



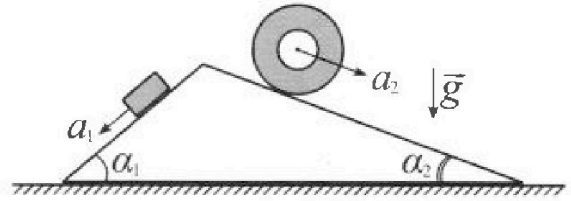
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

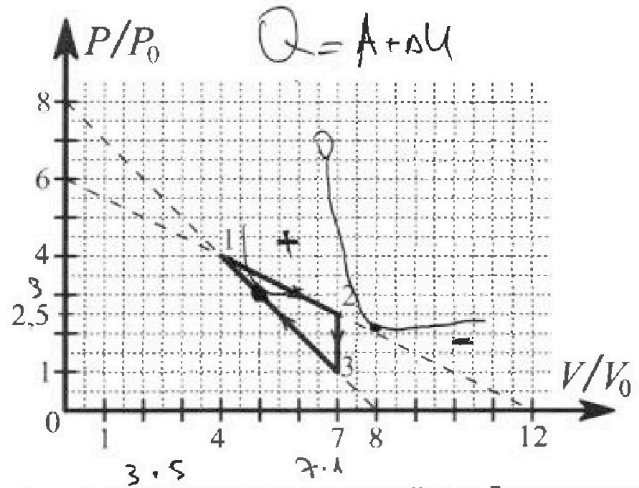
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

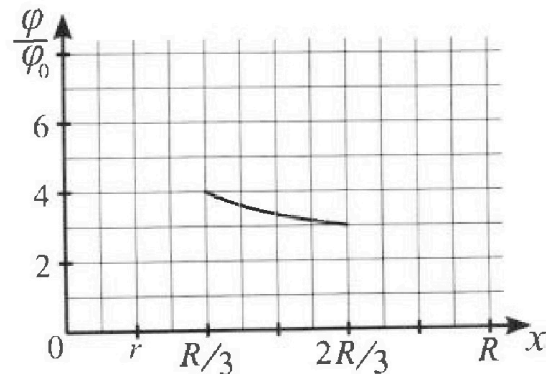
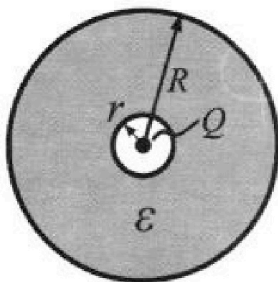


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





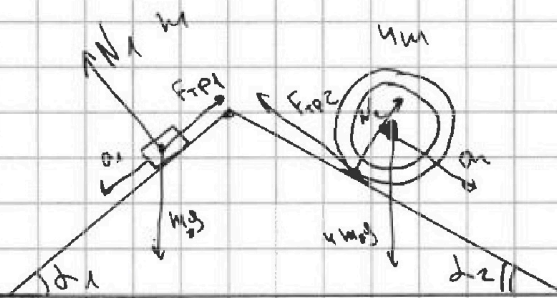
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1



$$a_1 = \frac{5g}{13}$$

$$a_2 = \frac{5g}{24}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{3}{5} \quad \cos \alpha_1 = \frac{4}{5}$$

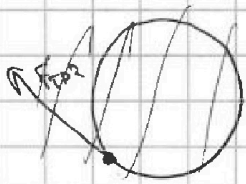
$$\sin \alpha_2 = \frac{5}{13} \quad \cos \alpha_2 = \frac{12}{13}$$

$$F_{TP} = \mu N$$

$$m a_1 = m g \cdot \sin \alpha_1 - F_{TP1}$$

$$m a_1 = m g \cdot \sin \alpha_1 - \mu m g \cos \alpha_1$$

$$\begin{aligned}
 F_{TP1} &= m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m \left(g \cdot \frac{3}{5} - g \frac{5}{13} \right) = m g \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \\
 &= m g \left(\frac{39}{65} - \frac{25}{65} \right) = m g \left(\frac{14}{65} \right) = \frac{14}{65} m g
 \end{aligned}$$



