



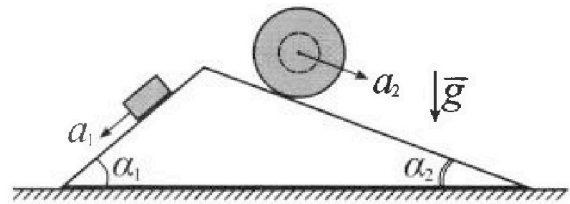
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

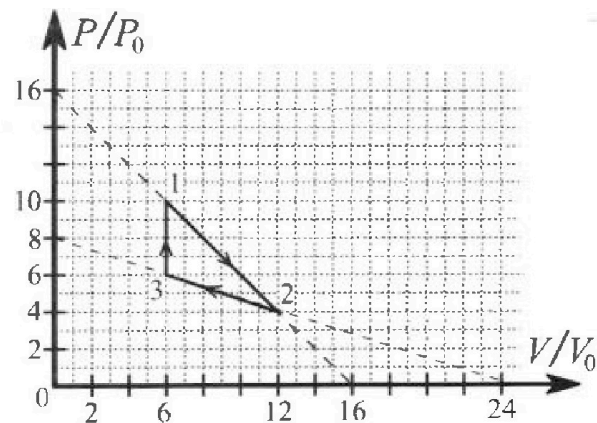
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $9m/4$  с ускорением  $a_2 = 8g/27$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 8/17$ ,  $\cos \alpha_2 = 15/17$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовыми коэффициентами в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

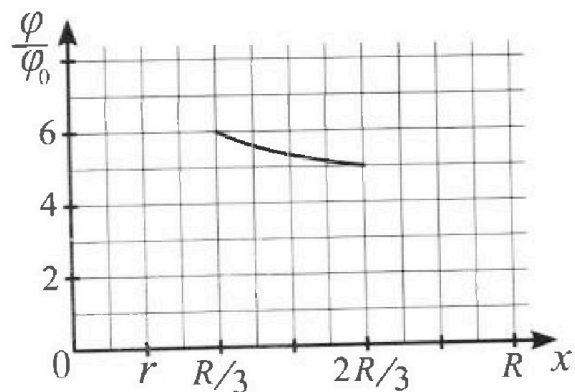
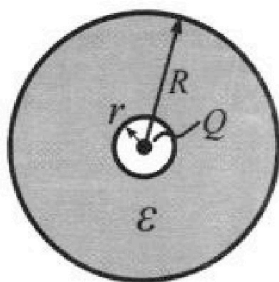


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 11R/12$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



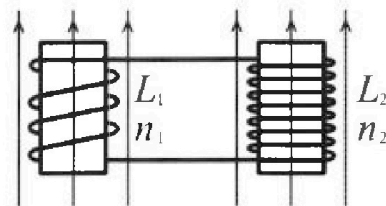
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

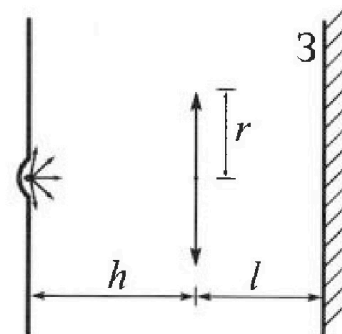


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L/4$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n/2$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $3B_0/4$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $4B_0$  до  $8B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 4$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h/2$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[см^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.

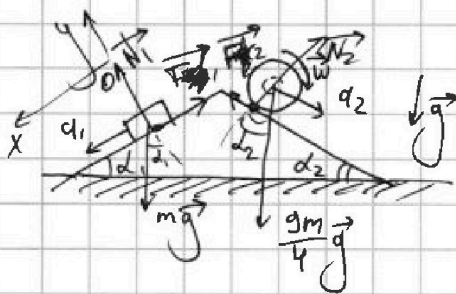


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

Рассм. Трусак:

$$O_y: N_1 - mg \cos \alpha_1 = 0$$

$$O_x: -F_1 + mg \sin \alpha_1 = ma$$

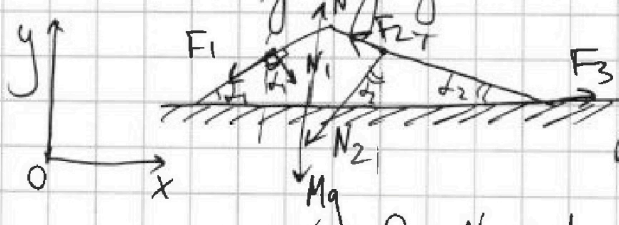
$$F_1 = \mu \cdot N_1 = \mu mg \cos \alpha_1, \quad F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma$$

$$F_1 = m \cdot g \cdot \frac{3}{5} - m \cdot \frac{5g}{17} = mg \left( \frac{3 \cdot 17}{5 \cdot 17} - \frac{5 \cdot 5}{17 \cdot 5} \right) =$$

$$= mg \frac{51 - 25}{85} = mg \cdot \frac{26}{85} \quad F_1 = \frac{26}{85} mg$$

2)  $F_2 = 0$ , т.к. нормальное взаимодействие отсутствует, точка контакта  
неправильна относительно кинки

