



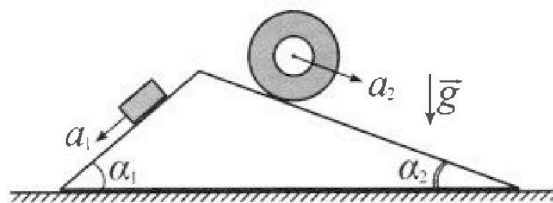
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

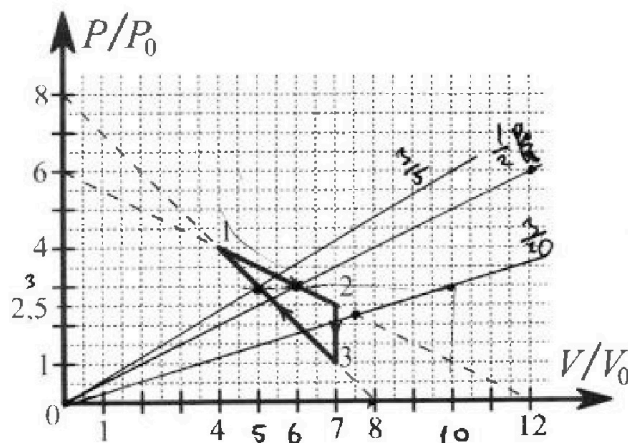


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

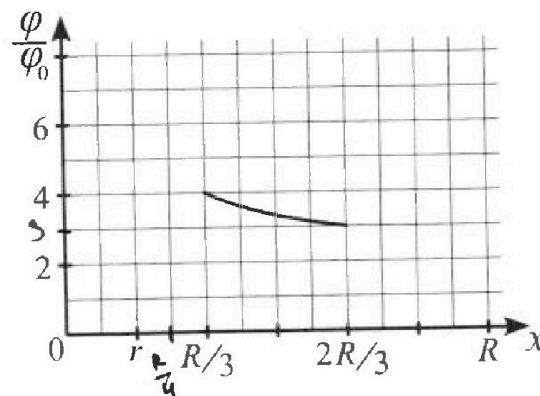
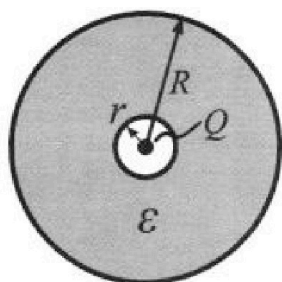
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





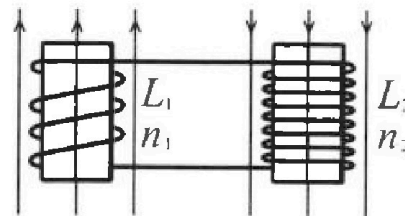
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

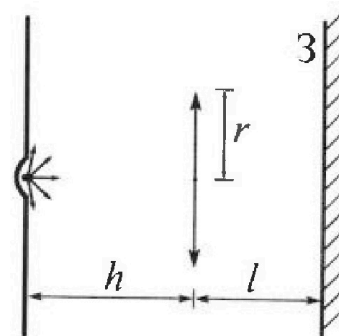


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

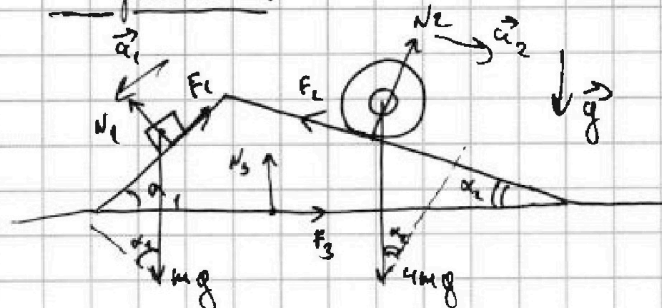


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.



