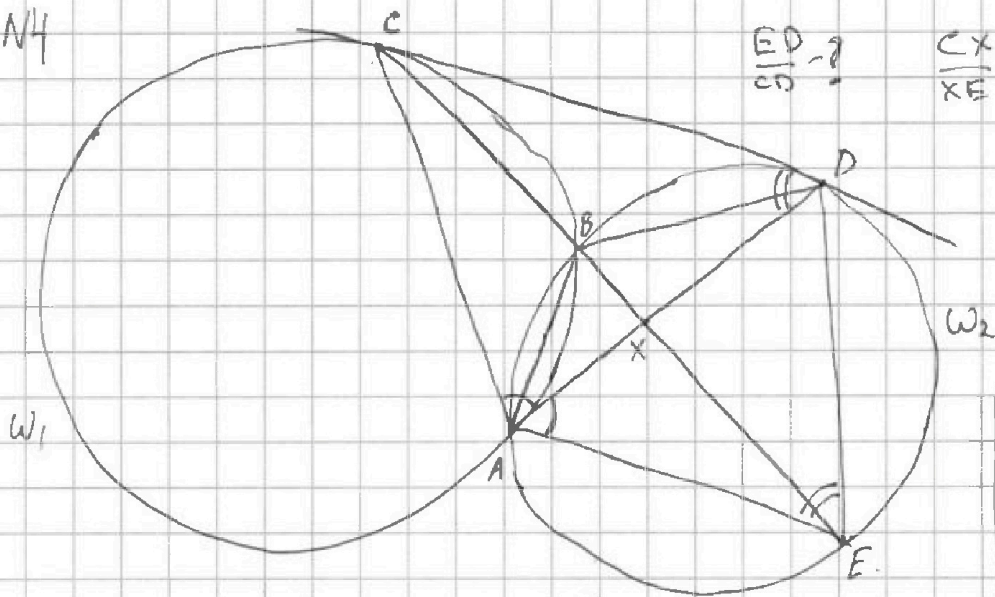


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



$$\frac{ED}{CD} = ? \quad \frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$$

Многo раз пользуюсь этим фактом!

 Если при касании и секущей

$\angle ECA \cap AD = X$ проведем BD .

Утв. 1. $\angle CAE = \angle EAX$. Доказ: (Вписан) (т.о. вписанн \angle) $\angle XAE = \angle EBD = \angle BCD + \angle BDC$

$$\angle CAB + \angle BAD = \angle CAD = \angle CAE$$

Потому, что CD - кас к W_1
 $\angle CAB \parallel \angle BAD$ т.к. CD касат. к W_2 .

$$\angle CDA = \angle AED \text{ (т.к. } CD \text{ - кас к } W_2 \text{)}$$

$\Rightarrow \angle CAD = \angle DAE$ и $\angle CDA = \angle AED \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADE$. т.к. основное с-во подобия

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = AE \cdot AC \quad \text{также} \quad \frac{AE}{AC} = \frac{EX}{CE} = \frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AE}{\sqrt{AE \cdot AC}} = \frac{\sqrt{AE}}{\sqrt{AC}} = \sqrt{\frac{AE}{AC}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

Ответ: $\frac{5}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Сколько кубов симм относительно центра?

центр это точка на сетке 9x4, четные стороны.

→ если мы выберем 4 клетки на горизонтальной стороне,

то дальше однозначно восстановим количество симм центра.

Сколько случаев выбрать 4 клетки из горизонтальной стороны?

$C_4^{100-150}$ - кол-во симм относ центра

кол-во симм относительно горизонтальной стороны

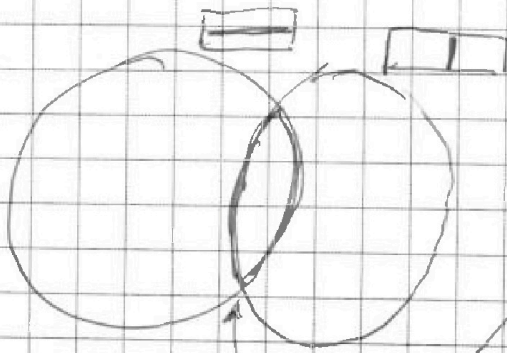
тоже $C_4^{100-150}$ т.к. если выбрать 4 сверху то остальное

однозначно и на нижней стороне однозначно

восстановиваются и верхняя сторона.

