

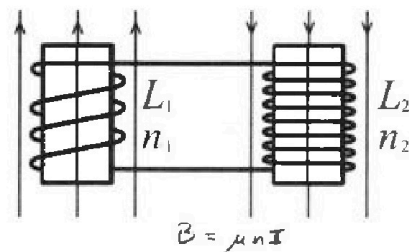
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



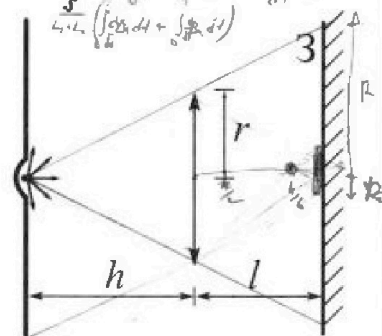
$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \quad \mathcal{E} = -(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} \quad \mathcal{E} = -S \frac{d\Phi}{dt} = -S \frac{dB}{dt}$$

1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha$ ($\alpha > 0$), а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?

2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

$$I(t_1) - I(t_2) = \int_{t_2}^{t_1} \frac{dI}{dt} dt = \int_{t_2}^{t_1} \frac{d\Phi}{L_1 + L_2} = \frac{1}{L_1 + L_2} \int_{t_2}^{t_1} S \frac{dB_1}{dt} dt = \frac{1}{L_1 + L_2} S (B_1(t_1) - B_1(t_2))$$

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

$$f = \frac{r^2}{2h} = \frac{25}{2h} = \frac{h}{3}$$

$$S_{\text{spot}} = (h+l) f \alpha = \frac{5}{3} h \cdot 2 \frac{r}{h} = \frac{10}{3} r^2$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = \frac{3}{h}$$

Ответы дайте в $[cm^2]$ в виде $\gamma \pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

Handwritten solutions for problem 5:

$$S_1 = \pi \left(\frac{r}{3}\right)^2 = \frac{10}{3} \pi r^2$$

$$S_2 = \pi \left(\frac{h}{3}\right)^2 = \frac{8}{3} \pi r^2$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{i\omega L} = \frac{U}{i\omega L_1 + i\omega L_2} = \frac{U}{i\omega(L_1 + L_2)}$$

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{dI}{dt} = -L_1 \frac{d}{dt} \left(\frac{U}{i\omega(L_1 + L_2)} \right) = -L_1 \frac{i\omega U}{i\omega(L_1 + L_2)} = -\frac{L_1 U}{L_1 + L_2}$$

$$\mathcal{E}_2 = -L_2 \frac{dI}{dt} = -L_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{U}{i\omega(L_1 + L_2)} \right) = -L_2 \frac{i\omega U}{i\omega(L_1 + L_2)} = -\frac{L_2 U}{L_1 + L_2}$$

$$U = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = -U \frac{L_1 + L_2}{L_1 + L_2} = -U$$