1) Примем II закон Ньютона для блока и для цилиндра:

$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1 =$$

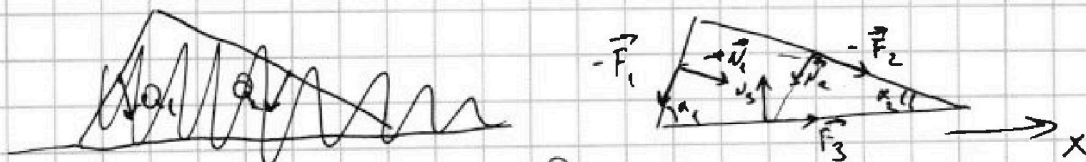
$$= mg \frac{3}{5} - mg \cdot \frac{5}{13} = \frac{39 - 25}{65} mg = \frac{14}{65} mg = F_1 \quad N_1 = mg \cos \alpha_1$$

2) Аналогично для цилиндра:

$$4ma_2 = 4mg \sin \alpha_2 - F_2 \Rightarrow F_2 = 4mg \sin \alpha_2 - 4ma_2 =$$

$$= 4mg \left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right) = 20mg \left(\frac{24 - 13}{24 \cdot 13} \right) = \frac{55}{48} mg = F_2 \quad N_2 = 4mg \cos \alpha_2$$

3) Какими действующими: $\vec{Q}_1 = -\vec{N}_1 - \vec{F}_1$; $\vec{Q}_2 = -\vec{N}_2 - \vec{F}_2$



4) Примем IIЗН на опорную точку:

$$0 = F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 + F_{3x}$$

$$0 = \frac{55}{48} mg \frac{12}{13} - 4mg \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} + mg \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} - \frac{14}{65} mg \cdot \frac{4}{5} + F_{3x}$$

$$-F_{3x} = \frac{110 - 240}{13^2} mg + \frac{4}{5} \left(\frac{3}{5} - \frac{14}{65} \right) mg = \frac{-130}{13^2} mg + \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{39 - 14}{65} \right) mg =$$

$$= -\frac{10}{13} mg + \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{65} mg = -\frac{10}{13} mg + \frac{12}{65} mg = \frac{-12 - 50}{65} mg = \frac{-38}{65} mg = -F_{3x}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{14}{65} mg$; 2) $F_2 = \frac{55}{48} mg$; 3) $F_3 = \frac{38}{65} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

1) ~~1) 1-2-3~~ ~~1-2-3~~ $\Delta U_{23} = \frac{3}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2) = \frac{3}{2} (P_3 - P_2) V_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \Delta U_{23} = \frac{3}{2} (P_0 \cdot 4V_0 - P_0 \cdot 4V_0) = 0 \Rightarrow |\Delta U_{23}| = 0$

$A = S_{\text{раб}} = \frac{1}{2} (4 - 1) P_0 \cdot 4V_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} P_0 V_0 = \frac{9}{4} P_0 V_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{|\Delta U_{23}|}{A} = \frac{0}{\frac{9}{4} P_0 V_0} = 0 = \frac{|\Delta U_{23}|}{A}$

2) T_{max} при $dU = 0 \Rightarrow \frac{5}{2} d(PV) = (P dV + V dP) = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dV} = -\frac{P}{V}$

Т.к. 1-2 - изохор $\frac{dP}{dV} = -\frac{6P_0}{12V_0} = -\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} \Rightarrow T_{\text{max}}$ при $\frac{1}{V} = \frac{P_0}{2V_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow P = \frac{P_0}{2} V \Rightarrow$ Т. пересечения $(\frac{6V_0}{3P_0}, 3P_0) \Rightarrow T_{\text{max}} = \frac{3P_0 \cdot 6V_0}{\sqrt{R}} = \frac{18P_0 V_0}{\sqrt{R}}$

$\& T_1 = \frac{4P_0 \cdot 4V_0}{\sqrt{R}} = \frac{16P_0 V_0}{\sqrt{R}} \Rightarrow \frac{T_{\text{max}}}{T_1} = \frac{18 \frac{P_0 V_0}{\sqrt{R}}}{\frac{16 P_0 V_0}{\sqrt{R}}} = \frac{9}{8} = \frac{T_{\text{max}}}{T_1}$

3) $dQ = 0 \Rightarrow 0 = \frac{5}{2} P dV + \frac{3}{2} V dP + P dV = \frac{5}{2} P dV + \frac{3}{2} V dP = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dV} = -\frac{5P}{3V}$

Определить 1-2: $\frac{dP}{dV} = -\frac{1 \cdot P_0}{2V_0} = -\frac{5P}{3V} \Rightarrow \frac{3}{10} \frac{P_0}{V_0} V = P \Rightarrow$