относительно вертикальной стороны.

Но эти множества пересекаются



сколько их? сверху
ведет все
однозначно
→ их $C_2^{150 \times 50}$

А сколько тех, кто
симм относ центра, но
или их не четн, не
диагональ?

это все симм от центра и тех кто
или симм относительно одной стороны

2) $C_4^{150-100} - C_2^{150-50}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Найти все $a, b, c \in \mathbb{Z}$. т.к. $a > b$ $(a-b) \neq 3$ $(a-c)(b-c) = p^2$
 $a+b^2 = 820$.

Учтём: $p=3$. Док-во: $\exists p \neq 3 \rightarrow p \equiv 3 \pmod{3} \vee p \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 1 \pmod{3}$

$\Rightarrow (a-c)(b-c) \equiv 1 \pmod{3}$.

Перейдем к \mathbb{Z}_3 $\rightarrow a \neq b$ $(a-c)(b-c) = 1$ $a+b^2 = 1$.

Какие значения могут быть у a и b

a	b
0	0
0	1
0	2
1	0
1	1
1	2
2	0
2	1
2	2

Не подходит т.к. $a+b^2 = 1$.

не подходит т.к. $a \neq b$.

\Rightarrow остались только случаи

①	②	③
01	02	10

$\nexists (a-c)(b-c)$ в ① и ③

случае: $(a-c)(b-c) =$

в ② случае $(a-c)(b-c) = -c(2-c) =$
 $= c^2 - 2c$

$= -c(1-c) =$

$= c^2 - c$, но тогда

но тогда при $c = 0, 1, 2$
 $c^2 - 2c = 0, -1, 0$

при $c = 0, 1, 2$

$c^2 - c = 0, 0, 2$

А должны быть $\neq 1 \Rightarrow ?!$

а должны быть $\neq 1$

$\Rightarrow p=3$. \mathbb{B}

$\Rightarrow (a-c)(b-c) = 9$

\Rightarrow т.к. $a, b, c \in \mathbb{Z}$, то $a-c$ и $b-c \in \mathbb{Z}$.

\Rightarrow

$(a-c)$	$(b-c)$
1	9
3	3
9	1

либо

$(a-c)$	$(b-c)$
-1	-9
-3	-3
-9	-1

(разложим 9 на 2 множителя)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение.

✗ все эти случаи.

✗ Но заметим, что $(a-c) - (b-c) = a-b \neq 3$ и > 0 .

→ мы остались только : $a-c=9 \quad b-c=1$
и $a-c=-1 \quad b-c=-9$

1) $a-c=9 \quad b-c=1$ и $a+b^2=820$.

⇒ $a-b=8 \rightarrow a+(a-8)^2=820$

$a^2 - 15a + 64 - 820 = a^2 - 15a - 756 = 0$

⇒ $a_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 756}}{2} = \frac{15 \pm 3 \cdot 19}{2} = \frac{57 \pm 15}{2} = 36 \vee -21$

⇒ 1.1) $a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=27$

1.2) ~~$a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=27$~~ $a=-21 \Rightarrow b=-29$
⇒ $c=-30$.

2) $a-c=-1 \quad b-c=-9$ и $a+b^2=820$

$a-b=8 \quad a+(a-8)^2=820$ Аналог $a_{1,2}=36 \vee -21$

2.1) $a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=37$
2.2) $a=-21 \Rightarrow b=-29 \Rightarrow c=-20$

Ответ: $\{(36; 28; 27); (-21; -29; -30); (36, 28, 37); (-21; -29; -20)\}$

~~Также есть еще~~



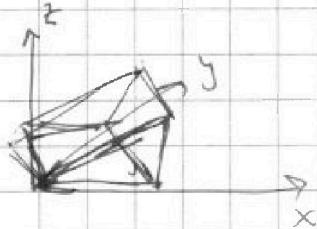
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) пирамида лежит на плоскости xy с вершиной $P(0,0)$.