3) Рассм. сил, действующих на кинку: Сменим ось, рассм.  
неправильный кинк ( $\alpha = 0$ )



$$O_y: N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 + Mg - N = 0$$

$$O_x: N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 - F_{2T} \cos \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1 + F_3 = 0$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1, \quad N_2 = m_2 g \cos \alpha_2, \quad F_{2T} = F_2 \cos \alpha_2$$

$$F_3 = m_2 g \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_1 \cos \alpha_1 - m_1 g \sin \alpha_1 \cos \alpha_1$$

$$F_3 = \frac{gm}{4} \cdot g \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} + F_2 \cdot \frac{15}{17} + mg \frac{26}{85} \cdot \frac{4}{5} - mg \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$= mg \left( \frac{45}{4} \cdot \frac{600}{7225} - \frac{3968}{7225} + \frac{4768}{7225} \right) + F_2 \cdot \frac{15}{17} = mg \frac{5050}{7225} + \frac{15}{17} F_2$$

$$= mg \cdot \frac{202}{289} + \frac{15}{17} F_{2T} \quad F_{2T} = F_2 \cos \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

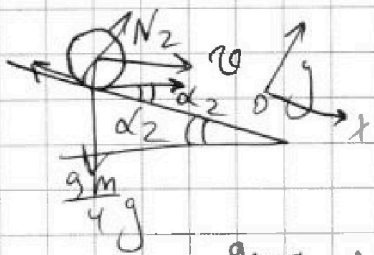
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 = \frac{202 \text{ mg}}{289} + \frac{355}{289} F_2 \cdot \frac{15}{17}$$

2)



$$O_y: \frac{gm}{4} g \cos \alpha_2 = N_2$$

$$O_x: -F_2 \cos \alpha_2 + \frac{gm}{4} g \sin \alpha_2 = \frac{gm \alpha_2}{4}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{\frac{gm \alpha_2}{4} + \frac{gm}{4} g \sin \alpha_2}{\cos \alpha_2}$$

$$F_2 = \frac{\frac{gm}{4} \cdot \frac{8g}{27} + \frac{gm}{4} g \cdot \frac{8}{17}}{\frac{15}{17}} = \frac{gm}{4} \left( \frac{8}{27} + \frac{8}{17} \right) \cdot \frac{17}{15} =$$

$$= \frac{gm}{4} \cdot \frac{8 \cdot 10}{459} \cdot \frac{17}{15} = \frac{gm}{4} \cdot \frac{8 \cdot 2}{27} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{4mg}{9}$$

$$3) F_3 = \frac{202mg}{289} + \frac{355}{289} \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{4}{9} mg = \frac{mg}{289} \left( 202 + \frac{15}{17} \cdot 355 \cdot \frac{4}{9} \right) =$$

$$= \frac{mg}{289} \left( 202 + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{17} \cdot 355 \right)$$

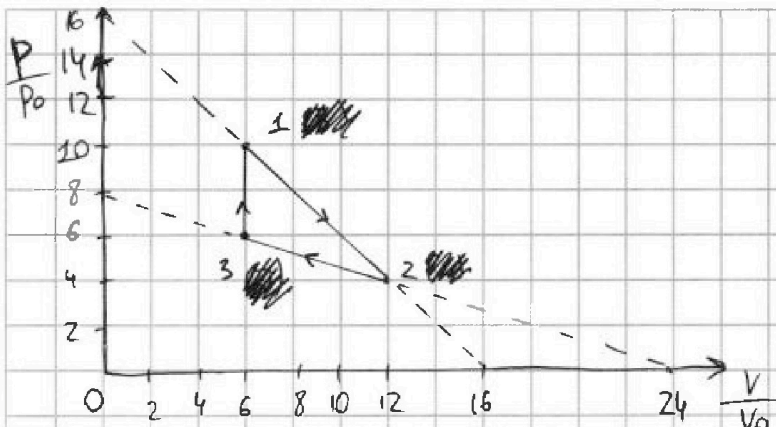


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$U = \frac{i}{2} \nu R T$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$\delta Q = dU + PdV, \text{ т.е.}$$

$$c_{\mu} \nu R dT = \frac{i}{2} \nu R dT + PdV,$$

$$\text{где } pV = \nu R T, \text{ т.е.}$$

$$\nu R dT = PdV + Vdp, \text{ т.к.}$$

$$\nu = \text{const.}, \text{ знамен } c_{\mu} = \frac{\frac{i}{2} \nu R dT + PdV}{\nu dT} (=)$$

$$\Leftrightarrow c_{\mu} = \frac{i}{2} R + \frac{PdV}{PdV + Vdp} R$$

$$1) \Delta U_{12} = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} \nu R T_2 - \frac{i}{2} \nu R T_1 = \frac{i}{2} p_2 V_2 - \frac{i}{2} p_1 V_1 =$$

$$= \frac{i}{2} p_0 V_0 \left( \frac{p_2}{p_0} \cdot \frac{V_2}{V_0} - \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{V_1}{V_0} \right) = \frac{i}{2} p_0 V_0 (4 \cdot 12 - 10 \cdot 6) =$$

$$= \frac{i}{2} p_0 V_0 \cdot (-12) = -6 i p_0 V_0$$

$$A_{\Sigma} = (V_2 - V_3) \cdot (p_1 - p_3) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} p_0 V_0 \left( \frac{V_2}{V_0} - \frac{V_3}{V_0} \right) \left( \frac{p_1}{p_0} - \frac{p_3}{p_0} \right)$$

$$= p_0 V_0 \cdot (12 - 6) \cdot (10 - 6) \cdot \frac{1}{2} = p_0 V_0 \cdot \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 p_0 V_0$$

$$k_{\text{отн}} = \frac{|\Delta U_{12}|}{A_{\Sigma}} = \frac{6 i p_0 V_0}{12 p_0 V_0} \Leftrightarrow k_{\text{отн}} = \frac{i}{2}, \text{ т.к. } \nu \text{ одинаков, то } i=3.$$

$$k_{\text{отн}} = \frac{3}{2}, \text{ где } k_{\text{отн}} = \frac{|\Delta U_{12}|}{A_{\Sigma}}$$

$$2) \text{ л: } y = tx + b \quad p/p_0 = t \cdot V/V_0 + b \quad \text{Для точек 1 и 2:}$$

$$\begin{cases} 10 = t \cdot 6 + b \\ 4 = t \cdot 12 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ b = 16 \end{cases}$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