Final answers: $S_1 = \frac{10}{3} \pi r^2$, $S_2 = \frac{8}{3} \pi r^2$



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

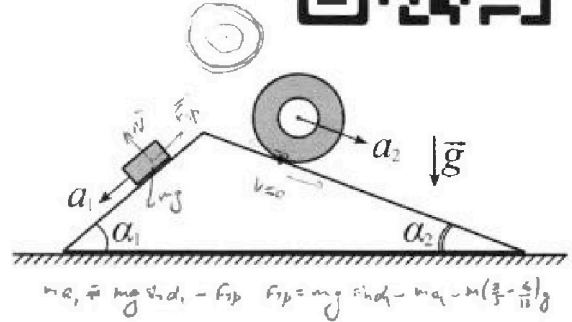
№ 11-03



Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

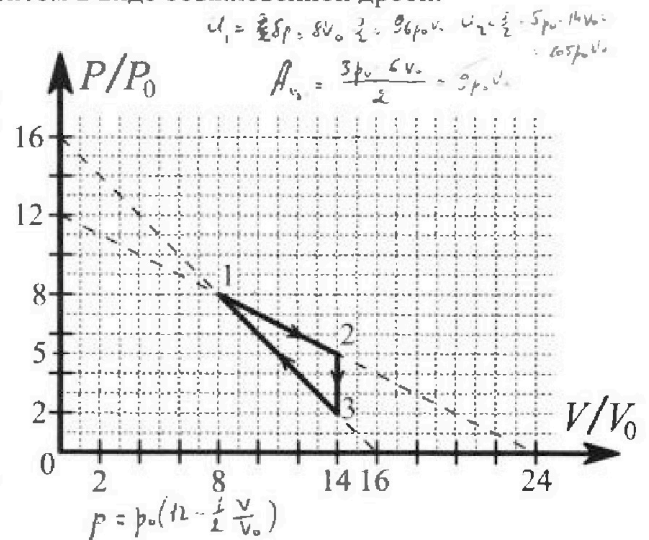
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

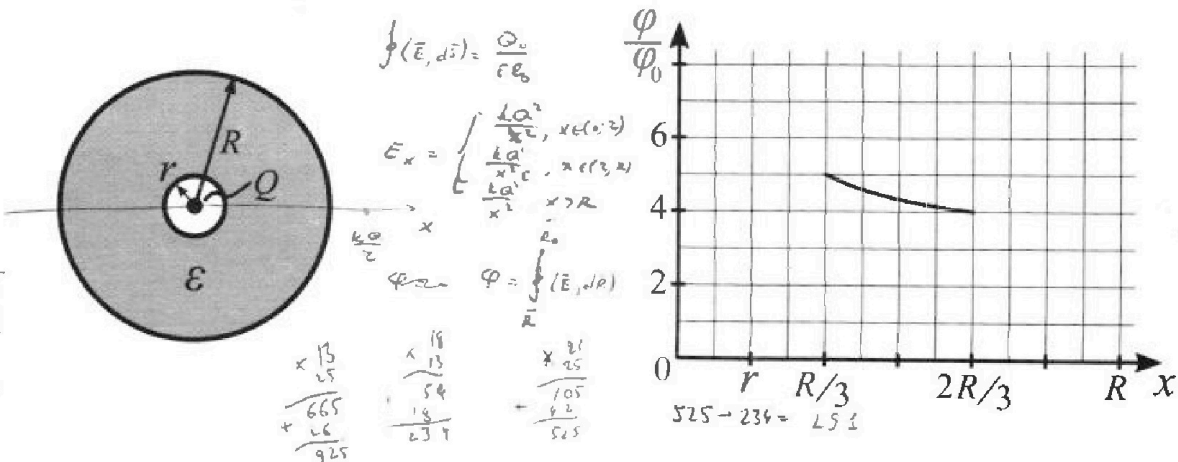


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 - потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



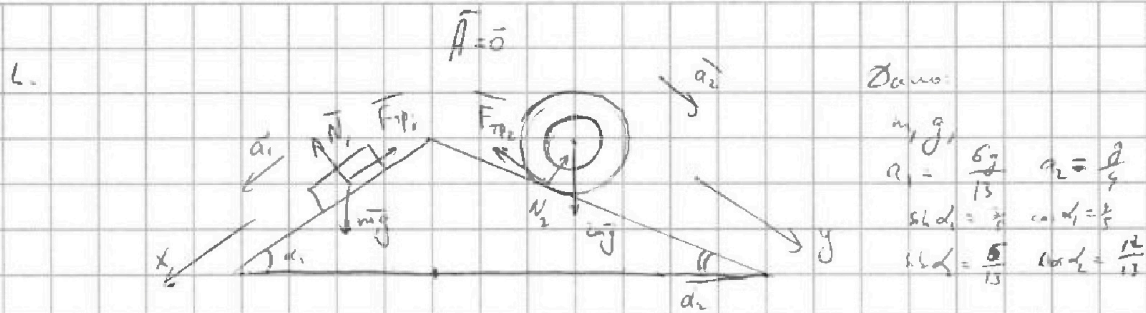


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



II. К блоку m спуска $\vec{m}\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{T1} = m\vec{a}_1$

"x": $mg \sin \alpha_1 - F_{T1} = ma_1 \Rightarrow F_{T1} = m(g \sin \alpha_1 - a_1) =$

