



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



$$\begin{array}{r} \times 03 \\ 504 \end{array}$$



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^{-1}$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases} \quad \begin{array}{cc} -12 & -16 \\ -14 & -6 \\ -15 & -4 \\ -24 & +30 \\ -36 & +20 \end{array}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.

$$(17 \cdot 1 \cdot p \cdot p^2)$$

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

$$4 \quad 1 \cdot 5 \cdot 23$$

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{array}{r} 337 \\ 102 \\ 36 \\ 43 \\ 24 \\ 2 \end{array} \begin{array}{l} / 2 \\ / 2 \\ / 2 \\ / 2 \\ / 2 \\ / 2 \end{array} \begin{array}{l} 122 \\ 62 \\ 3 \end{array} \quad \begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x+4y^2}. \end{cases}$$

$$\begin{array}{cc} 12 \cdot 4 & 1 \cdot 3 \cdot 8 \\ 3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 9^2 & \\ 1 \cdot 15 & \end{array}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.



7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .

$$\begin{aligned} A &= (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) \\ B &= mn(m-2n-2) \end{aligned}$$

$$16 \cdot 8 = 24 = 2\sqrt{6} \quad \frac{121 \cdot 60 + 60}{4} \quad 4 - 8\sqrt{6} + 6 = 8$$

$$\frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6} \quad \frac{t}{t+13} = 17p^2 \quad 4 + 4\sqrt{6} + 6 = 8 - 4\sqrt{6} - 2$$

$$15 \cdot 121 + 60 \quad 12 - x - x^2 = 6,25$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Р<sub>1</sub>

Для любой арифметической прогрессии имеем:

$a_n = a_1 + d(n-1)$ , тогда имеем систему:

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + d, & (1) \\ a_4 = a_1 + 3d, & (2) \\ a_8 = a_1 + 7d, & (3) \end{cases}, \text{ тогда: } \begin{cases} (2)-(1) \Rightarrow a_4 - a_2 = 2d \\ (3)-(2) \Rightarrow a_8 - a_4 = 4d \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(a_4 - a_2) = a_8 - a_4,$$

$$2((x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x) = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2,$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0, \quad | : 3$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0,$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \quad (\text{По Т. о рациональных корней}$$

многочлена найдем корни  $x = -2$  и применим

по схеме Горнера 
$$\begin{array}{r|rrrr|rr} 1 & -8 & 18 & 8 & -8 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \end{array}$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0 \quad (\text{аналогично } x = -2 \text{ - корень,}$$

$$\begin{array}{r|rrr|r} 1 & 6 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0, \\ x^2 + 4x - 2 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = -2 \pm \sqrt{6}, \\ x = -2 - \sqrt{6}, \end{cases}$$

Ответ:  $\{-2 \pm \sqrt{6}; -2\}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 2

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}, \text{ т.к. обе части обеих неравенств не отрица-} \\ \text{тельны, то} \begin{cases} (2x-3y)^2 \leq 36, & (1) \\ (3x-2y)^2 \leq 16, & (2) \end{cases}$$

1) решим уравнение:

$$(2x-3y)^2 = 36, \text{ отнесем только к } x \\ 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6y \pm \sqrt{36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4}}{4} \\ x = \frac{6y - \sqrt{36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6y + \sqrt{36 \cdot 4}}{4} \\ x = \frac{6y - \sqrt{36 \cdot 4}}{4} \end{cases}, \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6y + 12}{4}, & \downarrow \\ x = \frac{6y - 12}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y + 3, \\ x = 1,5y - 3; \end{cases}$$

Получим решения неравенства будем промежуток между корнями, т.е.  $1,5y + 3 \leq x \leq 1,5y - 3$ ;

2) решим уравнение:

$$(3x-2y)^2 = 16, \text{ отнесем только к } y: \\ 9y^2 - 12xy + 9x^2 - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x \pm \sqrt{36x^2 - 4(9x^2 - 16)}}{4} \\ y = \frac{6x - \sqrt{36x^2 - 4(9x^2 - 16)}}{4} \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x + \sqrt{4 \cdot 16}}{4} \\ y = \frac{6x - \sqrt{4 \cdot 16}}{4} \end{cases}, \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x + 8}{4}, \\ y = \frac{6x - 8}{4}; \end{cases} \text{ аналогично}$$