\Rightarrow из графика видно, что т. пересечения 3 и Т. 2 \Rightarrow

$\Rightarrow Q_{12} = Q_{+12} = \frac{3}{2} (2,5 \cdot 4P_0 V_0 - 16P_0 V_0) + \frac{2,5+4}{2} \cdot 3P_0 V_0 =$

$= \frac{3}{2} P_0 V_0 (\frac{35}{2} - 16 + \frac{13}{2}) = \frac{3 \cdot 45}{4} P_0 V_0 = 12 P_0 V_0$

3-4: $\frac{dP}{dV} = -1 \cdot \frac{P_0}{V_0} = -\frac{5P}{3V} \Rightarrow P = \frac{3}{5} \frac{P_0}{V_0} V \Rightarrow$ Т. пересечения $(5V_0; 3P_0) \Rightarrow$

$\Rightarrow Q_{+34} = \frac{3}{2} (15P_0 V_0 - 4P_0 V_0) - 2 \cdot \frac{1+3}{2} P_0 V_0 = (12-4) P_0 V_0 = 8 P_0 V_0$

$Q_{+34} = \frac{3}{2} (15P_0 V_0 - 4P_0 V_0) - 2 \cdot \frac{1+3}{2} P_0 V_0 = (12-4) P_0 V_0 = 8 P_0 V_0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 (продолжение)

$$\eta = \frac{A}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{\frac{3}{4} P_0 V_0}{12 P_0 V_0 + 8 P_0 V_0} = \frac{3}{80} = \eta$$

Ответ: 1) $\frac{|\Delta U_{23}|}{A} = 4$; 2) $\frac{T_{\max}}{T_1} = \frac{9}{8}$; $\eta = \frac{3}{80}$



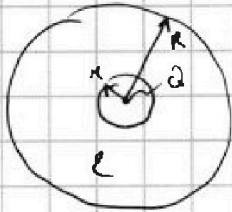
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.



Полем в квадрупле $E \sim \frac{1}{r^2}$, но $E = \frac{U}{d} \Rightarrow$

\Rightarrow Если без ϵ квадруплика U_1 , то с ϵ квадруплика $U_2 = \epsilon^{-1} U_1$

$$\Rightarrow \varphi_R = \frac{kQ}{R}; U_1 = \frac{kQ}{x} - \frac{kQ}{R} = kQ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right)$$

$$U_2 = (U_1 - \varphi_R) = \left(\frac{kQ}{x} - \frac{kQ}{R} \right) = \epsilon^{-1} U_1 = \epsilon^{-1} kQ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_x = \frac{\epsilon^{-1} kQ}{x} - \frac{(\epsilon^{-1} - 1)kQ}{R} = kQ \left(\frac{\epsilon^{-1}}{x} - \frac{\epsilon^{-1} - 1}{R} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_{R/4} \text{ при } x = R/4: \varphi_{R/4} = kQ \left(\frac{4\epsilon^{-1}}{R} - \frac{\epsilon^{-1} - 1}{R} \right) = kQ \frac{3\epsilon^{-1} + 1}{R}$$

$$2) \begin{cases} \varphi_{R/3} = kQ \left(\frac{3\epsilon^{-1}}{R} - \frac{\epsilon^{-1} - 1}{R} \right) = \frac{kQ}{R} (2\epsilon^{-1} + 1) = 4\varphi_0 \\ \varphi_{2R/3} = kQ \left(\frac{3\epsilon^{-1}}{2R} - \frac{\epsilon^{-1} - 1}{R} \right) = \frac{kQ}{2R} \cdot \frac{1}{2} (3\epsilon^{-1} + 2) = 3\varphi_0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\epsilon^{-1} + 1}{\epsilon^{-1} + 2} = \frac{4}{3} \Rightarrow 6\epsilon^{-1} + 3 = 2\epsilon^{-1} + 4 \Rightarrow 4\epsilon^{-1} = 1 \Rightarrow \epsilon^{-1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \epsilon = 4$$

Примечание: из условия ясно, что $r < \frac{R}{4}$, тогда

Ответ в данной ситуации не зависит от r , т.к.