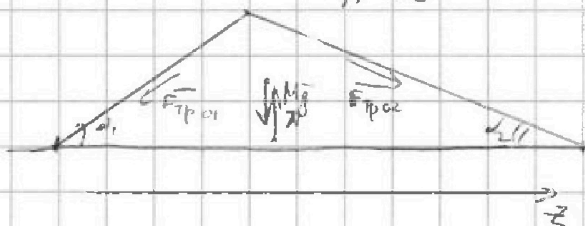
$$= mg \left(\frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) = mg \cdot \frac{39-30}{65} = \boxed{\frac{3}{13} mg} \quad \text{Ответ на 1)}$$

Т. о. к.м. для второго:

$$2m\vec{a}_2 = 2m\vec{g} + \vec{F}_{T2} + \vec{N}_2$$

"y": $2ma_2 + 2mg \sin \alpha_2 - F_{T2} = 0 \Rightarrow F_{T2} = 2mg \left(\frac{5}{13} - \frac{1}{9} \right) = mg \left(\frac{10}{13} - \frac{1}{9} \right) =$

$$= mg \cdot \frac{7}{26} \quad \text{Ответ на 2)}$$



по III и IV

$$\vec{F}_{T101} = -\vec{F}_{T14}$$

$$\vec{F}_{T102} = -\vec{F}_{T12}$$

III и для системы

$$\vec{0} = M\vec{A} = M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{T101} + \vec{F}_{T102} + \vec{F}_{T12}$$

"z": $-F_{T101} \cos \alpha_1 + F_{T102} \cos \alpha_2 + F_{T12} = 0 \Rightarrow F_{T12} = mg \left(\frac{9}{65} - \frac{1}{9} - \frac{7}{26} \cdot \frac{12}{13} \right)$

$$= mg \cdot \frac{1}{13} \left(\frac{36}{25} - \frac{42}{13} \right) = mg \cdot \frac{2}{13} \left(\frac{18}{25} - \frac{21}{13} \right) = -mg \cdot \frac{2}{13} \cdot \frac{224+515}{525} =$$

$$= -mg \cdot \frac{2}{13} \cdot \frac{291}{525} = -\frac{582}{12025} mg \Rightarrow \boxed{F_{T12} = \frac{582}{12025} mg} \quad \text{Ответ на 3)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q = SU + A \quad \text{I 3-й токмодик.}$$

$$Q_{12} = SU + A = 0 < 0$$

~~Анализ~~ ~~Сила~~ ~~тока~~ ~~в~~ ~~цепи~~ ~~с~~ ~~двух~~ ~~источников~~ ~~ЭДС~~

1 → 2 идет величина циркуляции, 1 → 2, значит, ~~Q > 0~~ Q > 0 на каждом участке.

$$Q_{12} = SU_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} S(\Delta R T) + S_{\text{упр}} \cdot \varphi = \frac{3}{2} S(\rho V) + \frac{5\rho_0 + 8\rho_0}{2} (14V_0 - 8V_0) =$$

$$= \frac{3}{2} (5\rho_0 \cdot 14V_0 + 8\rho_0 \cdot 8V_0) + 13\rho_0 \cdot 3V_0 = 3 \cdot \rho_0 V_0 (35 + 32 + 13) = 48 \rho_0 V_0$$

3 → 1 тоже величина циркуляции, но в обратную сторону ⇒ Q < 0 на каждом участке 1-3.

$$\Rightarrow |Q_{12}| = Q_{12} = 48 \rho_0 V_0$$

$$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{|Q_{12}|} = \frac{9\rho_0 V_0}{48\rho_0 V_0} = \frac{3}{16}$$

3) Ответ: $\frac{3}{16}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

По заданию $p_1 = 8p_0$ $V_1 = 8V_0$
 $p_2 = 5p_0$ $V_2 = 14V_0$
 $p_3 = 2p_0$ $V_3 = 14V_0$

Работа за цикл - площадь треугольника (положительна, т.к. обход по час. стр.).