$$I = m R^2$$

$$M = I B$$

$$F_{TP2} R = 4m R^2 a_2$$

$$F_{TP2} = 4m a_2 = 4m \cdot \frac{5g}{24} = \frac{5}{6} m g$$

$$8 \mu m g \cos \alpha_2 = \mu m g \sin \alpha_2$$

$$8 \mu m g \cos \alpha_2 = \mu m g \sin \alpha_2$$



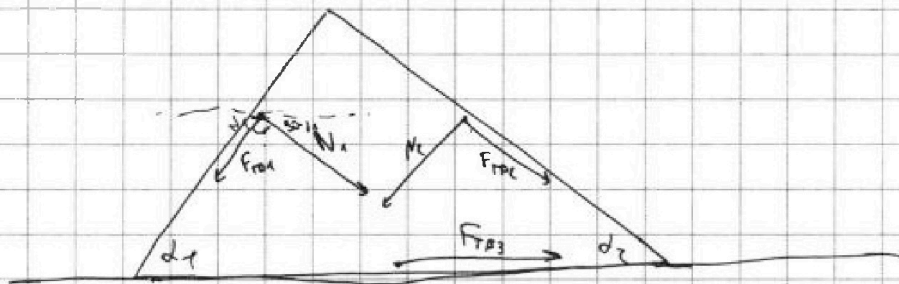


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$-F_{TP1} \cdot \cos \alpha_1 + N_1 \cdot \sin \alpha_1 + N_2 \cdot \sin \alpha_2 + F_{TP2} \cdot \cos \alpha_2 + F_{TP3} = 0$$

$$= \frac{14}{65} mg \cdot \frac{4}{5} + mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} - 4mg \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} + \frac{5}{6} mg \cdot \frac{12}{13} + F_{TP3} = 0$$

$$\left(-\frac{56}{13 \cdot 5^2} + \frac{12}{5^2} - \frac{4 \cdot 60}{13^2} + \frac{60}{6 \cdot 13} \right) mg + F_{TP3} = 0$$

$$\left(-\frac{56}{13 \cdot 5^2} + \frac{156}{13 \cdot 5^2} - \frac{4 \cdot 60 \cdot 6}{13^2 \cdot 6} + \frac{60 \cdot 13}{13^2 \cdot 6} \right) mg + F_{TP3} = 0$$

$$\left(\frac{100}{13 \cdot 5^2} + \frac{60(13-24)}{13^2 \cdot 6} \right) mg + F_{TP3} = 0$$

$$\left(\frac{4}{13} + \frac{-10 \cdot 11}{13^2} \right) mg + F_{TP3} = 0$$

$$\left(\frac{52}{13^2} - \frac{110}{13^2} \right) mg + F_{TP3} = 0$$

$$\frac{58}{169} mg = F_{TP3}$$

Ответ: 1) $\frac{14}{65} mg$ 2) $\frac{5}{6} mg$ 3) $\frac{58}{169} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~A₁₂~~
~~ΔU₁₂~~
~~16~~

$$Q_{+} = Q_{12} + Q_{13+}$$

$$Q_{12} = ~~U_{12} + A_{12}~~ = \frac{3}{2} (7 \cdot 2,5 P_0 V_0 - 4 \cdot 4 P_0 V_0) + A_{12} =$$

$$= \frac{3}{2} (17,5 - 16) P_0 V_0 + \frac{4 + 2,5}{2} \cdot 3 P_0 V_0 =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} P_0 V_0 + \frac{6,5}{2} \cdot 3 P_0 V_0 = (2,25 + 9,75) P_0 V_0 = 12 P_0 V_0$$

$\frac{3 \cdot 2,5}{3}$

$$Q_{13+} = ~~U_{13+} + A_{13+}~~ = \frac{3}{2} (16 P_0 V_0 - 15 P_0 V_0) - \frac{4 + 3}{2} \cdot 1 P_0 V_0 =$$

$$= \frac{3}{2} P_0 V_0 - \frac{7}{2} P_0 V_0$$

$$Q_{13+} = \frac{3}{2} (15 P_0 V_0 - 7 \cdot 1 P_0 V_0) - \frac{1 + 3}{2} \cdot 2 P_0 V_0 =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 8 P_0 V_0 - 4 P_0 V_0 = (3 \cdot 4 - 4) P_0 V_0 = 8 P_0 V_0$$

$$\eta = \frac{2,25 P_0 V_0}{(12 + 8) P_0 V_0} = \frac{2,25}{20} = \frac{11,25}{100} = 0,1125$$