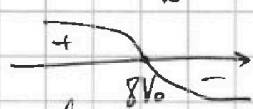
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{P}{P_0} = -\frac{V}{V_0} + 16 \quad T = \frac{PV}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V}{V_0}} = \frac{P}{\rho_0} \cdot \frac{V}{V_0} \cdot \rho_0 V_0 =$$

$$= \frac{\left(-\frac{V}{V_0} + 16\right) \cdot \frac{V}{V_0}}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V}{V_0}} \cdot \rho_0 V_0 = \frac{\rho_0 V_0}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V}{V_0}} \cdot \left(-\frac{V^2}{V_0^2} + 16 \frac{V}{V_0}\right)$$

$$T'(V) = \frac{\rho_0 V_0}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V}{V_0}} \left(-\frac{2V}{V_0^2} + \frac{16}{V_0}\right) \quad T'(V) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2V}{V_0^2} + \frac{16}{V_0} = 0 \Leftrightarrow 2V = 16V_0 \Leftrightarrow V = 8V_0 \quad 8V_0 \in [6V_0, 12V_0]$$



Т.к. функция на промежутке имеет один экстремум - максимум, то в нем достигается наибольшее значение

$$T_{\max} = \frac{\left(-\frac{8V_0}{V_0} + 16\right) \cdot \frac{8V_0}{V_0}}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V}{V_0}} \cdot \rho_0 V_0 = \frac{\rho_0 V_0}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V}{V_0}} \cdot 64$$

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V_3}{V_0}} = \frac{P_3}{\rho_0} \cdot \frac{V_3}{V_0} \cdot \frac{\rho_0 V_0}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V_3}{V_0}} = 6 \cdot 6 \cdot \frac{\rho_0 V_0}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V_3}{V_0}} = 36 \frac{\rho_0 V_0}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V_3}{V_0}}$$

$$z = \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{\frac{\rho_0 V_0}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V}{V_0}} \cdot 64}{\frac{\rho_0 V_0}{\frac{1}{\rho_0} \frac{V_3}{V_0}} \cdot 36} = \frac{16}{9}$$

$$3) \quad g_u = \frac{i}{z} R + \frac{P dV}{P dV + V dP} R \quad \text{Для функции 1-2.}$$

$$g_u = 0 \Leftrightarrow \frac{i}{z} R + \frac{\left(-\frac{V}{V_0} + 16\right) P dV}{\left(-\frac{V}{V_0} + 16\right) P dV + V \cdot d\left(-\frac{V}{V_0} + 16\right) P} R = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{i}{z} R = \frac{16V_0 - V}{16V_0 - V - V} R \Leftrightarrow \frac{i}{z} (16V_0 - 2V) = 16V_0 - V \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_0(8i - 16) = V(i - 1) \Leftrightarrow V = \frac{8i - 16}{i - 1} V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$V = \frac{8 \cdot 3 - 16}{3 - 1} V_0 = \frac{8}{2} V_0 = 4V_0, \text{ т.е. в процессе 1-2}$$

~~суммарно~~ ~~найдется~~ ~~темно~~  $\sum \mu > 0$ , на участке 1-2 ~~из~~ только найдется темно.

$b_2$ :  ~~$y = t_2 x + b_2$~~  для точек 2 и 3:

$$\begin{cases} \frac{p}{p_0} = t_2 \cdot \frac{V}{V_0} + b_2 \\ \frac{p}{p_0} = -\frac{1}{3} \frac{V}{V_0} + 8 \end{cases} \begin{cases} 6 = t_2 \cdot 6 + b_2 \\ 4 = 12t_2 + b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = -\frac{1}{3} \\ b_2 = 8 \end{cases}$$

$$\sum \mu = 0 \Leftrightarrow \frac{i}{2} R + \frac{(-\frac{1}{3} \frac{V}{V_0} + 8) p_0 \cdot dV}{R} = \frac{(\frac{1}{3} \frac{V}{V_0} + 8) p_0 dV + V \cdot -\frac{1}{3V_0} p_0 dV}{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{i}{2} R = \frac{8 - \frac{V}{3V_0}}{8 - \frac{V}{3V_0} - \frac{V}{3V_0}} R \Leftrightarrow (8 - \frac{2V}{3V_0}) \cdot \frac{i}{2} R = (8 - \frac{V}{3V_0}) R$$

$$\Leftrightarrow (24V_0 - 2V) \cdot \frac{i}{2} R = (24V_0 - V) R \Leftrightarrow 12iV_0 - iV = 24V_0 - V$$

$$\Leftrightarrow V_0(12i - 24) = (i - 1)V \Leftrightarrow V = \frac{12i - 24}{i - 1} V_0$$

$$V = \frac{12 \cdot 3 - 24}{3 - 1} V_0 = 6V_0, \text{ т.е. только одна точка, т.к. } \frac{V_3}{V_0} = 6.$$

$$\eta = \frac{A_{\Sigma}}{Q_{\text{нагр.}}} \text{, где } Q_{\text{нагр.}} = Q_{31} + Q_{12} =$$