$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$. В треугольнике основание $a = p_2 - p_3 = 3p_0$, высота $h = V_2 - V_3 = 6V_0$

$H_{\text{цикл}} = \frac{1}{2} \cdot 3p_0 \cdot 6V_0 = 9p_0 V_0$

$U = \frac{3}{2} DRT$ (энергия орбитальной связи) $pV = DRT$ (у-нн М-к)

$\Rightarrow U = \frac{3}{2} pV \Rightarrow \delta U = \frac{3}{2} \delta(pV) \Rightarrow \delta U_{12} = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) =$

$= \frac{3}{2} \cdot (5p_0 \cdot 14V_0 - 8p_0 \cdot 8V_0) = 3 (35p_0 V_0 - 32p_0 V_0) = 9p_0 V_0$

1) Ответ: $\frac{H_{\text{цикл}}}{\delta U_{12}} = \frac{9p_0 V_0}{9p_0 V_0} = 1$

2) Задача процесс $1 \rightarrow 2$ отв. процесс:

$\frac{p+p_1}{p_2-p_1} = \frac{V-V_1}{V_2-V_1} \Leftrightarrow \frac{p-8p_0}{-3p_0} = \frac{V-8V_0}{6V_0} \Leftrightarrow 2(p-8p_0) \stackrel{V_0}{=} \frac{8V_0-V}{p_0} \cdot p_0$

$\Leftrightarrow p = 8p_0 \cdot \left(8 + \frac{1}{2} \cdot \frac{8V_0-V}{V_0} \right) = p_0 \left(12 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0} \right)$

$\Rightarrow DRT = pV = p_0 \left(12V - \frac{1}{2} \frac{V^2}{V_0} \right)$ $T \rightarrow \max \Leftrightarrow 12V - \frac{1}{2} \frac{V^2}{V_0} \rightarrow \max$
 $p_{\text{г}} = T_{\text{max}} = \tilde{T}$

$y = 12x - \frac{x^2}{2V_0}$ - параб. ветв. в максимуме $x = \frac{12}{2 \cdot \frac{1}{2V_0}} = 12V_0$

$\tilde{DRT} = DRT(\text{max}) = p_0 \left(12 \cdot 12V_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{144V_0^2}{V_0} \right) = 72p_0 V_0 \Rightarrow \tilde{T} = \frac{72p_0 V_0}{2R}$

$T_3 = \frac{p_3 V_3}{2R} = \frac{2p_0 \cdot 14V_0}{2R} = \frac{28p_0 V_0}{2R} \Rightarrow \frac{\tilde{T}}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{18}{7}$

2) Ответ: $\frac{18}{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi\left(\frac{E}{3}\right) = \frac{1}{400} \cdot \frac{Q}{R} + \frac{1}{400} \cdot \frac{Q}{C} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{R}\right) = \frac{1}{400} \cdot \frac{Q}{R} \left(1 + \frac{2}{C}\right)$$

$$\varphi\left(\frac{2E}{3}\right) = \frac{1}{100} \cdot \frac{Q}{R} + \frac{1}{100} \cdot \frac{Q}{C} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{R}\right) = \frac{1}{100} \cdot \frac{Q}{R} \left(1 + \frac{1}{2C}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\varphi\left(\frac{E}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2E}{3}\right)} = \frac{\varphi\left(\frac{E}{3}\right)}{\varphi_0} \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi\left(\frac{2E}{3}\right)} = \frac{1 + \frac{2}{C}}{1 + \frac{1}{2C}} = \frac{5}{4}$$

на
цифры

$$\Leftrightarrow \frac{2C+4}{2C+1} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow 8C+16 = 10C+5 \Leftrightarrow 2C=11 \Leftrightarrow \boxed{C=5.5}$$

(Ответ на 2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

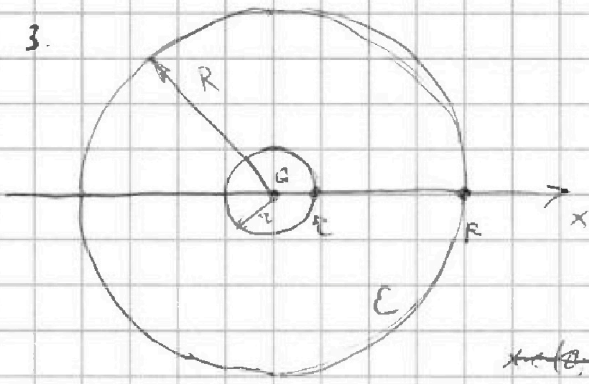
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