2) первая вершина верха Q и плоскости пирамиды

имеет коорды (x_0, y_0, z_0)

3) все остальные вершины отбрасываем как точки векторы $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$

4) высота это z_0 .

$$|\vec{r}_i| = l = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$$

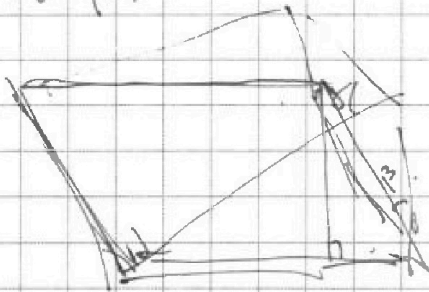
5) боковые ребра 5, 4.

$$5 = l \cdot 2 \cdot \sin \alpha$$

$$5 = l \cdot 2 \cdot \sin \beta$$

$$4 = l \cdot 2 \cdot \sin \gamma$$

6) $l \cdot \sin \alpha = 2.5$



$$V_{\text{пирамиды}} = S_{\text{осн}} \cdot h$$

7) все боковые это параллелограммы.

$$\rightarrow \text{их } S = h \cdot \text{осн}$$

$$\rightarrow h_1 \cdot 2 = 5 \quad h_2 \cdot 2 = 4 \quad h_3 \cdot 2 = 4$$

$$\downarrow$$

$$h_1 = h_2 = 2.5$$

$$\downarrow$$

$$h_3 = 2$$

8) Но по теореме о 3-ех перпендикулярах

$$H^2 = h_1^2 + k_1^2$$

$$\Rightarrow H^2 + k_1^2 = h_1^2$$

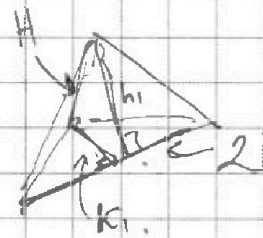
$$H^2 + k_2^2 = h_2^2$$

$$H^2 + k_3^2 = h_3^2$$

$$\frac{k_1 \cdot 2}{2} = S_{\text{осн}} \leftarrow \text{площадь } k_1$$

$$\downarrow$$

$$k_1 = S_{\text{осн}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 2 \cdot 92}}{6}$$

$$\frac{32 + \sqrt{1024 - 1104}}{6}$$

↑ добро
↑ плохо

А это обманная,
но идее верная.
надеюсь на решение
дан

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

из

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лорпа QR-кода неолуцстима!