решения неравенства будем промежуток между корнями, т.е.  $1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$ ;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда получаем систему:

$$\begin{cases} 1,5y - 3 \leq x \leq 1,5y + 3, \\ 1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2, \end{cases}$$

Сложим их правые части, тогда:

$$1,5y + 1,5x - 5 \leq x + y,$$

$$0,5y + 0,5x \leq 5 \Rightarrow x + y \leq 10;$$

Аналогично сложим левые части:

$$x + y \leq 1,5y + 1,5x + 5,$$

$$-10 \leq x + y;$$

Заметим, что:

$$\begin{cases} 1,5y - 3 \leq x \\ 1,5x - 2 \leq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,5(1,5x - 2) - 3 \leq 1,5y - 3 \leq x \\ 2,25x - 3 - 3 \leq x \\ 1,25x \leq 6 \\ 5x \leq 24 \end{cases}$$

Заметим, что:

$$\begin{cases} x \leq 1,5y + 3, \\ y \leq 1,5x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1,5y + 3 \leq 1,5(1,5x + 2) + 3 \\ x \leq 2,25x + 6 \\ -6 \leq 1,25x, \\ -24 \leq 5x, \text{ тогда} \end{cases}$$

получаем, что:

$$\begin{cases} -10 \leq x + y \\ -24 \leq 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -50 \leq 5x + 5y \\ -120 \leq 5x - 24 \leq 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -74 \leq 10x + 5y - \\ \text{оценка} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Приведем пример:

$$x = -4,8, y = -5,2,$$

$$1) 10x + 5y = -48 - 26 = -74,$$

$$2) |-9,6 + 3 \cdot 5,2| = 6 \leq 6$$

$$3) |-14,4 + 10,4| = 4 \leq 4$$

$\Rightarrow$  такой пример подходит

Ответ:  $-74$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

Разберём оба случая:

1)  $A = 17p^2$ ,  $B = 15q^2$ , пусть  $m-2n = t$ , тогда:

$$A = t(t+13), \text{ т.к. } t \text{ и } t+13 \text{ — взаимно простые } \Rightarrow \text{ одна}$$

из них — квадрат, а, т.к.  $17 \nmid 2$ , то

$p^2 : 2$ , а взаимно простые натуральные числа, разделившиеся

каждым из них — 2, тогда  $p = 2$ :

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4, \text{ тогда единственная безразл. пара}$$

$$1) \quad \cancel{m-2n = 68} \quad m-2n = 4, \text{ тогда:}$$

$$\cancel{m-2n+13 = 1} \quad B = mn(4-2) = 2mn = 15q^2, \text{ тогда}$$

получаем, что  $q : 2 \Rightarrow q_1 = 2$ , тогда:

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m-2n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (4+2n)n = 30 \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n^2 + 4n - 30 = 0 \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=3 \\ n=-5 \notin \mathbb{N} \\ m=4+2n \end{cases} \Rightarrow n=3, m=10;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) A = 15q^2, B = 17p^2.$$

$$A = (m - 2n) / (m - 2n + 13) = 15q^2, \text{ аналогично (1), } q:2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 2, \text{ тогда:}$$

$$(m - 2n) / (m - 2n + 13) = 60, \text{ переберём все возможные}$$

$$\text{дробицы 60: } 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60,$$

$$60 = 60 \cdot 1 = 30 \cdot 2 = 20 \cdot 3 = 15 \cdot 4 = 12 \cdot 5 = 10 \cdot 6, \text{ отсюда}$$

видно, что не существуют пары дробиц, дающих

60, разность между числителями равна 13 ( $m - 2n + 13 - m - 2n =$

$= 13$ )  $\Rightarrow$  такой вариант невозможен;