Ответы: 1) 7

2) $\frac{18}{16}$

3) 0,1125

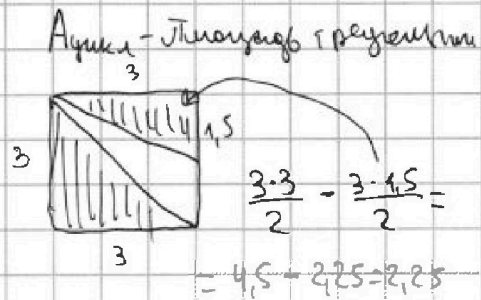
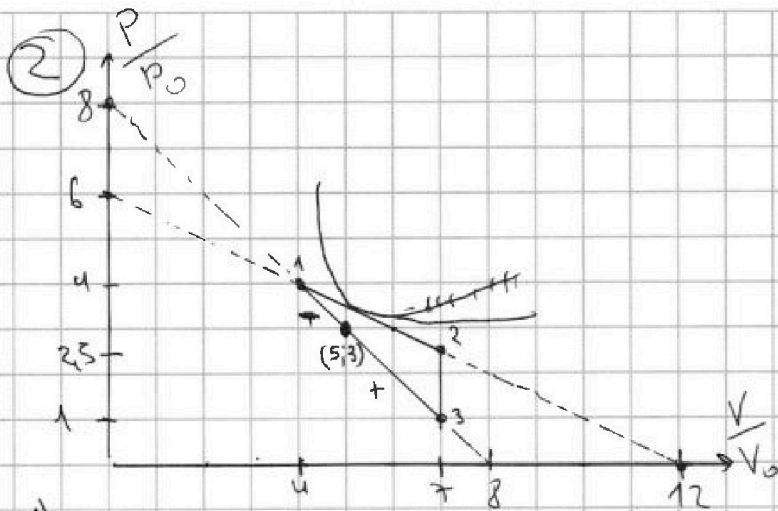


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \frac{Q_{231}}{A_{\text{адиабата}}} = \frac{\frac{3}{2} R \Delta T_{23}}{A_{\text{адиабата}}} = \frac{\frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_3 V_3)}{A_{\text{адиабата}}} = \frac{\frac{3}{2} (2.5 P_0 7 V_0 - P_0 7 V_0)}{2.25 P_0 V_0} = \frac{\frac{3}{2} (17.5 P_0 V_0 - 7 P_0 V_0)}{\frac{9}{4} P_0 V_0} = \frac{10.5 P_0 V_0}{\frac{3}{2} P_0 V_0} = \frac{7 P_0 V_0}{P_0 V_0}$$

ответ на первый вопрос

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2.5 \\ \hline 7 \\ \hline 17.5 \\ \hline 10.5 \\ \hline 1.5 \\ \hline 1.5 \\ \hline 0 \end{array}$$

2)

$$\begin{aligned} J R \delta t &= P \delta V + V \delta P \\ C \delta t &= P \delta V + \frac{3}{2} J R \delta t \\ C \delta t &= \frac{5}{2} P \delta V + \frac{3}{2} V \delta P \end{aligned}$$

найдем где пересекается касательная прямой 1,2

$$P V = \text{const}$$

$$P \delta V + V \delta P = 0$$

прямая 1-2: $\frac{P}{P_0} = -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 6$ (по графику)

$$P = -\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V + 6 P_0$$

$$dP = -\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} dV$$

$$P \delta V = V \cdot \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} \delta V \Rightarrow \frac{P}{P_0} = \frac{1}{2} \frac{V}{V_0} \Rightarrow -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 6 = \frac{1}{2} \frac{V}{V_0} \Rightarrow \frac{V}{V_0} = 6 \Rightarrow V = 6 V_0$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при T_{max} $V = 6V_0$
 $P = 3P_0$ (из графика)

$$1 - \frac{Q}{Q_+}$$

$$JR T_{max} = 18P_0V_0$$

$$JR T_1 = 16P_0V_0$$

$$\frac{T_{max}}{T_1} = \frac{18}{16} \text{ - второй вопрос}$$

3) $\eta = \frac{A}{Q_+}$ работу знаем, осталось найти Q_+

найдем же уравнения состояния

$$1 \rightarrow 2: \frac{P}{P_0} = -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 6$$