$$= \Delta U_{31} + A_{31} + \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{i}{2} 2R(T_2 - T_3) + A_{\Sigma} + \frac{p_3 + p_2}{2} (V_2 - V_3)$$

$$= \left( \frac{i}{2} \left( \frac{p_2 V_2}{p_0} - \frac{p_3 V_3}{p_0} \right) + \frac{p_3 + p_2}{2} \left( \frac{V_2}{V_0} - \frac{V_3}{V_0} \right) \right) p_0 V_0 + A_{\Sigma} =$$

$$= \left( \frac{i}{2} (4 \cdot 12 - 6 \cdot 6) + \frac{6+4}{2} (12-6) \right) p_0 V_0 + 12 p_0 V_0 = \left( \frac{3}{2} \cdot 12 + 5 \cdot 6 \right) p_0 V_0 + 12 p_0 V_0 =$$

$$= 48 p_0 V_0 + 12 p_0 V_0 = 60 p_0 V_0 \quad \eta = \frac{12 p_0 V_0}{60 p_0 V_0} = \frac{1}{5} = 0,2$$

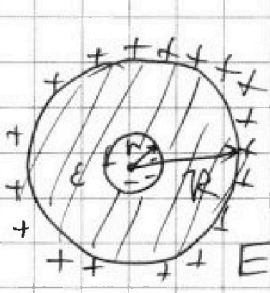


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\epsilon_0}$$

$$E_{\varphi} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}$$

В диэлектрике поле складывается в  $\epsilon$  раз:

$$E_{\Sigma} = \frac{E_g}{\epsilon} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon x^2}$$

$q_{ind}$  в диэлектрике такой, что  $E_g = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} E$

(т.е.  $E = \frac{E_g}{\epsilon}$ ) возникает ввиду перераспределения заряда

Очевидно, что заряд изменится таким образом, что около сферы соберется заряд по знаку противоположный

$Q$ , ~~или заряд~~ ввиду симметрии <sup>сумм.</sup> заряд распределен

магнитным образом:

$\Sigma q = 0$  - диэлектрик.

На малой сфере ( $r$ )

собирается  $-q_{ind}$ , на  $R$   $q_{ind}$ . Примем

$$\varphi = \frac{Q - q_{ind}}{\epsilon_0}$$

т.е.  $\frac{E}{\epsilon} \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q - q_{ind}}{\epsilon_0} \Rightarrow q_{ind} = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} Q$  Тогда

$$1) \varphi_0 = \frac{k \cdot Q}{\frac{11R}{12}} - \frac{k \cdot q_{ind}}{\frac{11R}{12}} + \frac{k \cdot q_{ind}}{R} = \frac{12kQ}{11R} - \frac{12kq_{ind}}{11R} + \frac{kq_{ind}}{R}$$

$$= \left( \frac{12}{11} \frac{Q}{R} - \frac{1}{11} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \frac{Q}{R} \right) \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \cdot \left( 12 - \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right)$$

$$\varphi_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left( 12 - \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Для точки  $\frac{R}{3}$ :

$$\begin{aligned} \left(\frac{U}{U_0}\right)_{R=\frac{R}{3}} &= \frac{k \cdot q_{\text{инг}}}{R} - \frac{3kq_{\text{инг}}}{R} + \frac{3kQ}{R} = \\ &= \frac{3k}{R} (Q - 2 \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} Q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{U}{U_0}\right)_{X=\frac{2R}{3}} &= \frac{2k \cdot q_{\text{инг}}}{2R} - \frac{3kq_{\text{инг}}}{2R} + \frac{3kQ}{2R} = \\ &= \frac{3k}{R} \left( \frac{Q}{2} - \frac{\varepsilon-1}{2\varepsilon} Q \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{U}{U_0}\right)_{X=\frac{R}{3}} &= \frac{6}{5} \Leftrightarrow \frac{6}{5} = \frac{3kQ}{R} \left( 1 - 2 \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \right) \\ \left(\frac{U}{U_0}\right)_{X=\frac{2R}{3}} &= \frac{3kQ}{R} \left( \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon-1}{2\varepsilon} \right) \quad (\Rightarrow) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{5} = \frac{2\varepsilon - 4\varepsilon + 4}{\varepsilon - \varepsilon + 1} \Leftrightarrow 4 - 2\varepsilon = \frac{6}{5} \Leftrightarrow \varepsilon = \frac{20-6}{2 \cdot 5} = 1,4$$

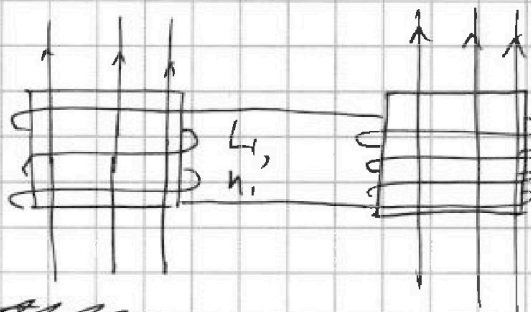


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

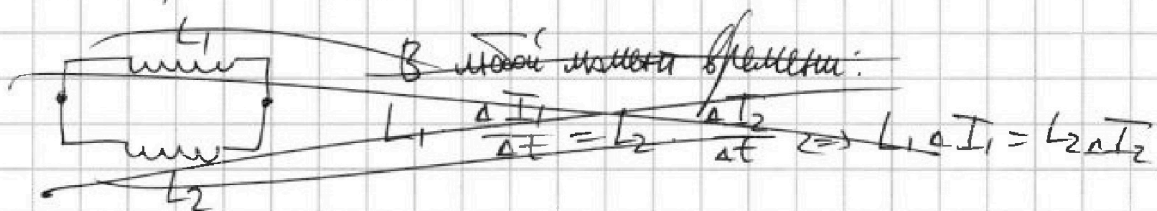
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \mathcal{E}_2 &= - \frac{d\phi}{dt} = \\ &= - \frac{dB \cdot S \cdot \mu_2 \cos \alpha}{dt} = \\ &= - \frac{dB}{dt} \cdot S \cdot \mu_2 \cdot 1 = \alpha \cdot S \cdot \mu_2 \end{aligned}$$