Ответ по определению $\varphi = \frac{A}{q}$, где A - работа по перемещению

с бесконечности \Rightarrow φ зависит

$$\text{Ответ: 1) } \varphi_{R/4} = \frac{kQ}{R} \cdot \frac{3 + \epsilon}{\epsilon}; 2) \epsilon = 4$$



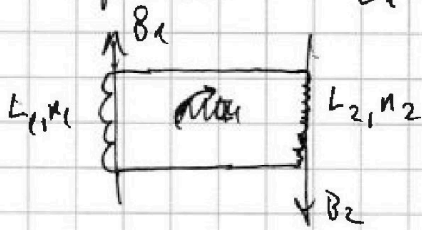
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

$$L_1 = L; L_2 = 4L; n_1 = n; n_2 = 2n$$



1) Φ -помощное поле конишра

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\dot{\Phi} = -\dot{\Phi}_1 - \dot{\Phi}_2$$

$$\text{т.к. } \dot{\Phi}_2 = 0 \Rightarrow (L_1 + L_2) \dot{I} = -\dot{\Phi}_1 = -(\dot{B}_1 S n_1) = -\dot{B}_1 \cdot S n_1 = -\alpha S n_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\dot{I}| = \frac{\alpha S n_1}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha S n}{L + 4L} = \boxed{\frac{\alpha S n}{5L} = |\dot{I}|}$$

возьмем за нол. $B_1 \Rightarrow \Phi_1$

$$2) I_0 = 0; (L_1 + L_2) \Delta I = -\Delta \Phi_1 - \Delta \Phi_2 = -|\Delta \Phi_1| + |\Delta \Phi_2|$$

$$|\Delta \Phi_1| = \left(B_0 - \frac{B_0}{2} \right) S n_1 = \frac{B_0 S n_1}{2}; |\Delta \Phi_2| = \left(2B_0 - \frac{2B_0}{3} \right) S n_2 =$$

$$= \frac{4B_0 S n_2}{3} \Rightarrow \text{т.к. } I_0 = 0 \Rightarrow |\Delta I| = I \Rightarrow I = \frac{1}{L_1 + L_2} \left| \frac{4B_0 S n_2}{3} - \frac{B_0 S n_1}{2} \right|$$

$$= \frac{B_0 S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{4 \cdot 2}{3} - \frac{1}{2} \right) = \frac{16 - 3}{6} \cdot \frac{B_0 S n}{L + 4L} = \boxed{\frac{13 B_0 S n}{30L} = I}$$

~~Ответ: $I = \frac{13 B_0 S n}{30L}$~~

Ответ: 1) $|\dot{I}| = \frac{\alpha S n_1}{5L}$; 2) $I = \frac{13 B_0 S n}{30L}$

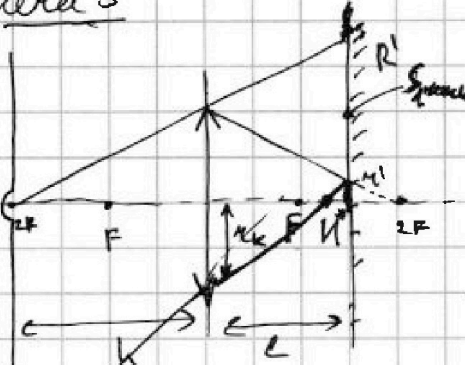


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5



1) Т.к. $F = \frac{h}{2}$; $d = 2h$:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{2}{h} - \frac{1}{2h} = \frac{1}{h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = h - \text{высота реального изображения}$$

\rightarrow через линзу освещается

круг радиусом $r' = \frac{h-l}{h}$ $r =$

$$= \frac{h - \frac{2h}{3}}{h} r = \frac{1}{3} r = \frac{1}{3} r = 1 \text{ см}$$

Высота R' в радиусе

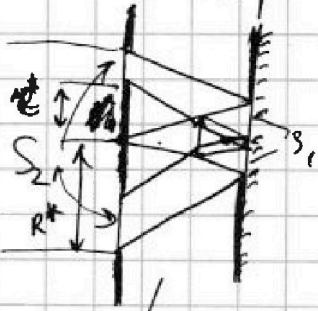
Все зеркало будет освещено кругом радиуса с внешней радиусом R' (внешняя, см. рис.): $R' = \frac{2h}{3} \frac{2h}{h} r = 2r = 2 \text{ см}$

$$\Rightarrow S_{\text{освещ.}} = \pi R'^2 - \pi r'^2 = \pi (R'^2 - r'^2) = \pi (6^2 - 1^2) \text{ см}^2 = \boxed{35\pi \text{ см}^2}$$