$$1 \rightarrow 3: \frac{P}{P_0} = -\frac{V}{V_0} + 8$$

уравнения: $D = \frac{5}{2} P dV + \frac{3}{2} V dP$ $pV = const$

для $1 \rightarrow 3: \frac{dP}{P_0} = -\frac{dV}{V_0}$

для $1 \rightarrow 2:$

$$\frac{dP}{P_0} = -\frac{1}{2} \frac{dV}{V_0}$$

$$\frac{5}{2} P dV = \frac{3}{2} V \cdot \frac{dP}{P_0} \frac{P_0}{V_0}$$

$$P = \frac{3}{5} V \frac{P_0}{V_0}$$

$$\frac{5}{2} P dV = \frac{3}{2} V \cdot \frac{1}{2} \frac{dV}{V_0} \frac{P_0}{V_0}$$

$$\frac{\frac{3}{5} V \frac{P_0}{V_0}}{P_0} = -\frac{V}{V_0} + 8$$

$$\frac{5}{2} P = \frac{3}{4} V \frac{P_0}{V_0}$$

$$\frac{8}{5} \frac{V}{V_0} = 8$$

$$P = \frac{3}{10} V \frac{P_0}{V_0}$$

$$\frac{V}{V_0} = 5 \Rightarrow V = 5V_0$$

$$\frac{\frac{3}{10} V \frac{P_0}{V_0}}{P_0} = -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 6$$

Тема не решалась 90 баллов
~~5V₀~~; 3P₀ 80 баллов 3

$$\left(\frac{3}{10} - \frac{1}{2}\right) \frac{V}{V_0} = 6$$

$$\frac{8}{10} \frac{V}{V_0} = 6 \Rightarrow V = \frac{60}{8} V_0 = \frac{30}{4} V_0 = \frac{15}{2} V_0 = 7,5 V_0$$

во всем процессе, тема не решалась



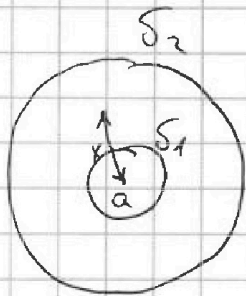
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)



$$\varphi(x) = \varphi_{S_2} + \varphi(x)_{S_1} + \varphi(x)_Q =$$

$$= \cancel{\frac{k S_2 \cdot 4\pi R_0^2}{R_0}} = \frac{k S_1 \cdot 4\pi R_0^2}{x} + \frac{k Q}{x} =$$

$$= \frac{k}{R_0} \frac{Q(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} + \frac{k}{x} \frac{Q(1 - \varepsilon)}{\varepsilon} = \frac{k Q}{x} =$$

$$= \frac{k Q}{R_0} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right) + \frac{k Q}{x} \left(1 + \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) =$$

$$= \frac{k Q}{R_0} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \frac{k Q}{x} \frac{1}{\varepsilon}$$

$$\varphi\left(\frac{R_0}{\varepsilon}\right) = \frac{k Q}{R_0} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} + \frac{4 k Q}{R_0 \varepsilon} = \frac{k Q (\varepsilon + 3)}{\varepsilon R_0} \quad \text{— первый пункт}$$

2)

$$\varphi\left(\frac{2R_0}{3}\right) = \frac{k Q}{R_0 \varepsilon} \cdot (\varepsilon - 1) + \frac{k Q}{R_0 \varepsilon} \frac{3}{2} = \frac{k Q}{R_0 \varepsilon} \left(\varepsilon + \frac{1}{2} \right)$$

$$\varphi\left(\frac{R_0}{3}\right) = \frac{k Q}{R_0 \varepsilon} \cdot (\varepsilon - 1) + \frac{k Q}{R_0 \varepsilon} \cdot 3 = \frac{k Q}{R_0 \varepsilon} (\varepsilon + 2)$$

$$\frac{\varphi\left(\frac{2R_0}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{R_0}{3}\right)} = \frac{3}{4} = \frac{\varepsilon + \frac{1}{2}}{\varepsilon + 2} \Rightarrow 3\varepsilon + 6 = 4\varepsilon + 2$$

$$4 = \varepsilon$$

Ответы: 1) $\frac{k Q (\varepsilon + 3)}{\varepsilon + R_0}$

2) 4



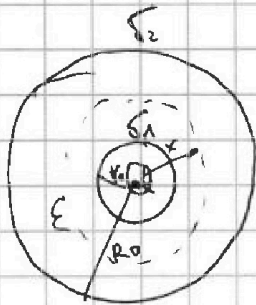
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3



~~$E(x) = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$ вне диэлектрика~~
 ~~$E(x) = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$ внутри диэлектрика~~
 ~~$\varphi(x) = \frac{kQ}{x}$ вне диэлектрика~~