~~$\mathcal{E}_1 = L_1 I_1' + L_2 I_1'$ , т.е.  $\left| \frac{dI_1}{dt} \right| = \frac{\alpha S \mu_2}{L_1} \left\{ \begin{array}{l} \mu_1 = \mu \\ \mu_2 = \frac{3\mu}{2} \end{array} \right.$~~

$$\begin{aligned} 1) \quad \mathcal{E}_1 &= -L_1 I_1' - L_2 I_1' \text{, т.е. } \left| \frac{dI_1}{dt} \right| = \frac{\alpha S \mu_1}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha S \mu}{L_1 + L_2} \\ &= \frac{\alpha S \mu}{L + \frac{9L}{4}} = \frac{4\alpha S \mu}{13L} \end{aligned}$$



2) Визуальная конфигурация системы:  $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$  (направление тока)

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{\frac{B_0}{4} S \mu_1 \cos \alpha}{dt} = \frac{S \mu_1}{4} \cdot \frac{dB_0}{dt} = \frac{S \mu}{4} \cdot \frac{dB_0}{dt}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_2 &= - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{\left(8 \frac{B_0}{3} - 4B_0\right) S \mu_2 \cos \alpha}{dt} = \frac{4}{3} S \mu_2 \cdot \frac{dB_0}{dt} = \frac{4}{3} S \cdot \frac{3\mu}{2} \cdot \frac{dB_0}{dt} = \\ &= 2\mu S \cdot \frac{dB_0}{dt} \quad \mathcal{E}_0 = 2\mu S \cdot \frac{dB_0}{dt} - \frac{1}{4} \mu S \cdot \frac{dB_0}{dt} = \frac{7}{4} \mu S \cdot \frac{dB_0}{dt} \end{aligned}$$

$$\mathcal{E}_0 = -(L_1 + L_2) \cdot I' \Leftrightarrow \frac{7}{4} \mu S \cdot \frac{dB_0}{dt} = \frac{7}{4} \mu S \cdot \frac{dB_0}{dt} \cdot \frac{1}{L_1 + L_2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta I = \frac{7}{9} \frac{\mu S B_0}{\frac{13L}{4}} = \frac{7}{13} \frac{\mu S B_0}{L} \text{, т.к. } I_0 = 0, \text{ то } I_K = \frac{7\mu S B_0}{13L}$$

$$\text{Итого } I_K = \frac{7\mu S B_0}{13L} \quad \text{или: 1) } \frac{4\alpha S \mu}{13L}; \quad 2) \quad \frac{7\mu S B_0}{13L}$$

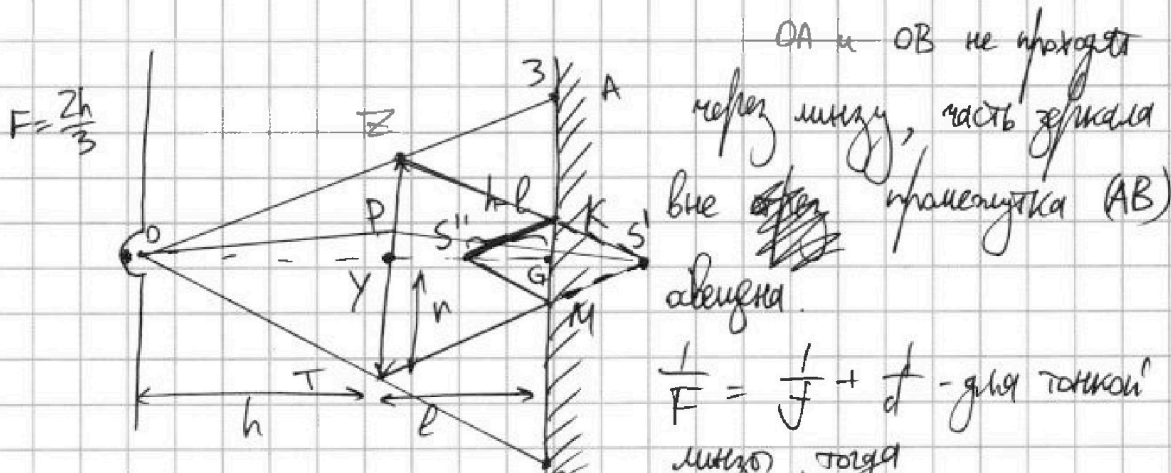


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

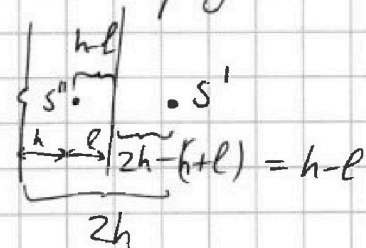


OA и OB не проходят  
через линзу, часть зеркала  
вне ~~отражения~~ прямоугольника (AB)  
освещена.