Дано: R, r, Q, ϵ $x_0 = \frac{5R}{6}$

Найти: $\varphi(x)$

т. Гюссена $\oint_{\Gamma_2} (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{Q_0}{\epsilon \epsilon_0}$ сферическая поверхность

~~найти~~. Выберем в качестве Γ_1 сферу

с центром на заряде и радиусом x . Пространство изотропно, значит на поверхности сферы \vec{E} будет направлена по радиусу и будет равна

на модуль на всей пов-ти. Тогда $\oint (\vec{E}, d\vec{S}) = \oint E \cdot dS = E \oint dS = E \cdot 4\pi x^2$

$x \in (0; r)$ $E \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 x^2}$

$x \in (r; R)$ $E \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{x^2}$

$x > R$ $E \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{x^2}$

$\varphi_\infty = 0$, $\varphi = \frac{U}{q} = \frac{A_{R \rightarrow R_0}}{q} = \frac{1}{q} \int_{R_0}^R (\vec{E}, d\vec{r}) = \int_{R_0}^R (\vec{E}, d\vec{r})$

$x_0 > R$. $\int_{x_0}^{\infty} (\vec{E}, d\vec{r}) = \int_{x_0}^{\infty} \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} Q \cdot \left[-\frac{1}{r} \right]_{x_0}^{\infty} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{x_0}$

$\int_{R_1}^{R_2} (\vec{E}, d\vec{r}) = \int_{R_1}^{R_2} (\vec{E}, d\vec{r}) + \int_{R_2}^{R_1} (\vec{E}, d\vec{r}) \Rightarrow x \in (r; R)$: $\varphi(x=x_0) = \int_{x_0}^R (\vec{E}, d\vec{r}) + \varphi(x=R)$

$\int_{x_0}^R \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr + \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{R} = \left[-\frac{1}{r} \right]_{x_0}^R \cdot \frac{1}{4\pi \epsilon_0} Q + \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{R} =$

$= \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{R} + \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{R} \left(1 - \frac{1}{x_0} \right) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{R} + \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot Q \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{R} \right)$ ответ на 1)

$\varphi(x = \frac{5R}{6}) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{6Q}{5RE} + \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q}{R} \left(1 - \frac{1}{E} \right) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R} \left(1 + \frac{1}{5E} \right)$

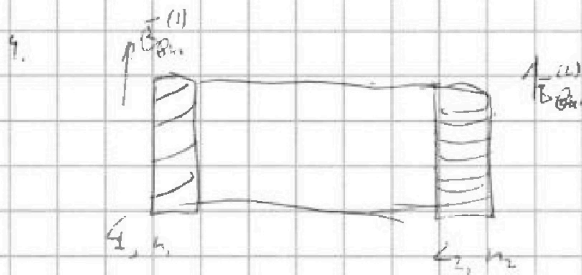


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



3-й вариант

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Def. индуктивности:

$$\mathcal{E} = - L \cdot \frac{dI}{dt}$$

1) Φ невед. величина цикла. индукция \Rightarrow индукция Φ $\mathcal{E} =$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = - S \cdot \frac{dB_0}{dt} = - d\Phi$$

\mathcal{E} связан с током в замкнутом контуре:

$$\mathcal{E} = - (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{-\mathcal{E}}{L_1 + L_2} = \frac{d\Phi}{L_1 + L_2} = \frac{d\Phi}{176}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad I(t) &= I(T) - I(0) = \int_0^T \frac{dI}{dt} dt = \int_0^T - \frac{\mathcal{E}}{L_1 + L_2} dt = \frac{1}{L_1 + L_2} \int_0^T \mathcal{E} dt = \\ &= \frac{1}{L_1 + L_2} \int_0^T \frac{d\Phi}{dt} dt = \frac{1}{L_1 + L_2} \int_0^T \left(\frac{d\Phi_1}{dt} + \frac{d\Phi_2}{dt} \right) dt = \frac{1}{L_1 + L_2} \cdot S \cdot \int_0^T \left(\frac{dB_0}{dt} + \frac{dB_0}{dt} \right) dt \\ &= \frac{1}{L_1 + L_2} \cdot S \cdot \left(\int_0^T \frac{dB_0}{dt} dt + \int_0^T \frac{dB_0}{dt} dt \right) = \frac{1}{L_1 + L_2} \cdot S \cdot (B_{0, \text{вет}}^{(1)}(T) + B_{0, \text{вет}}^{(2)}(T) - B_0^{(1)}(0) \end{aligned}$$

