



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



$$\begin{array}{r} \times 03 \\ 504 \end{array}$$



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^{-1}$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -12 \quad -16 \\ -14 \quad -6 \\ -15 \quad -4 \\ -24 \quad +30 \\ -36 \quad +20 \end{array}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.

$$(17 \cdot 1 \cdot p \cdot p^2)$$

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

$$4 \quad 1 \cdot 5 \cdot 23$$

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{array}{r} 337 \\ 102 \\ 36 \\ 43 \\ 24 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 122 \\ 62 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x+4y^2}. \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 4 \quad 1 \cdot 3 \cdot 8 \\ 3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 9^2 \\ 1 \cdot 15 \end{array}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.



7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$\begin{array}{l} x^2 + x - 5,75 \\ 1 + 23 = x = 24 \\ t = 4 \end{array}$$

$$B = mn(m-2n-2)$$

$$t = 17$$

$$16 \cdot 8 = 24 = 2\sqrt{6} \quad \frac{121 \cdot 60 + 60}{4}$$

$$\begin{array}{l} 4 - 8\sqrt{6} + 6 - 8 \\ 4 + 4\sqrt{6} + 6 - 8 - 4\sqrt{6} - 2 \end{array}$$

$$\frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6} \quad t(t+13) = 17p^2$$

$$15 \cdot 121 + 60 \quad 12 - x - x^2 = 6,25$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Р₁

Для любой арифметической прогрессии имеем:

$a_n = a_1 + d(n-1)$, тогда имеем систему:

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + d, & (1) \\ a_4 = a_1 + 3d, & (2) \\ a_8 = a_1 + 7d, & (3) \end{cases}, \text{ тогда: } \begin{cases} (2)-(1) \Rightarrow a_4 - a_2 = 2d \\ (3)-(2) \Rightarrow a_8 - a_4 = 4d \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(a_4 - a_2) = a_8 - a_4,$$

$$2((x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x) = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2,$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0, \quad | : 3$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0,$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \quad (\text{По Т. о рациональных корней}$$

многочлена найдем корни $x = -2$ и применим

по схеме Горнера $\begin{array}{r|rrrr|rr} 1 & -8 & 18 & 8 & -8 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \end{array}$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0 \quad (\text{аналогично } x = -2 \text{ - корень,}$$

$$\begin{array}{r|rrr|r} 1 & 6 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0, \\ x^2 + 4x - 2 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = -2 \pm \sqrt{6}, \\ x = -2 - \sqrt{6}, \end{cases}$$

Ответ: $\{-2 \pm \sqrt{6}; -2\}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 2

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}, \text{ т.к. обе части обеих неравенств не отрица-} \\ \text{тельны, то} \begin{cases} (2x-3y)^2 \leq 36, & (1) \\ (3x-2y)^2 \leq 16, & (2) \end{cases}$$

1) решим уравнение:

$$(2x-3y)^2 = 36, \text{ отнесем только к } x \\ 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6y \pm \sqrt{36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4}}{4} \\ x = \frac{6y - \sqrt{36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6y + \sqrt{36 \cdot 4}}{4} \\ x = \frac{6y - \sqrt{36 \cdot 4}}{4} \end{cases}, \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6y + 12}{4}, & \downarrow \\ x = \frac{6y - 12}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5y + 3, \\ x = 1,5y - 3; \end{cases}$$

Получа решив неравенства будем промежуток между корнями, т.е. $1,5y + 3 \leq x \leq 1,5y - 3$;

2) решим уравнение:

$$(3x-2y)^2 = 16, \text{ отнесем только к } y: \\ 9y^2 - 12xy + 9x^2 - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x \pm \sqrt{36x^2 - 4(9x^2 - 16)}}{4} \\ y = \frac{6x - \sqrt{36x^2 - 4(9x^2 - 16)}}{4} \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x + \sqrt{4 \cdot 16}}{4} \\ y = \frac{6x - \sqrt{4 \cdot 16}}{4} \end{cases}, \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{6x + 8}{4}, \\ y = \frac{6x - 8}{4} \end{cases}; \text{ аналогично}$$

решив неравенства будем промежуток между корнями, т.е. $1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда получаем систему:

$$\begin{cases} 1,5y - 3 \leq x \leq 1,5y + 3, \\ 1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2, \end{cases}$$