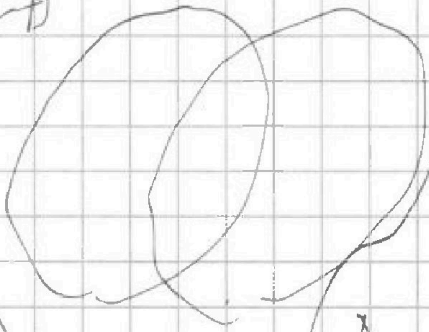
$$a^2 - 15a - 756 = 0$$

$$15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 756}$$

$$15 - 57 = -42$$

$$-42 \pm 21$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}$$



$$\cos(x + \pi) = \cos(\pi - x) = -\cos x$$

$$\cos(2\pi) = 2\cos^2 \pi - 1$$

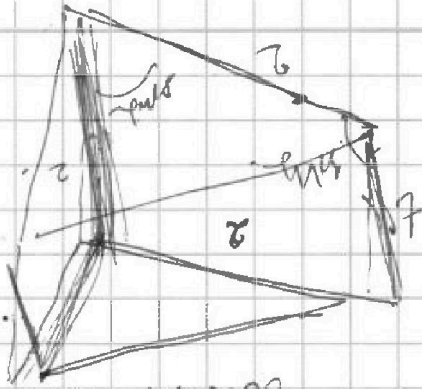
$$2\pi - \pi = \pi$$

еще одна сторона

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x-3z} +$$

$$\cos(3x) + 6\cos x = 3\cos 2x + p$$

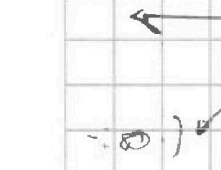
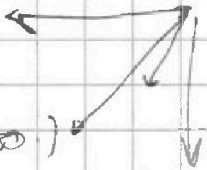
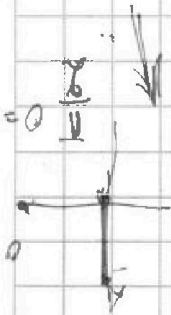
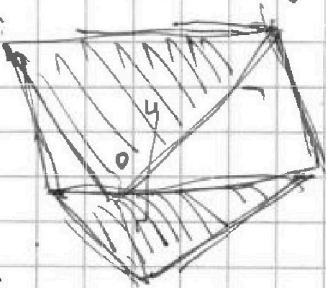
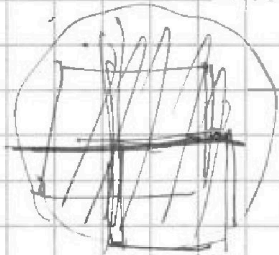
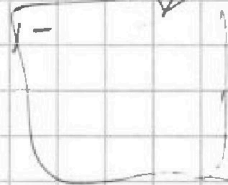
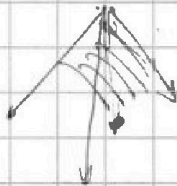
$$\cos(3x) - 3\cos(2x) + 6\cos x = p$$



$$2 - 2\sin \alpha = 7 = 5$$

$$2\cos^2 x - \cos x - 2 + 2\cos^2 x + \cos^2 x - 3\cos^2 x$$

$$2(1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - \cos x - 2$$



На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

из

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лорца QR-кода недоступна!



Максимум a, b, c, \dots в.л. $a > b$
 N6
 Каждую гиперплоскость a, b .

$$\int b=1 \Rightarrow a=819 \rightarrow a-b=818$$

$$\int b=2 \Rightarrow a=816 \Rightarrow a-b=814$$

$$\int b=3 \Rightarrow a=811 \rightarrow a-b=808$$

$$\int b=4 \Rightarrow a=804 \Rightarrow a-b=800$$

$$\int b=5 \Rightarrow a=795 \Rightarrow a-b=790$$

$$\int b=6 \Rightarrow a=784 \Rightarrow a-b=778$$

$$\int b=7 \Rightarrow a=771 \Rightarrow a-b=764$$

$$\int b=8 \Rightarrow a=758$$

$$\int b=9 \Rightarrow a=745$$

$$\int b=10 \Rightarrow a=732$$

$$\int b=11 \Rightarrow a=719$$

$$\int b=12 \Rightarrow a=706$$

$$\int b=13 \Rightarrow a=693$$

$$\int b=14 \Rightarrow a=680$$

$$\int b=15 \Rightarrow a=667$$

$$\int b=16 \Rightarrow a=654$$

$$\int b=17 \Rightarrow a=641$$

$$\int b=18 \Rightarrow a=628$$

$$\int b=19 \Rightarrow a=615$$

$$\int b=20 \Rightarrow a=602$$

$$\int b=21 \Rightarrow a=589$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

$$\frac{44}{42} = \frac{21}{21} \times \frac{21}{21}$$

441-

8/5

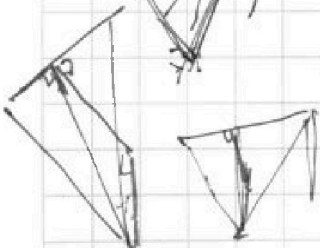
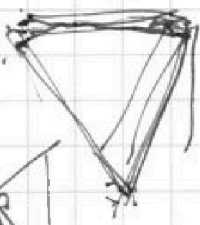
$$\frac{8}{5} - \frac{1}{2} = \frac{16}{10} - \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{361}{18}$$

$$\frac{1}{18} \times \frac{1}{18} = \frac{1}{324}$$

$$780+30$$

$$\frac{27 \times 3}{27} = 3$$



$$a+b^2=810$$

$$(a-d)(b-c) = p^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ Когда нам нужно подсчитать:

$$2 \cdot C_{100 \cdot 150}^4 - C_{150 \cdot 50}^2 + C_{100 \cdot 150}^4 - C_{150 \cdot 50}^2 =$$

$$= 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

симметрия относительно центра,
но не симметрия относительно
одной из ср. линий.