2) Все точки окружности линзы падают на ось изображения

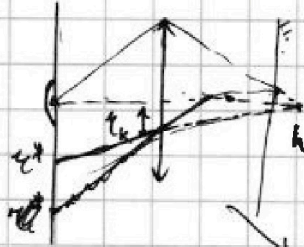
$$\text{на расстоянии } d^* = 2h - 2(h-l) = 2l - h = \frac{4}{3}h - h = \frac{1}{3}h < F \Rightarrow$$

\rightarrow все лучи дивергентны и освещают круг r^*

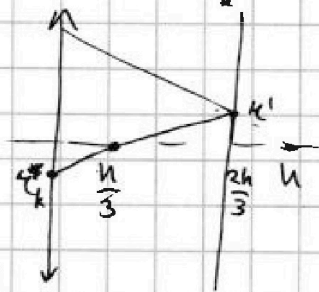


$$\text{Т.к. } \frac{1}{F} = \frac{1}{d^*} + \frac{1}{f^*} \Rightarrow \frac{1}{f^*} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d^*} = \frac{2}{h} - \frac{3}{h} = -\frac{1}{h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |f^*| = +h, \text{ но крайний луч дивергентен}$$



используем:
 $r_k = \frac{r'}{2}$
 $r^* = 2r_k = r'$



$$R^* = 2R'$$

$$S_2 = \pi R^{*2} - \pi r^{*2} = \pi (R^* + r^*)(R^* - r^*)$$

$$S_2 = \pi (2R' + r') (2R' - r') = \pi (12 + 1)(12 - 1) = \boxed{143\pi \text{ см}^2}$$

Ответ: 1) $S_1 = 35\pi \text{ см}^2$; 2) $S_2 = 143\pi \text{ см}^2$



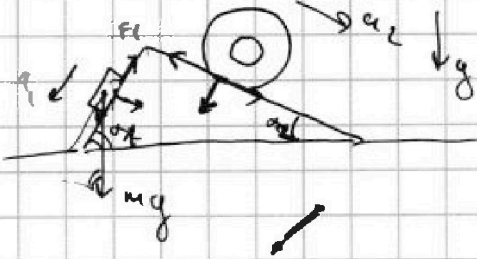
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

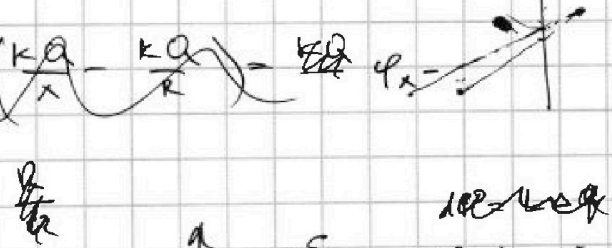
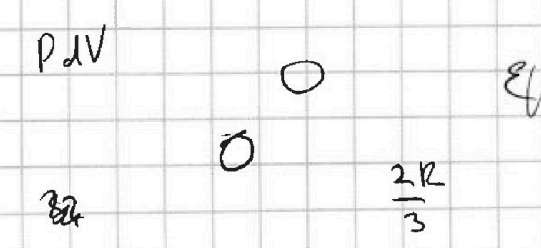
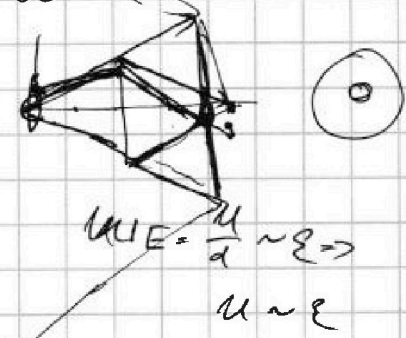
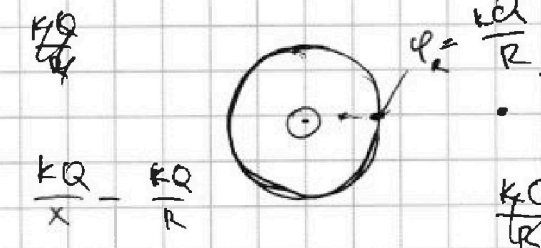
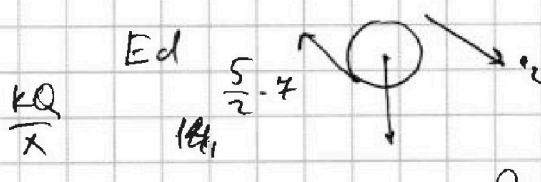
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Черновик~~ Черновик