напряженность: $E = \frac{kQ}{R^2}$

на внутренней и внешней поверхности
 циркулирующая заряды с тем же количеством
 мощности (обозначим σ_1, σ_2)

$$\sigma_1 \cdot 4\pi R_0^2 = -\sigma_2 \cdot 4\pi R_1^2$$

$\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma \frac{R_0^2}{R_1^2}$, σ_2 — заряды на внутренней поверхности в виде сферы внутри диэлектрика

потенциал: $\varphi = \frac{\epsilon Q}{\epsilon_0}$

$$E(x) \cdot 4\pi R^2 = \frac{\sigma_+ \cdot 4\pi R^2 + Q}{\epsilon_0}$$

$$E(x) = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$$

$$\frac{kQ}{\epsilon x^2} \cdot 4\pi x^2 = \frac{\sigma \cdot 4\pi R_0^2 + Q}{\epsilon_0}$$

$$\frac{Q}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot 4\pi R_0^2 + Q}{\epsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{Q(\frac{1}{\epsilon} - 1)}{4\pi R_0^2} = \frac{Q(\epsilon - 1)}{4\pi R_0^2 \epsilon} \quad \sigma_2 = \frac{Q(\epsilon - 1)}{4\pi R_1^2 \epsilon}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

$$L = \mu_0 \cdot \frac{1}{4} \pi R^2 \cdot l \cdot p$$

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2R}$$

$$L = \mu_0 n^2 \frac{S}{p}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I n}{2R} \cdot S$$

$$L = \frac{\mu_0 n^2 \cdot S}{p}$$

$$L_1 = L = \frac{\mu_0 n_1^2 S}{p_1} = \frac{\mu_0 n^2 S}{p_1}$$

$$L_2 = 4L = \frac{\mu_0 4n^2 S}{p_2} = \frac{\mu_0 4n^2 S}{p_2}$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\mu_0 I' n_1}{2R} S = \frac{\mu_0 I' n_2}{2R} \cdot S$$

$$\Delta = \frac{I' \mu_0 (n_1 + n_2)}{2R} S$$

$$I' = \frac{2R \Delta}{\mu_0 (n_1 + n_2) \cdot S} = \frac{2R \Delta}{\mu_0 5n \cdot S}$$

$$L = \frac{\mu_0 n^2 S}{p}$$



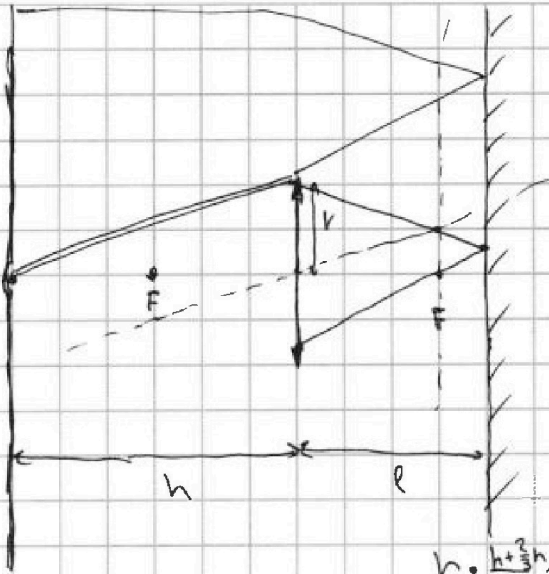
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