$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$  - для тонкой  
линзы, тогда

$$f = \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{d}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{\frac{2h}{3}} - \frac{1}{h}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2h} - \frac{2}{2h}\right)^{-1} = 2h.$$

Изображение будет "в зеркале", зеркало образует его  
симметрично:



ZK и TM - крайние лучи,

прошедшие через линзу, отразившись  
от зеркала они дают изображение S''. Неудобно заметить, что  
(в точках K и M)

оставшиеся лучи будут идти через KM, а значит

неосвещенная часть - это AK и MB. Из  $\triangle OZY \sim \triangle OAG$   
(Y и G - точки пересечения осей симметрии с ~~зеркалом~~ линзой и  
зеркалом соответственно, O - источник)

$$\frac{ZY}{AG} = \frac{OY}{OG} \Leftrightarrow \frac{h}{AG} = \frac{h}{h+l} \Leftrightarrow AG = \frac{h+l}{h} h.$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично  $GB = \frac{h+l}{h}r$  Из  $\triangle ZYS' \sim \triangle KGS'$ :

$$\frac{ZY}{KG} = \frac{YS'}{GS'} \text{ , т.е. } \frac{KG}{r} = \frac{l+h-l}{h-l} \Leftrightarrow KG = \frac{h-l}{h}r$$

Аналогично  $GM = \frac{h-l}{h}r$

$$AK = MB = AG - GK = \frac{h+l}{h}r - \frac{h-l}{h}r = \frac{h+l-h+l}{h}r = \frac{2l}{h}r$$

Рассм. круг на сфере: 

$$r = KG$$

$$R = GA$$

$$S_{\text{сфер.}} = \pi(R^2 - r^2) = \pi \cdot \left( \left( \frac{h+l}{h}r \right)^2 - \left( \frac{h-l}{h}r \right)^2 \right)$$

$$= \pi \cdot \frac{h+l-h+l}{h}r \cdot \frac{h+l+h-l}{h}r = \pi \cdot \frac{2l \cdot 2h}{h^2}r^2 =$$

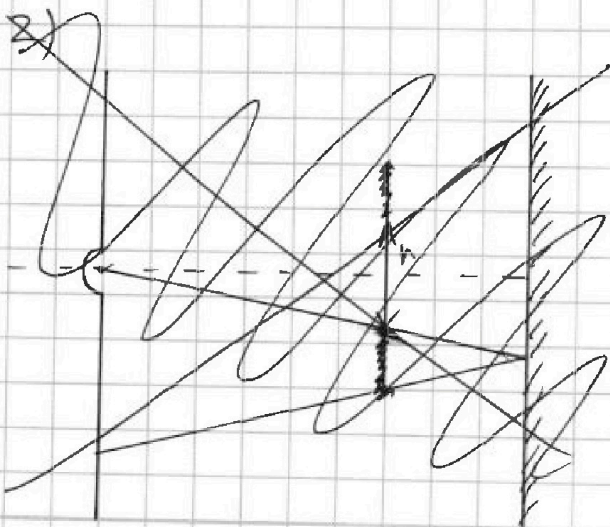
$$= \pi \cdot \frac{4l}{h}r^2$$

$$S_{\text{сфер.}} = \pi \cdot \frac{4 \cdot 4^2}{2} =$$

$$l = \frac{h}{2}$$

$$S_{\text{сфер.}} = \pi \cdot \frac{4 \cdot \frac{h}{2}}{h}r^2 = 2\pi r^2 \quad S_{\text{сфер.}} = \pi \cdot (2 \cdot 4^2) =$$

$$= 32\pi$$



2) Рассмотрим ход лучей, отражив их от стены, тогда получим:

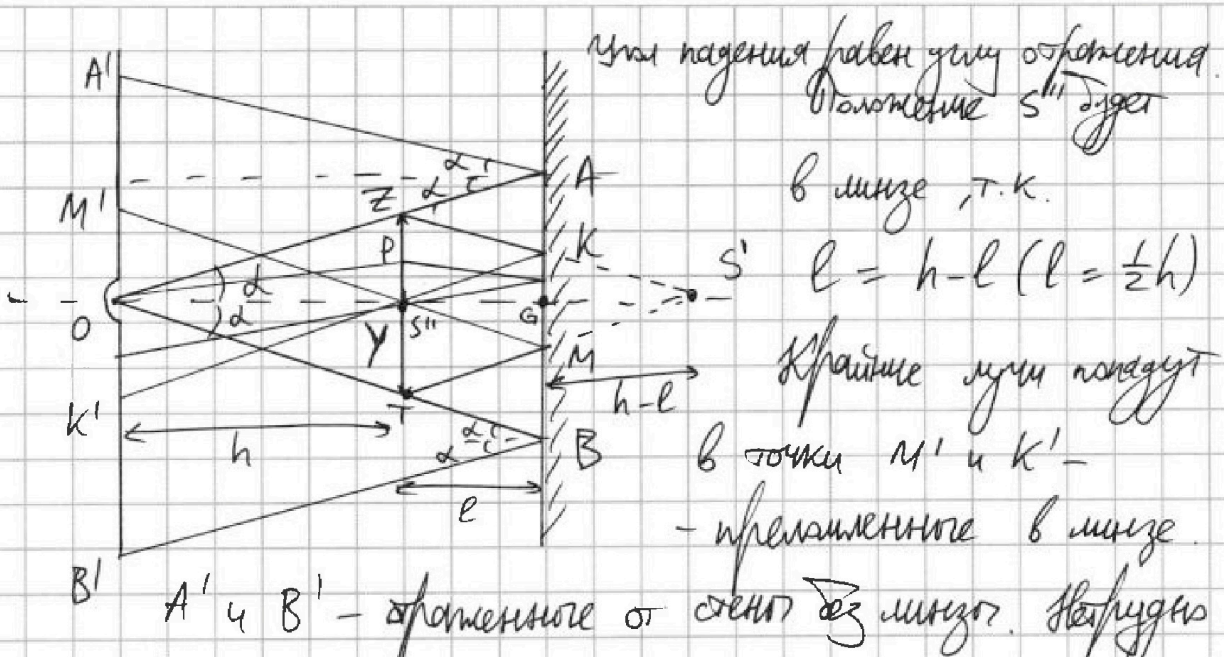


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Угол падения равен углу отражения.  
Положение  $S''$  будет  
в линзе, т.к.