Если симметрия относительно центра и ось относительно
ср. линий, то симметрия и относительно второй)

(~~и~~)

$$\text{Ответ: } 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$a > b \quad a + c^2 = 820$$

$$a > b$$

$$15 \times 5$$

$$1 \quad 819$$

$$820 = 17^2$$

$$a - b \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a + b^2 = 820$$

$$a \quad 012$$

$$b \quad 012$$

$$b^2 \quad 011$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 17 \\ \hline 105 \\ 150 \\ \hline 255 \end{array}$$

$$12$$

$$1+1=1$$

$$819 + 1$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$1 = a^2 + b^2$$

$$15 + 2 = 22 \times 2$$

$$ab - cb - ac - c^2 = p^2$$

$$ab - a(b+c) + c^2 = p^2$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 100 \end{pmatrix} = 9$$

$$1-1$$

$$7-5$$

$$1-2$$

$$a-c=1$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 20 & 400 \\ \hline 20 & 400 \\ \hline \end{array}$$

$$012$$

$$abc$$

$$011$$

$$010$$

$$011$$

$$012$$

$$02$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$ab + c^2 = (a+b)c$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ 011 \\ (820 - b^2) - c \end{array} (b-c) = 9$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$0$$

$$ab + c^2$$

$$a + b^2 = 820$$

$$\times \times \times$$

$$10$$

$$(a-c)(b-c) = 9$$

$$c^2 - 2c$$

$$\times 2$$

$$|a > b > c$$

$$20$$

$$c^2 - c$$

$$|c > a > c$$

$$820 - b^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 3k^2 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$$

$$k_i = S_{\Delta_i} \Rightarrow \sum k_i = S\left(\frac{\Delta^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow k_i = \sqrt{h_i^2 - H^2}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^3 k_i = \sum \sqrt{h_i^2 - H^2}$$

$$S\left(\frac{\Delta^2}{2}\right) = \frac{2 \cdot 2 \cdot 8 \sin 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = 2\sqrt{\frac{25}{4} - H^2} + \sqrt{4 - H^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 = 4\left(\frac{25}{4} - H^2\right) + 4 - H^2 + 4\sqrt{\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2)} = \frac{3 - 25 + 5H^2}{4} = \frac{5H^2 - 22}{4}$$

$$\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2) = \frac{25H^4 + 26^2 - 260H^2}{16}$$

$$16\left(25 - 4H^2 - \frac{25}{4}H^2 + H^4\right) = 25H^4 + 26^2 - 260H^2$$

$$9H^4 - 96H^2 + 276 = 0 \quad 400 - 64H^2 - 100H^2 + 16H^4 = 25H^4 + 26^2 - 260H^2$$

$$9H^4 - 96H^2 + 276 = 0$$

$$H^2 = t$$

$$\Rightarrow 9t^2 - 96t + 276 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 12 \cdot 92}}{6}$$