$$m a_1 = m g \sin \alpha - F_f$$

$$F_f = m g \sin \alpha - m a_1 = m g \frac{3}{5} - m g \frac{5}{13} = \frac{39 - 25}{65} m g = \frac{14}{65} m g$$



$$F = \frac{\epsilon \epsilon_0 \sigma}{d} \quad k a \frac{1}{4 \pi \epsilon}$$

$$\Delta p_1 = L_1 \Delta I_1$$

$$\Delta p_2 = L_2 \Delta I_2$$



$$a_1 \Delta p_1 = \Delta u \beta_1, \quad a_2 \Delta p_2 = L$$

и





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

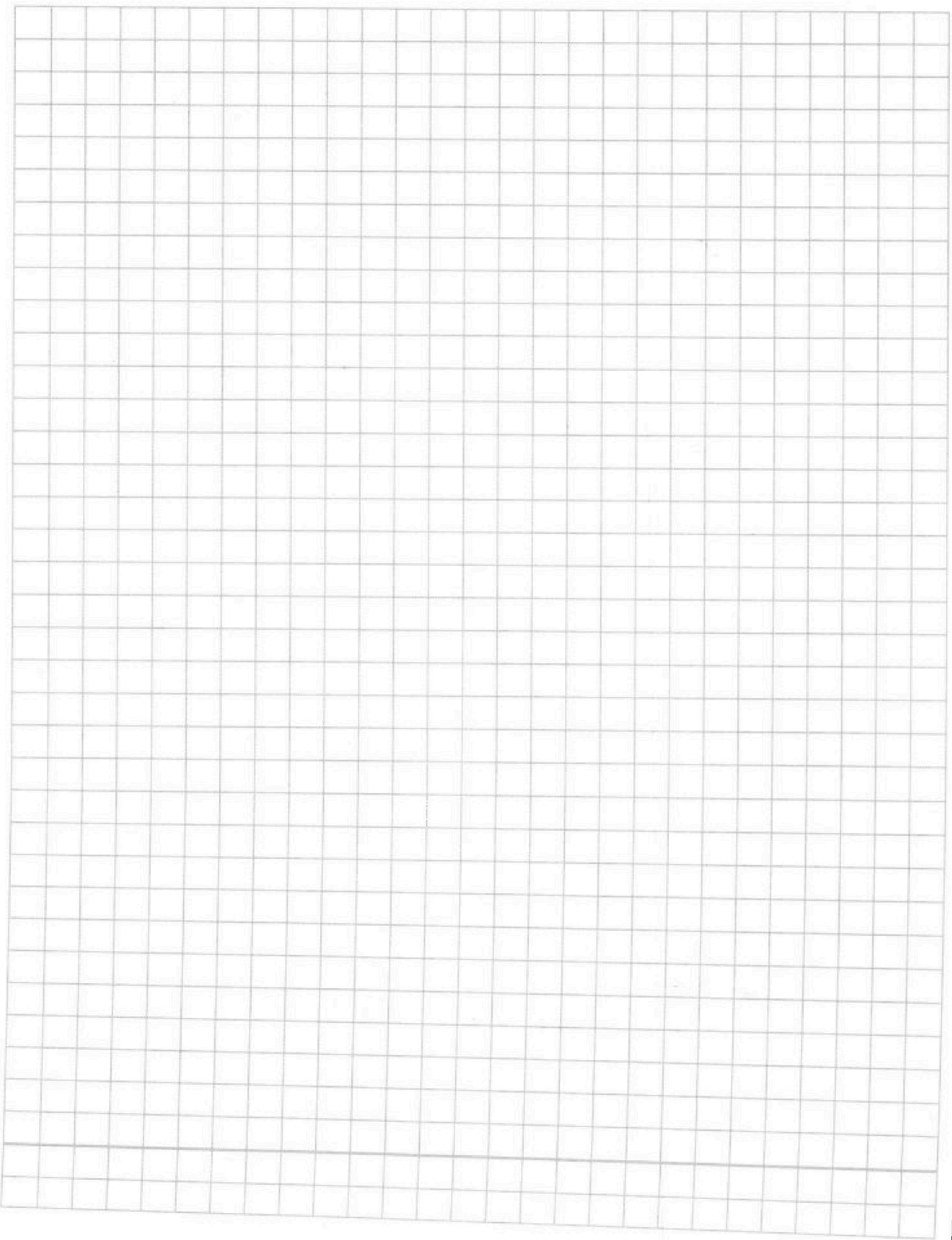
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