$$- B_{0, \text{вет}}^{(1)}(0) + B_{0, \text{вет}}^{(2)}(T) + B_{0, \text{вет}}^{(1)}(T) - B_{0, \text{вет}}^{(2)}(0) - B_{0, \text{вет}}^{(1)}(0)) =$$

$$= \frac{1}{L_1 + L_2} \cdot S \cdot \left(\frac{B_0}{3} + \mu_0 n_1 I(T) - B_0 - 0 + \frac{9}{4} B_0 + \mu_0 n_2 I(T) - 3B_0 - 0 \right)$$

$$\Rightarrow I(T) = \frac{S \mu_0}{L_1 + L_2} (n_1 + n_2) I(T) - \frac{17}{12} \frac{S}{L_1 + L_2} \cdot B_0 \Rightarrow \left(\frac{S \mu_0}{L_1 + L_2} (n_1 + n_2) - 1 \right) I(T) = \frac{17}{12} \frac{S}{L_1 + L_2} B_0$$

$$\Rightarrow I(T) = \frac{17}{12} \cdot \frac{S / (L_1 + L_2)}{\frac{S \mu_0}{L_1 + L_2} (n_1 + n_2) - 1} B_0 = \frac{17}{12} \cdot \frac{S / 176}{\frac{S \mu_0}{176} \cdot 5n - 1} B_0 = \frac{17}{12} \cdot \frac{S}{S \mu_0 n - 176} B_0$$

Ответ на 2)

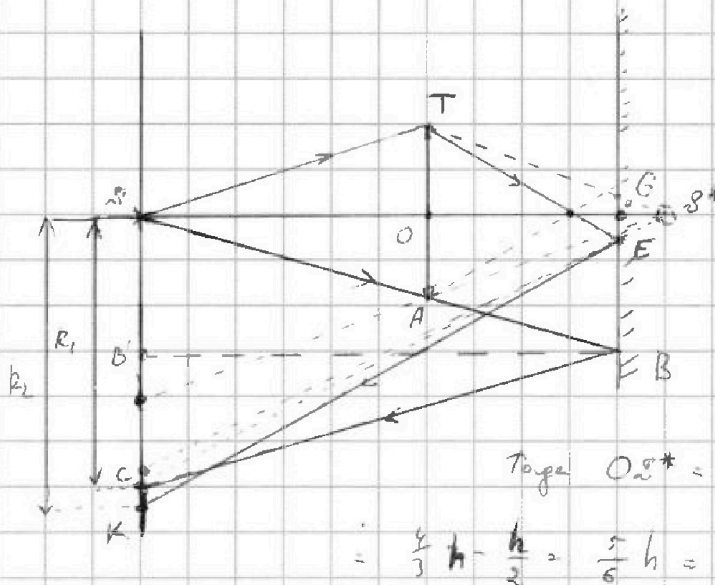


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$R_2 = GE + (h+l) \cdot \frac{1}{f} d, \text{ где } d = r(TE, \rho_{00})$$

$$= \left(\frac{5}{3} h \cdot \frac{2}{f} - r \cdot \frac{2h}{h/2 - \frac{1}{3}} \right) = \frac{10}{3} r - \frac{2}{3} r$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{8}{3} r > \frac{10}{3} r = R_1$$

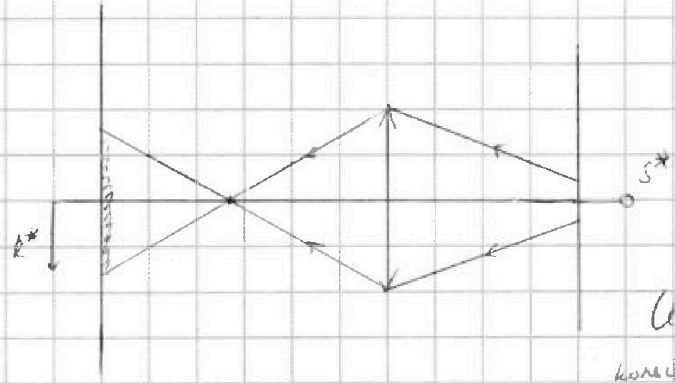
Пучок S^* - мнимое изображение действительного изображения S .