$$\text{Ответ: } n = 3, m = 10.$$

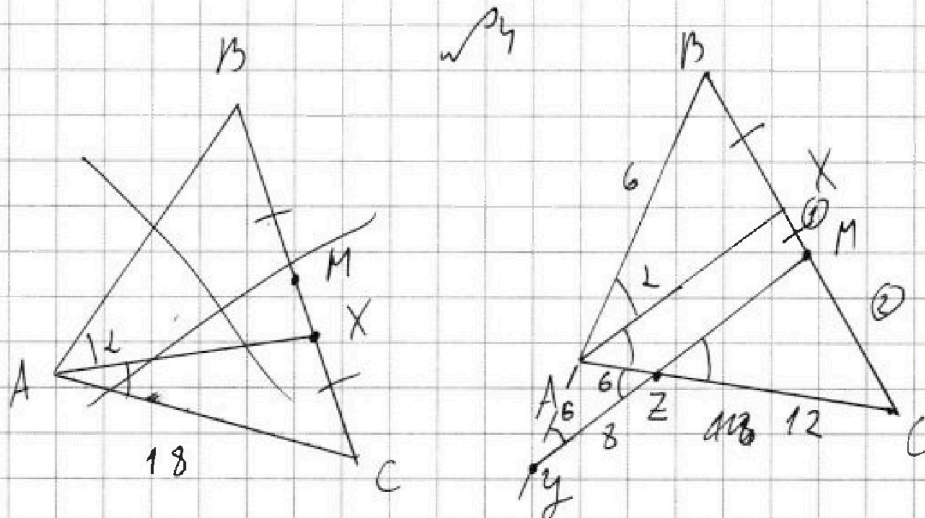
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



По Т. Симона:  $\frac{|BX|}{|XM|} = \frac{|AB|}{|AY|}$  и  $\frac{|XM|}{|AZ|} = \frac{|MC|}{|ZC|} \Leftrightarrow \frac{|XM|}{6} = \frac{|MC|}{12}$

$\Rightarrow \frac{|XM|}{|MC|} = \frac{1}{2}, (\widehat{BAX} = \widehat{XAC} = 2L)$

т.к.  $(XA) \parallel (YM)$ , то  $\widehat{XAZ} = \widehat{MZC} = 2L$ , как вертикальные,

тогда  $\widehat{AZY} = \widehat{MZC} = 2L$ , как вертикальные, а

$\widehat{YAZ} = 180^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - 2L \Rightarrow 180^\circ = \widehat{AYZ} + \widehat{AZY} + \widehat{YAZ}$

$= 180^\circ - 2L + 2L + \widehat{AYZ} \Rightarrow \widehat{AYZ} = L \Rightarrow \triangle AZY$  — равнобедренный

и.о.  $|AY| = |AZ| = 6$ , пусть  $|AB| = x$ , тогда по Т. о. Симона

$\frac{|BX|}{|XC|} = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{x}{18}$ , тогда применим Т. Менелая для

$\triangle ABC$  и  $MZY$ :

$\frac{|BX|}{|XC|} \cdot \frac{|CZ|}{|AZ|} \cdot \frac{|AY|}{|YB|} = 1 \Rightarrow \frac{x}{18 \cdot 6} \cdot \frac{6}{x} \cdot \frac{6}{x+6} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 6x = 0x + 54$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $|AC| = 2y$ , тогда  $|BM| = 2y$ ,  $|XM| = \frac{|MC|}{2} = y$ ,

тогда:  $\frac{|BX|}{|XM|} = \frac{|BM| - |XM|}{|XM|} = \frac{2y - y}{y} = 1 \Rightarrow |BX| = |XM|$ ,  
м.р. (AX) || (YM) и X - середина BM

тогда (AX) - средняя линия треугольника YMB  $\Rightarrow$

$$|YA| = |AB| = 6;$$

Уз  $\triangle AZY$  по Т. косинусов:  $\widehat{YAZ} = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{84}{72} = \frac{7}{6}$

$= \frac{1}{6}$ , тогда применим Т. косинусов для  $\triangle ABC$ :

$\widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{YAZ} \Rightarrow \cos \widehat{BAC} = -\cos \widehat{YAZ} = -\frac{1}{6}$ , тогда:

$$|BC| = \sqrt{|AB|^2 + |AC|^2 - 2 \cos \widehat{BAC} |AB| \cdot |AC|} =$$

$$= \sqrt{36 + 324 + 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 18} = \sqrt{384} =$$

$$= \sqrt{2^7 \cdot 3} = 8\sqrt{6};$$

Ответ:  $8\sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

Из условия заметим, что  $x, y \geq 0$ , тогда:

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

Рассмотрим функцию  $f(t) = 2t^5 + 4t^2 + \sqrt[4]{3t}$ ,

при  $t \geq 0$ :  $2t^5$  монотонно возрастает,  $4t^2$  также монотонно возрастает и  $\sqrt[4]{3t}$  монотонно

возрастает, тогда  $f(t)$  также монотонно

возрастает при  $t \geq 0$ , тогда значение этой

функции в точках  $x$  и  $y$  могут быть равны

тогда и только тогда, когда  $x = y$ , тогда равенство

(1) при  $x = y$ :

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}, \text{ пусть } \sqrt{x+4} = a \geq 0,$$

$$\sqrt{3-x} = b \geq 0, \text{ тогда } \sqrt{12-x-x^2} = ab \geq 0,$$

$$a - b + 5 = 2ab, \text{ при } x \geq 0: x+4 > 3-x, \text{ тогда}$$

$$a + 5 = 2ab + b, \text{ обе части уравнения положительны}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + 10a + 25 = 4a^2b^2 + 4ab^2 + b^2$$

или найдем D:

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ 12-x-x^2 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \neq 3 \\ x \in [-4; 3] \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [0; 3]$$

Положим:

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}, \text{ заменим,}$$

что при  $x \in [0; 3]$ :  $x+4 \uparrow$ ,  $3-x \downarrow$ ,  $12-x-x^2 \downarrow$ ,

тогда существуют единственные корни у этого уравнения,

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)}$$

Пусть  $\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 0 \stackrel{0, \text{ м. к. или } x \in [0; 3]: x+4 > 3-x \Rightarrow x > 0,5}{\Rightarrow} a^2 = x+4+3-x-2\sqrt{(x+4)(3-x)}$

$$= 7 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)}$$

тогда получаем:  $a + a^2 - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-2, < 0 \end{cases}$ , тогда:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 1,$$

$$x+4 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 3-x = 1 \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} = 3,$$

$$\begin{aligned} -x^2 - x + 12 &= 9 \\ x^2 + x - 3 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, \text{ т. к. } y = x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2},$$

$$\text{ответ: } \left( \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

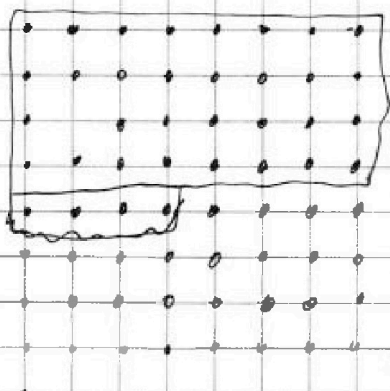
СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓<sub>6</sub>

Рассмотрим два случая:

1) Выбираем две точки симметричные относительно центра ~~двух~~ <sup>двух</sup> сторон, тогда при ~~повороте~~ <sup>повороте</sup> на  $0^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$  мы получим только две различные раскладки, без



таких раскладок  $\frac{8 \cdot 8}{2} = 32$

(берем одну из них и симметрично <sup>ли</sup> <sub>и</sub>, то, т.е., повернув её, мы получим две различные, но различные раскладки  $\frac{32}{2} = 16$ ;

2) Выбираем две точки несимметричные относительно центра ~~двух~~ <sup>двух</sup> сторон, тогда при ~~повороте~~ <sup>повороте</sup> мы можем получить только различные раскладки,

а без таких раскладок  $\frac{64 \cdot 63}{2} - 32$  <sup>32 - симметричные</sup> ~~ли~~ <sub>и</sub> а различные  $\frac{64 \cdot 63}{2} - 32$  <sup>ли</sup> <sub>и</sub> за ~~возможности~~ <sup>общее количество пар точек</sup> получить

четыре различные раскладки при повороте, тогда при ~~повороте~~ <sup>повороте</sup> ~~получим~~ <sup>получим</sup> различные раскладки