Сложим их правые части, тогда:

$$1,5y + 1,5x - 5 \leq x + y,$$

$$0,5y + 0,5x \leq 5 \Rightarrow x + y \leq 10;$$

Аналогично сложим левые части:

$$x + y \leq 1,5y + 1,5x + 5,$$

$$-10 \leq x + y;$$

Заметим, что:

$$\begin{cases} 1,5y - 3 \leq x \\ 1,5x - 2 \leq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,5(1,5x - 2) - 3 \leq 1,5y - 3 \leq x \\ 2,25x - 3 - 3 \leq x \\ 1,25x \leq 6 \\ 5x \leq 24 \end{cases}$$

Заметим, что:

$$\begin{cases} x \leq 1,5y + 3, \\ y \leq 1,5x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1,5y + 3 \leq 1,5(1,5x + 2) + 3 \\ x \leq 2,25x + 6 \\ -6 \leq 1,25x, \\ -24 \leq 5x, \text{ тогда} \end{cases}$$

получаем, что:

$$\begin{cases} -10 \leq x + y \\ -24 \leq 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -50 \leq 5x + 5y \\ -120 \leq 5x - 24 \leq 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -74 \leq 10x + 5y \\ \text{окунка} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Приведем пример:

$$x = -4,8, y = -5,2,$$

$$1) 10x + 5y = -48 - 26 = -74,$$

$$2) |-9,6 + 3 \cdot 5,2| = 6 \leq 6$$

$$3) |-14,4 + 10,4| = 4 \leq 4$$

\Rightarrow такой пример подходит

Ответ: -74 .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

Разберём оба случая:

1) $A = 17p^2$, $B = 15q^2$, пусть $m-2n = t$, тогда:

$$A = t(t+13), \text{ т.к. } t \text{ и } t+13 \text{ — взаимно простые } \Rightarrow \text{оба}$$

фактора из них являются факторами, а, т.к. 17×2 , то

$p^2 : 2$, а взаимно простые натуральные числа, разложившиеся

каждым числом $- 2$, тогда $p = 2$:

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4, \text{ тогда единственная безразличная}$$

~~1) $m-2n = 68$ $m-2n = 4$, тогда:~~

~~$m-2n+13 = 1$~~ $B = mn(4-2) = 2mn = 15q^2$, тогда

получаем, что $q : 2 \Rightarrow q = 2$, тогда:

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m-2n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (4+2n)n = 30 \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n^2 + 4n - 30 = 0 \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=3 \\ n=-5 \notin \mathbb{N} \\ m=4+2n \end{cases} \Rightarrow n=3, m=10;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) A = 15q^2, B = 17p^2:$$

$$A = (m - 2n) / (m - 2n + 13) = 15q^2, \text{ аналогично (1), } q:2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 2, \text{ тогда:}$$

$$(m - 2n) / (m - 2n + 13) = 60, \text{ переберём все возможные}$$

$$\text{дробицы } 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60,$$

$$60 = 60 \cdot 1 = 30 \cdot 2 = 20 \cdot 3 = 15 \cdot 4 = 12 \cdot 5 = 10 \cdot 6, \text{ отсюда}$$

видно, что не существуют пары дробиц, дроблющая

60, разность между числителями равна 13 ($m - 2n + 13 - m - 2n =$

$= 13$) \Rightarrow такой вариант невозможен;

$$\text{Ответ: } n = 3, m = 10.$$

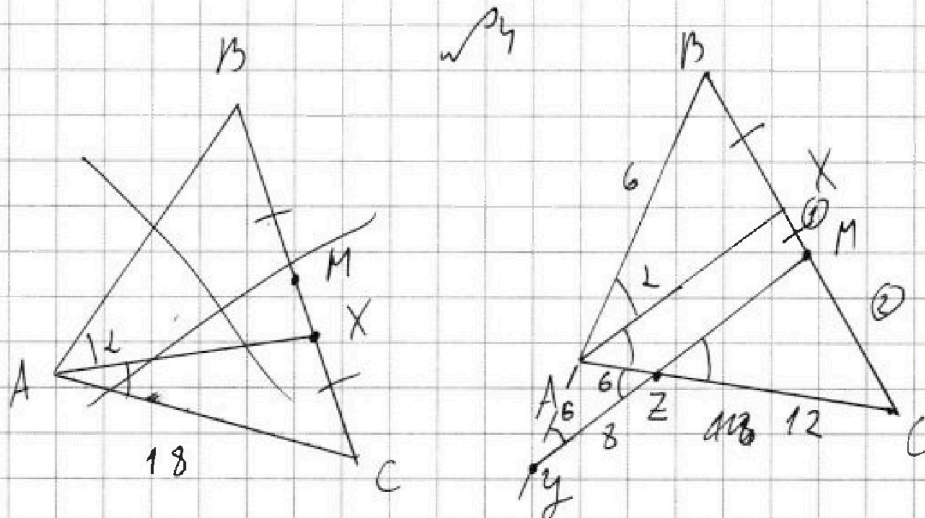
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