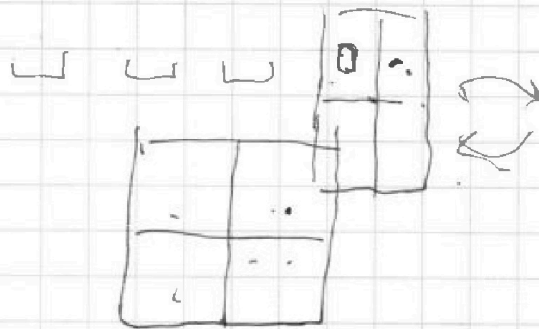
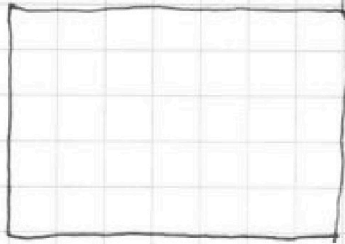
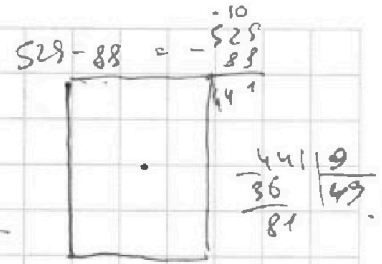
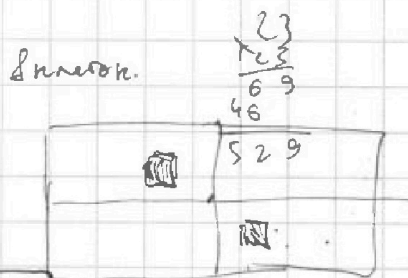
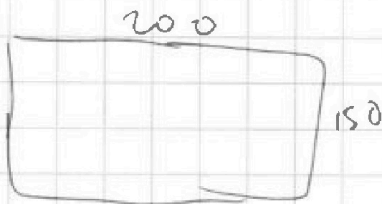


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



все x при которых.

]. резон.

$$x \geq -4 \quad (x-3)(\sqrt{15x+16}) > 0$$

а q_1, q_2, q_3, q_4

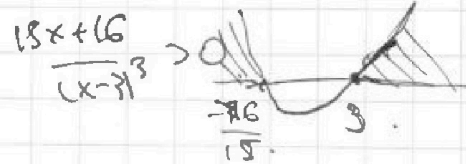
1 = 1 = 1 = $x+4$

$$q_3 = \sqrt{\frac{15x+16}{(x-3)^2}}$$

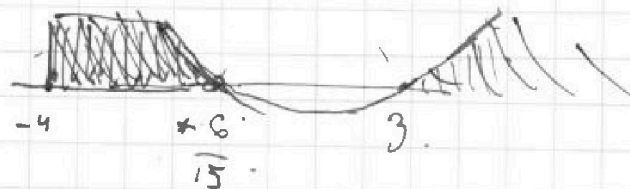
$$q_4 = x+4$$

$$q_2 = \sqrt{(15x+16)(x-3)}$$

$$q_6 = \frac{(x+4)(x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+16}}$$



$$q_2 = \frac{\sqrt{(15x+16)(x-3)}}{(x+4)}$$



$$q_8 = (x-3)^2$$

$$q_4 = \pm (x-3)$$

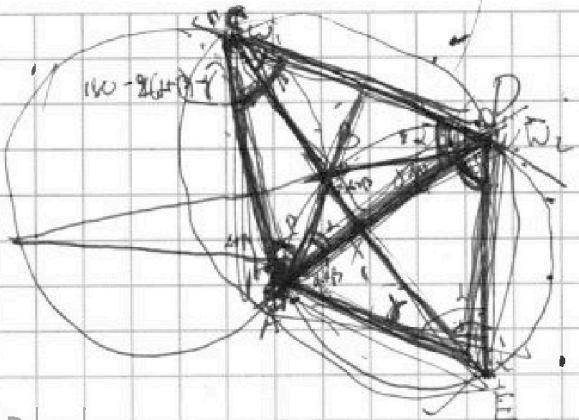


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{ED}{BD} = \frac{CD}{CE}$$

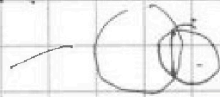
$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CE}$$

CD

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD}$$

AD

$$\frac{AD}{AE} = AC \cdot \sin(\alpha + \beta)$$



$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{ED}{\sqrt{CB \cdot CE}}$$

$$\frac{DE}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R$$

AC

$$\frac{AC}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{CD}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{BP}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{BD}{CE}$$

$$\frac{CD \cdot \sin(\alpha)}{ED \cdot \sin(\alpha)} = \frac{CX}{XE}$$

AE

$$\frac{AE}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta - \gamma)} = \frac{ED}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{CX}{XE}$$

$$\frac{ED}{CD} =$$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) \cdot AE \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta - \gamma) \cdot AC \cdot \sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{AE}{AC} \cdot \frac{AD}{AE}$$

$$\sin(\alpha + \beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta)$$