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \frac{\frac{64 \cdot 63}{2} - \frac{32}{2}}{4} + \frac{32}{2} = \frac{\frac{64 \cdot 63}{2} + 32}{4} = \frac{32 \cdot 63 + 32}{4}$$

$$= 3 \cdot 63 + 8 = 512$$

Ответ: 512.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq -6 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ 3x - 2y \geq -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$5x - 5y \leq 10$$

$$10x + 5y = 0$$

$$5x - 5y \geq -10$$

$$y = \frac{2}{5}x$$

$$x - y \leq 2$$

$$x - y \geq -2$$

$$y = 2 - x$$

$$x - y = 2$$

$$3x - 2y \leq 4$$

$$2x - 3y \leq 6$$

$$x + y \leq -2$$

$$3x - 2y \geq -4$$

$$2x - 3y \geq -6$$

$$x + y \geq 2$$

$$5x - 2y = 4$$

$$y = \frac{5}{2}x - 2$$

$$x - y \leq 2$$

$$-0,6 + 15$$

$$6x - 4y \leq 8$$

$$10,4 -$$

$$60 - 5y \leq 10$$

$$6x - 4y \geq -12$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$y \geq -2$$

$$4x - 6y \geq -12$$

$$9x - 6y \geq -4 \quad x = 24$$

$$-5x \geq 0 \quad y = -34$$

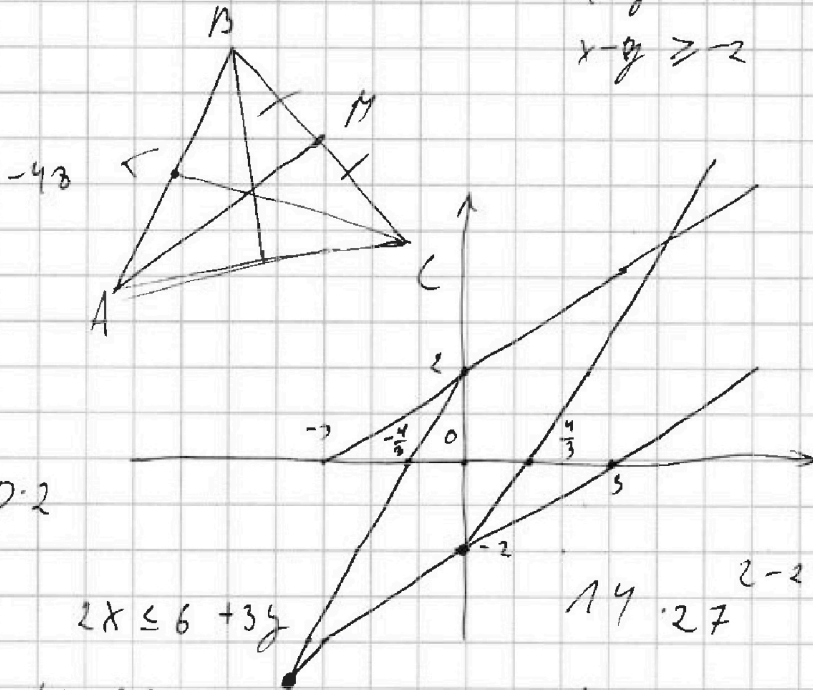
$$x \leq 0$$

$$-5x \geq 2y = 5x + 4$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$

$$\frac{3}{2}x + 2 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$24 \quad 0x + 12 = 4x - 12$$



$$2x \leq 6 + 3y$$

$$14 \cdot 27 \quad 2-2$$

$$4 \cdot 17$$

$$2x - 3y \leq 6 \quad | \cdot 3$$

$$x - y \leq 2$$

$$3x - 2y \leq 4 \quad | \cdot 2$$

$$-0,6 + 15$$

$$2x - 3y = 6$$

$$60 - 5y \leq 10$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$6x - 4y \geq -12$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$y \geq -2$$

$$2x - 3y = -6$$

$$2x - 4y$$

$$4x - 6y \geq -12$$

$$3y = 2x + 6$$

$$4x - 6y \geq -12$$

$$9x - 6y \geq -4 \quad x = 24$$

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

$$4x - 6y \geq -4$$

$$3x - 2y = -4$$

$$-5x \geq 0 \quad y = -34$$

$$-5x \geq 2y = 5x + 4$$

$$x \leq 0$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$

$$\frac{3}{2}x + 2 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$-48 \quad -26$$

$$-74$$

$$24 \quad 0x + 12 = 4x - 12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} = a$$