Тогда $OS^* = f + 2(l-f) = 2l - f =$

$$= \frac{4}{3} h - \frac{h}{2} = \frac{5}{6} h = d^*$$

Увеличение S^* , считаеме углом зрения на расстоянии

$$\frac{1}{f^*} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d^*} = \frac{3}{h} - \frac{6}{5h} = \frac{9}{5h} \Rightarrow f^* = \frac{5}{9} h < h$$



Аналогично получаем в 1) радиус R^* :

$$R^* = 2 \cdot \frac{h-f^*}{f^*} = \frac{5}{9} r$$

Итого, на столе выложенных рассе это кольцо с радиусами $R_1 = \frac{10}{3} r$ и $R^* = \frac{5}{9} r$

$$S = \pi (R_1^2 - R^{*2}) = \frac{\pi}{225} (100 r^2 - 16 r^2) = \frac{\pi}{225} (2500 - 144) = \frac{\pi}{225} \cdot 2356 =$$

$$= \sqrt{\pi \cdot \frac{2356}{225}} \text{ (см}^2\text{)} \leftarrow \text{ответ на 2)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

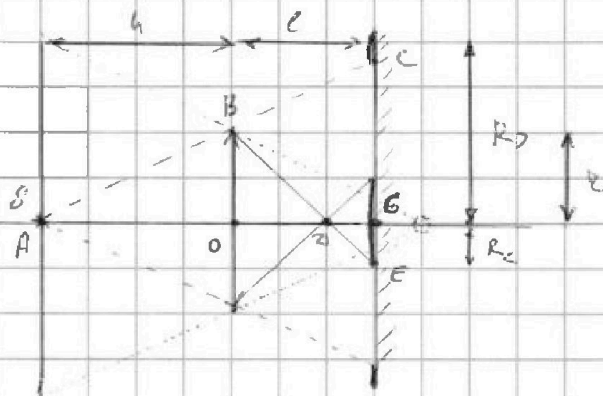
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$h, l = \frac{2h}{3}, r = 5 \text{ см}$$

$$F = \frac{4h}{3}$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad \varphi\text{-ли точка Лангзет}$$



От источника S будет сформировано изображение на расстоянии f.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{3}{h} - \frac{1}{h} = \frac{2}{h} \Rightarrow f = \frac{h}{2} \quad \text{— радиус изгиба, } B \text{ — } D.$$

$$\Delta ABO \sim \Delta ACO \Rightarrow R_1 = CO = OB \cdot \frac{AO}{AC} = r \cdot \frac{h+l}{h} = r \left(1 + \frac{l}{h}\right) = \frac{5}{3} r$$

$$\Delta BOD \sim \Delta EGD \Rightarrow R_2 = GE = OB \cdot \frac{OD}{OD} = r \cdot \frac{l-f}{f} = r \left(\frac{l}{f} - 1\right) = r \cdot \left(\frac{2h/3}{h/2} - 1\right) = \frac{2}{3} r$$

Искомая часть зеркала — кольцо с радиусами $R_1 = \frac{5}{3} r$, $R_2 = \frac{2}{3} r$

$$\text{Площадь кольца } S = \pi (R_1^2 - R_2^2) = \pi \left(\frac{25}{9} r^2 - \frac{4}{9} r^2\right) = \frac{8}{3} \pi r^2 =$$

$$= \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

Ответ на 1)

Осветляющая часть стены:

~~Искомая часть стены — обрешетка зеркала:~~

- а) Если луч из S идет выше AB, он отражится от зеркала и выйдет из стены.
 Если луч из S пойдет через точку, на луче больше удален к ГОД, то он, отразившись, выйдет из стены.
- б) Если луч из S пойдет через точку, на луч меньше удален к ГОД, то он, отразившись, сможет попасть в углубление на стене.