в линзе, т.к.

$$l = h - l \quad (l = \frac{1}{2}h)$$

Крайние лучи попадут  
в точки  $M'$  и  $K'$  -  
препятствие в линзе.

в точки  $M'$  и  $K'$  -

- препятствие в линзе.

$A'$  и  $B'$  - отраженные от стены без линзы. Не забудь

заметь, что несвещенная часть стены -  $A'M'$  и  $K'B'$

Найдём  $AO = B'O$  (симметрия):  $\sin \alpha = \frac{AG}{AO}$ , где

$$\frac{AG}{ZY} = \frac{OG}{OY} \Leftrightarrow AG = r \cdot \frac{h+l}{h}$$

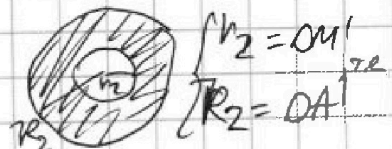
$$A'O = 2 \cdot OA \cdot \sin \alpha = 2 \cdot OA \cdot \frac{AG}{AO} = 2r \cdot \frac{h+l}{h}$$

Найдём  $OM' = OK'$ :  $\triangle OM'S'' \sim \triangle GMS''$

$$\frac{OM'}{MG} = \frac{OS''}{GS''}, \text{ где } \frac{YT}{GM} = \frac{YS'}{S'G} \Leftrightarrow GM = \frac{h-l}{h} r$$

$$OM' = \frac{h-l}{h} \cdot r \cdot \frac{h}{h-l} = r \text{ Имеем.}$$

$$S_2 = \pi(R_2^2 - r^2) = \pi \left( \left( 2r \frac{h+l}{h} \right)^2 - r^2 \right)$$



$R_2 = OM'$   
 $R_2 = OA'$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_2 = \cancel{\pi} \cdot \cancel{4} \pi \cdot \left( \frac{2h+2l}{h} n - n \right) \left( \frac{2h+2l}{h} n + n \right) =$$
$$= \pi \cdot \frac{2h+2l-h}{h} n \cdot \frac{2h+2l+h}{h} n = \pi \cdot \frac{h+2l}{h} \cdot \frac{3h+2l}{h} n^2$$

$$\cancel{\pi} \cdot \cancel{4} \pi \cdot l = \frac{h}{2} : S_2 = \pi \cdot \frac{h+h}{h} \cdot \frac{3h+h}{h} n^2 =$$

$$= \pi \cdot 2 \cdot 4 \cdot n^2 = 8\pi n^2$$

$$S_2 = \pi (8 \cdot 4^2) = \pi (8 \cdot 16) = 128\pi$$



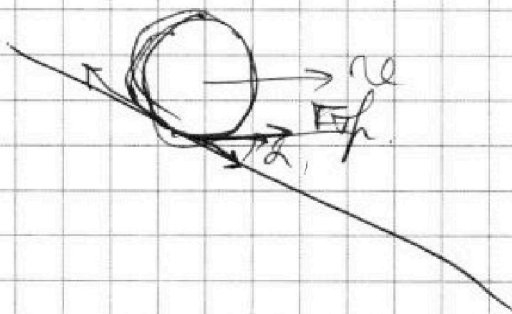
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = \frac{6}{5} \Leftrightarrow \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} = \frac{6}{5} \Leftrightarrow 5(\varepsilon - 1) = 12\varepsilon \Leftrightarrow 5\varepsilon - 5 = 12\varepsilon \Leftrightarrow -7\varepsilon = 5 \Leftrightarrow \varepsilon = -\frac{5}{7}$$



$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 27 \\ \hline 119 \\ + 39 \\ \hline 459 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ \times 30 \\ \hline 510 \\ + 510 \\ \hline 1020 \end{array}$$

$$\frac{mg}{x_1} \cdot \frac{10^2}{27 \cdot 17} \cdot \frac{17}{18} = \frac{80}{3} \cdot \frac{17}{15} = \frac{8}{9}$$

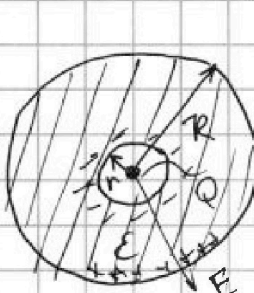


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\phi = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

Мерников

$$\phi = E \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$r_h = 2 \cdot \frac{2}{8+0.1} + 9.01 - 8.8$$

В сфере радиусом  $r$ :  $S = 4\pi r^2$ ,  $\cos \alpha = 1$ , т.е.  $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$

В гравитационном поле  $E_g = \frac{F}{m} = \frac{Q \cdot 10.6 \frac{V}{m}}{10.6 \frac{V}{m}} = 14 \cdot 4 \frac{V}{m}$

$$Q = 9 \cdot \frac{2}{4+0.1} + 9.01 - 8.8$$

~~$\phi = E \cdot X$ , найдем  $r$ :  $\phi = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$ , т.е.~~