$$a - b + 5 =$$

$$x + y = 2$$

$$\sqrt{3-y} = b$$

$$x - 2y = -2$$

$$2x - y = 1$$

$$2x - y = 1$$

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0$$

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

$$y = 2x + 1$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 2x + 1$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = a$$

$$x = y$$

$$(2x - 3y)^2 \leq 36$$

$$1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$$

$$(3x - 2y)^2 \leq 16$$

$$3y - 6 \leq x \leq 3y - 16$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 \leq 36$$

$$3y - 6 + 1,5x - 2 \leq x + y$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 - 36$$

$$-0 \leq -0,5x - 2y$$

$$D = 36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4 = 144$$

$$x = \frac{3y \pm 12}{2} = 3y \pm 6$$

$$3y - 6 \leq x \leq 3y + 6$$

$$9x^2 - 12xy + 4y^2 - 16 \leq 0$$

x

$$D = 36x^2 - (9x^2 - 16) \cdot 4 = 64$$

$$y = \frac{6x \pm 8}{4} = 1,5x \pm 2$$

$$a^2 = x+4 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 3x$$

$$1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 \cdot d = 12 - 2x$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 4x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 - 24 + 24x$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 - 3 + 3x$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 4d$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 3 + 3x$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 12 + 2x = 2d$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 4x, \quad \begin{matrix} 1 & 6 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{matrix}$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 4x - 24 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 6x^2 + 4x - 24$$

$$\begin{matrix} -1 & -2 & -3 & -4 & -5 & -6 & -8 & -12 \\ & & & & & & & -24 \end{matrix}$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 4x - 24 = 0$$

$$13$$

$$3 \cdot 24 + 5 \cdot 4 - 4 \cdot 24$$

$$-1 \cdot (-2) - 4 - 8$$

$$48 - 192 + 216 - 16 - 24$$

$$0 - 3 + 13 - 3 - 8$$

$$5 \cdot \frac{1}{27} + 24 \cdot \frac{1}{27} + 54 \cdot \frac{1}{27} - \frac{4}{3} - 24$$

$$16 - 64 + 72 - 16 - 8$$

$$\frac{1}{27} - \frac{3}{9} + 6 - \frac{4}{3} - 24$$

$$33 - 33 = 0$$

$$3 \cdot 81 - 24 \cdot 27 + 54 \cdot 9 - 12 - 24$$

$$\begin{matrix} 1 & 3 & 13 & 8 & -8 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \end{matrix}$$

$$243 - 648 + 486 - 12 - 24$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 27 \\ \hline 168 \\ 48 \\ \hline 648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3 + 24 - 12 - 4 \\ \hline (x+2)^2 (x^2 + 4x - 2) \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_2 = a_1 + d = 12 - 2x$$

1.7

$$7a_1 + 70d = 84 - 14x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$6a_1 + 70d = -6x^2$$

$$6a_1 + 70d = -6x^2$$

$$6a_1 = 6x^2 + 14x + 84$$

$$6a_1 = 6x^2 - 14x + 84$$

$$20d = -12 + 2x + (x^2 + 4x)^2$$

$$30d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - x^2 + \frac{7}{3}x - 14$$

$$x^4 + 8x^3 + 15x^2 + \frac{7}{3}x - 14$$

$$a_1 + d = x^2 - \frac{7}{3}x + 14 - 6 + x + \frac{(x^2 + 4x)^2}{2} = 12 - 2x$$

$$\cancel{3x^2 - 7x + 24 + 5}$$

6.2

$$72 - 12x = 6x^2 - 14x + 84 - 36 + 6x + (x^2 + 4x)^2$$

$$72 - 12x = 6x^2 - 14x + 84 - 36 + 6x + x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 4x - 24 = 0 \quad -1 \quad -2 \quad -3 \quad -4$$

$$1 - 3 + 22 - 4 - 24 \quad -6 \quad -3 \quad -12 \quad -24$$

$$16 - 64 + 88 - 3 - 24$$

$$\frac{8 \cdot 7}{2}$$

$$31 - 8 \cdot 27 + 22 \cdot 4 - 12 - 24 = 0 \quad 31 - 216 + 198 - 12 - 24$$

$$12 - 2x + 60d = -6x^2$$

$$6x^2 - 2x + 12 = -60d$$