а) Лучи луч AB это луч, который не отражался (см. рис.). Радиус $R_1 = 8c$

$$R_1 = 2 GB = 2 \cdot r \cdot \frac{h+l}{h} = 2 \cdot R_2 = \frac{10}{3} r$$

б) Радиус R_2 — расстояние, на котором находится обрешетка S, угол луч увеличился (см. рис.)

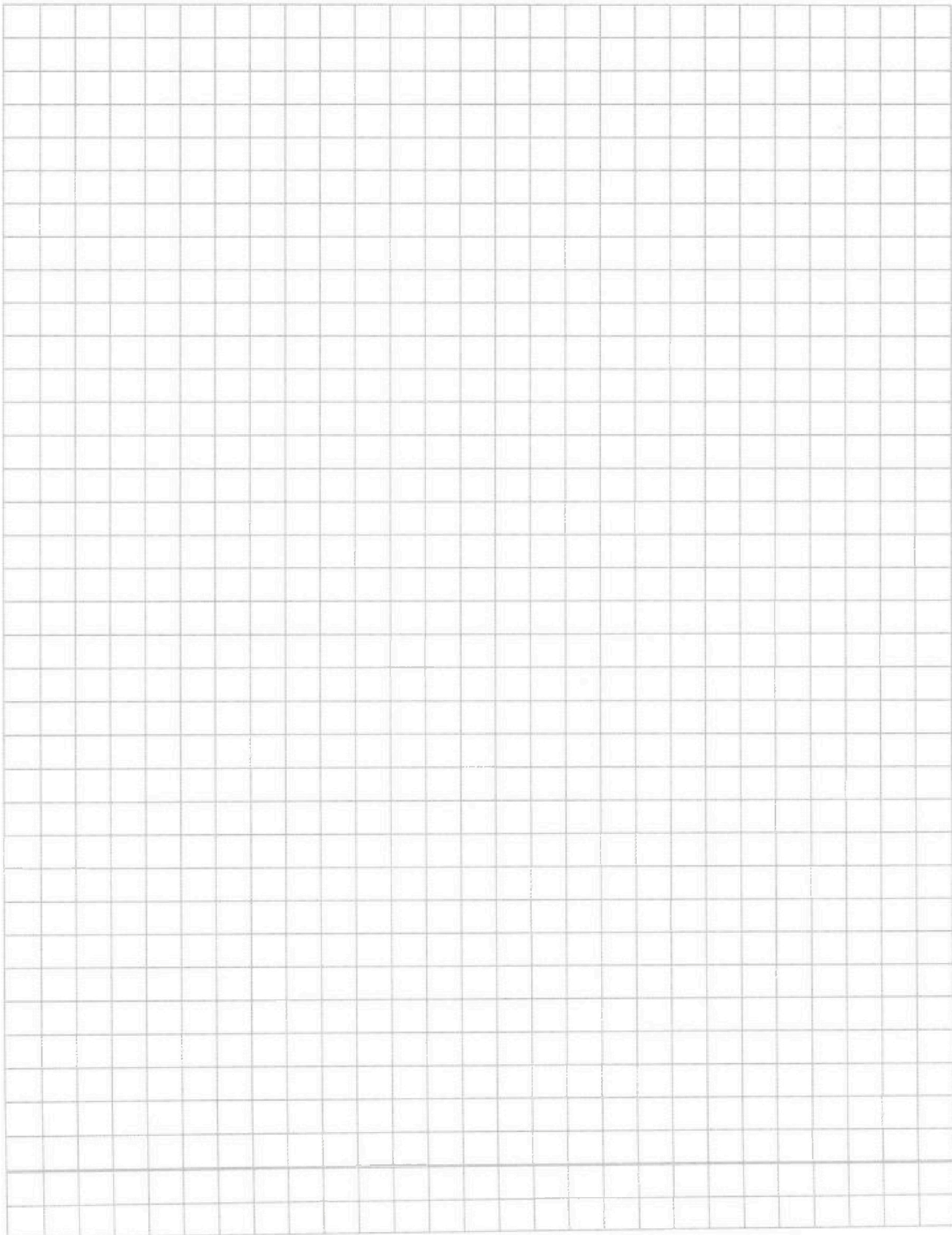


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