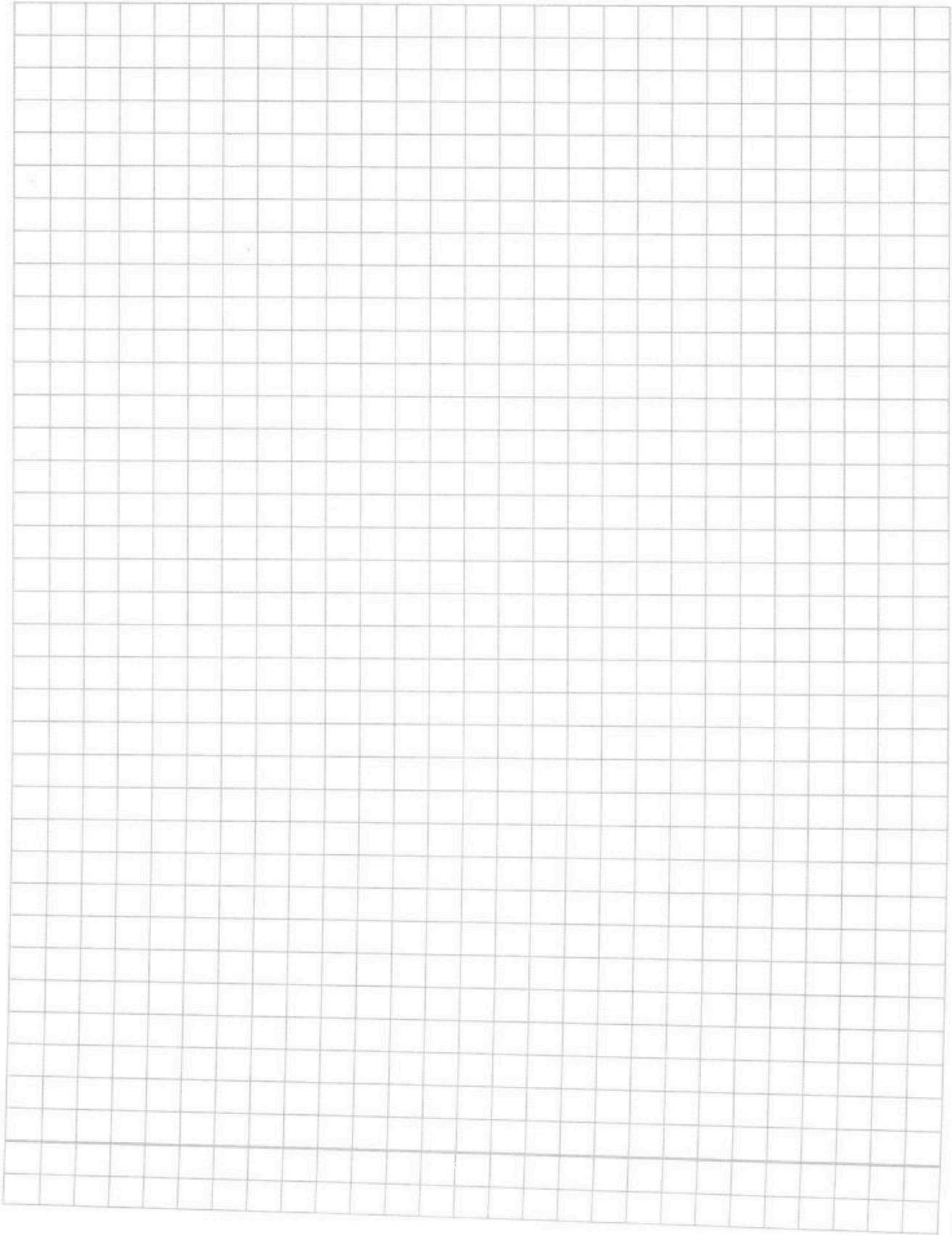


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