~~$r < \frac{R}{3}$  (из сферы  $\frac{1}{3}$  выходит из сферы),  $q = F = Q \cdot g \cdot \sin \alpha = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \cdot \sin \alpha = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \cdot \frac{8.8}{17.2} = \frac{E}{4\pi r^2}$~~

~~$S = S \cdot \frac{2}{4+5} - 21.4 - 5.6$~~

~~$\phi = \frac{3Q}{4\pi \cdot \frac{11R}{12} \cdot \epsilon_0} = \frac{3Q}{4\pi R \epsilon_0} \cdot \frac{12}{11}$~~

~~$E = \frac{Q}{4\pi X^2 \epsilon_0}$~~

~~$\phi = \frac{Q}{4\pi \cdot \frac{R}{3} \cdot \epsilon_0} = \frac{3Q}{4\pi R \epsilon_0}$~~

~~$\phi = E \cdot X = \frac{Q}{4\pi X^2 \epsilon_0}$~~

~~$\phi = \frac{Q}{4\pi \cdot \frac{2R}{3} \cdot \epsilon_0} = \frac{3Q}{8\pi R \epsilon_0}$~~

~~$E = \frac{1}{\epsilon} \cdot E \cdot 4\pi X^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$~~

~~$q = \frac{Q \cdot (E-1)}{E} = S \cdot \frac{2}{5+0.1} + Q + 9.01 - 5.01$~~

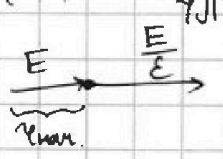
~~$E_{рез} = E - \frac{E}{\epsilon} = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} E$~~

~~$E_g = \frac{Q}{4\pi X^2 \epsilon_0}$~~

~~$\phi(x) = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} + \left( \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} + \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \right)$~~

~~$\frac{Q}{\epsilon} = Q + q(x)$~~

~~$q = \frac{1-\epsilon}{\epsilon} Q$~~



9.9 - 5.6





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{g_m}{4} \cdot g \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - mg \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} + \sqrt{\frac{26}{85}} mg \cdot \frac{4}{5} + F_2 \cdot \frac{15}{17} =$$

$$= mg \left( \frac{3}{4} \cdot \frac{600}{1445} + \frac{3468}{1445 \cdot 5} + \frac{1768}{1445 \cdot 5} \right) + \frac{15}{17} F_2$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{\text{вер}} + \vec{a}_{\text{гор}}$$

$$F_2 = \frac{87}{17 \cdot 5} = \frac{15}{17} F_2$$

$$F = \frac{g_m}{4} \left( \frac{8g}{27} + \frac{8}{17} g \right) = \frac{8(17+27)}{27 \cdot 17} g \cdot \frac{g}{4} m =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{17} g m = \frac{20}{54} g m$$

$$\frac{3kg}{R} - \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \frac{kg}{R} = \frac{kg}{R} \cdot \frac{8\epsilon+1}{3\epsilon}$$

$$= \frac{kg}{R} \left( \frac{9\epsilon}{6\epsilon} + \frac{\epsilon-1}{6\epsilon} \right) = \frac{kg}{R}$$

$$48\epsilon+6 = 50\epsilon-5 \Rightarrow 2\epsilon=11 \quad \epsilon=5,5$$

$$300 - 45 = 355$$

$$6750 - 3468 + 7225 = 7225$$

$$6750 - 3468 = 3282$$

$$3282 + 1768 = 5050$$

$$5050 / 5 = 1010$$

$$1010 / 5 = 202$$

$$202 / 101 = 2$$

$$2 / 2 = 1$$

$$F_2 = \frac{87}{17 \cdot 5}$$

$$F = \frac{20}{54} g m$$

$$\frac{3kg}{2R} + \frac{10\epsilon-1}{6\epsilon} \frac{kg}{R} = \frac{kg}{R}$$

$$\frac{10\epsilon-1}{6\epsilon} = \frac{5}{6}$$

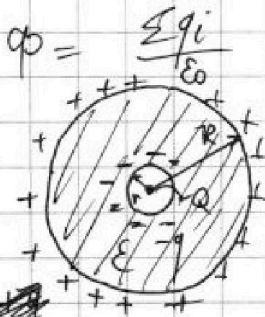
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Для сферы  $r$ :  $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$ , т.е.

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

В диэлектрике  $E_2 = \frac{E}{\epsilon} = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0 \epsilon}$  - уменьшается в  $\epsilon$  раз

В диэлектрике (шаре) перераспределяется заряд таким образом, чтобы уменьшить поле в  $\epsilon$  раз.  $E_d = E - \frac{E}{\epsilon} = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} E$ .

Заряд распределится внутри шара так, что на расстоянии  $\frac{R-r}{2} + r = \frac{R+r}{2}$  заряд 0 (по сфере), т.е.  $\phi = \frac{Q - q_{\epsilon}}{\epsilon_0}$ , т.е.

$$\frac{Q}{4\pi \left(\frac{R+r}{2}\right)^2 \epsilon_0 \epsilon} \cdot 4\pi \left(\frac{R+r}{2}\right)^2 = \frac{Q - q_{\epsilon}}{\epsilon_0} \Rightarrow q_{\epsilon} = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} Q$$

Т.е. на расстояниях от  $r$  до  $R$  диэлектрик можно заменить на заряд  $q$  той же точке, где  $q = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} Q$ ,

т.к. тогда  $E_{рез} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 x^2} + \frac{q}{4\pi \epsilon_0 x^2} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 x^2}$

1)  $\phi = E_{рез} \cdot x = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3Q}{11\pi \epsilon_0 R}$