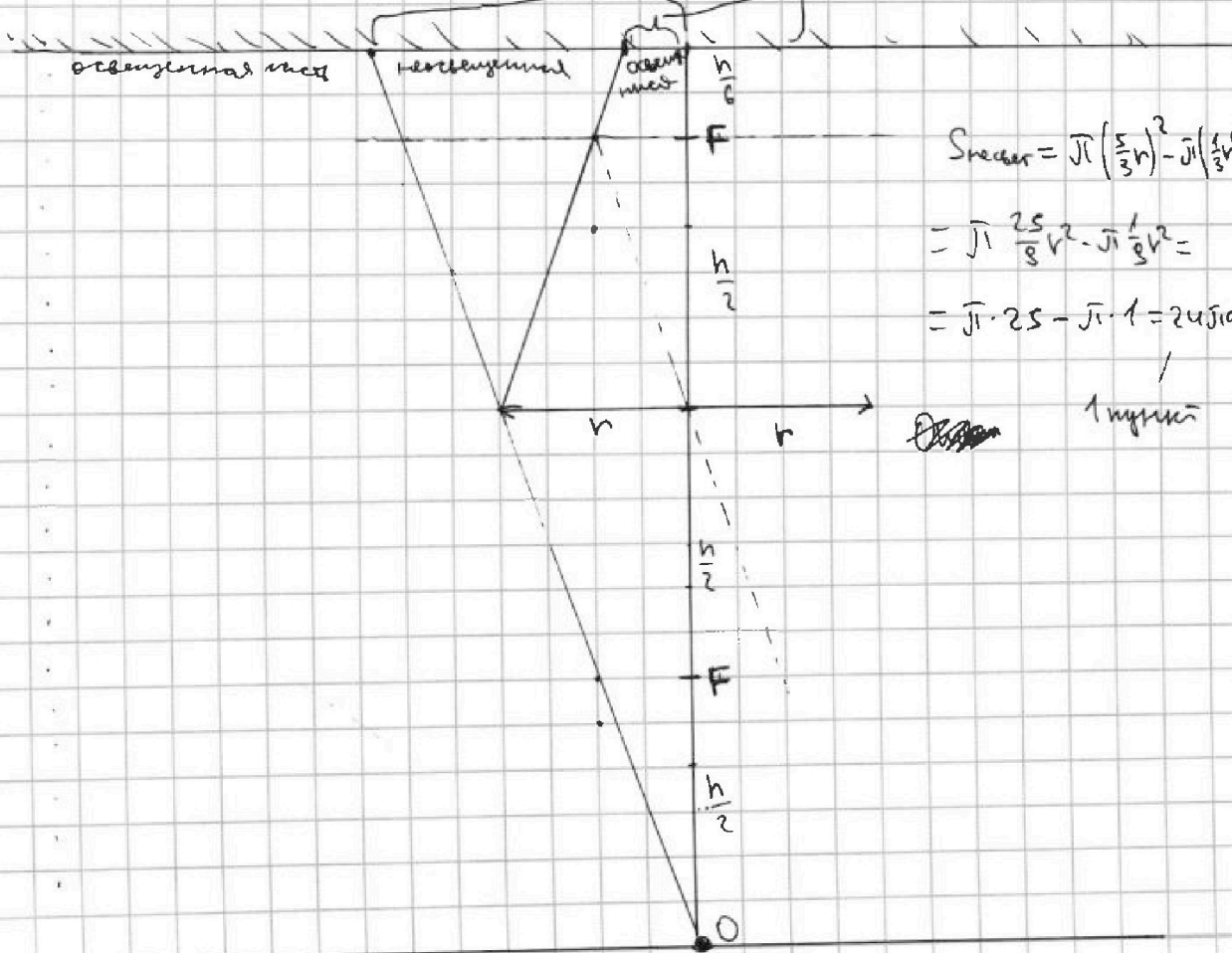
5



1) ~~Угол наклона~~ - 0
 Т.к. 0 наклона в фиксированной границе, все линии, проведенные через центр тяжести, будут сходиться к точке на расстоянии $\frac{h}{3}$ от ~~свободной~~ поверхности (O')
 (точка в фиксированной границе)

$$h \cdot \frac{h + \frac{2}{3}h}{h} = h \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{3}h$$

$$r \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}r$$



$$S_{\text{центр}} = \pi \left(\frac{5}{3}h \right)^2 - \pi \left(\frac{1}{3}h \right)^2$$

$$= \pi \frac{25}{9}h^2 - \pi \frac{1}{9}h^2 =$$

$$= \pi \cdot 25 - \pi \cdot 1 = 24\pi h^2$$

1 метр



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— 13 —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

u)

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = LI$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 13}{13}$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 13}{L}$$

~~$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot S$$~~

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{\mu_0 I' h_1}{2R} S$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\mu_0 I' h_1}{2R} \beta = \frac{\mu_0 I' h_2}{2R} \beta$$

$$L = \mu_0 I' (h_1 + h_2)$$

$$I' = \frac{L}{\mu_0 (h_1 + h_2)}$$

14.4

40

50

$$12 \cdot 13 = 114 + 12 = 156$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 13}{13^2} + \frac{40 \cdot 13}{13 \cdot 13}$$

-240

$$\frac{200}{13^2} + \frac{130}{13^2}$$

$$110 - 52758$$

$$110$$

$$4 \cdot 13 \quad 40 + 12$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