По Т. Симона: $\frac{|BX|}{|XM|} = \frac{|AB|}{|AY|}$ и $\frac{|XM|}{|AZ|} = \frac{|MC|}{|ZC|} \Leftrightarrow \frac{|XM|}{6} = \frac{|MC|}{12}$

$\Rightarrow \frac{|XM|}{|MC|} = \frac{1}{2}, (\widehat{BAX} = \widehat{XAC} = \alpha)$

т.к. $(XA) \parallel (YM)$, то $\widehat{XAZ} = \widehat{MZC} = \alpha$, как вертикальные,

тогда $\widehat{AZY} = \widehat{MZC} = \alpha$, как вертикальные, а

$\widehat{YAZ} = 180^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow 180^\circ = \widehat{AYZ} + \widehat{AZY} + \widehat{YAZ}$

$= 180^\circ - 2\alpha + \alpha + \widehat{AYZ} \Rightarrow \widehat{AYZ} = \alpha \Rightarrow \triangle AZY$ — равнобедренный

и.о. $|AY| = |AZ| = 6$, пусть $|AB| = x$, тогда по Т. о. подобия

$\frac{|BX|}{|XC|} = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{x}{18}$, тогда применим Т. Менелая для

$\triangle ABC$ и MZY :

$\frac{|BX|}{|XC|} \cdot \frac{|CZ|}{|AZ|} \cdot \frac{|AY|}{|YB|} = 1 \Rightarrow \frac{x}{18 \cdot 6} \cdot \frac{6}{x} \cdot \frac{6}{x+6} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 6x = 0x + 54$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $|AC| = 2y$, тогда $|BM| = 2y$, $|XM| = \frac{|MC|}{2} = y$,

тогда: $\frac{|BX|}{|XM|} = \frac{|BM| - |XM|}{|XM|} = \frac{2y - y}{y} = 1 \Rightarrow |BX| = |XM|$,
м.р. (AX) || (YM) и X - середина BM

тогда (AX) - средняя линия треугольника YMB \Rightarrow

$$|YA| = |AB| = 6;$$

Уз $\triangle AZY$ по Т. косинусов: $\widehat{YAZ} = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{84}{72} = \frac{7}{6}$

$= \frac{1}{6}$, тогда заменим Т. косинусов для $\triangle ABC$:

$\widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{YAZ} \Rightarrow \cos \widehat{BAC} = -\cos \widehat{YAZ} = -\frac{1}{6}$, тогда:

$$|BC| = \sqrt{|AB|^2 + |AC|^2 - 2 \cos \widehat{BAC} |AB| \cdot |AC|} =$$

$$= \sqrt{36 + 324 + 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 18} = \sqrt{384} =$$

$$= \sqrt{2^7 \cdot 3} = 8\sqrt{6};$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

Из условия заметим, что $x, y \geq 0$, тогда:

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

Рассмотрим функцию $f(t) = 2t^5 + 4t^2 + \sqrt[4]{3t}$,

при $t \geq 0$: $2t^5$ монотонно возрастает, $4t^2$ также монотонно возрастает и $\sqrt[4]{3t}$ монотонно

возрастает, тогда $f(t)$ также монотонно

возрастает при $t \geq 0$, тогда значение этой

функции в точках x и y могут быть равны

тогда и только тогда, когда $x = y$, тогда равенство

(1) при $x = y$:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}, \text{ пусть } \sqrt{x+4} = a \geq 0,$$

$$\sqrt{3-x} = b \geq 0, \text{ тогда } \sqrt{12-x-x^2} = ab \geq 0,$$

$$a - b + 5 = 2ab, \text{ при } x \geq 0: x+4 > 3-x, \text{ тогда}$$

$$a + 5 = 2ab + b, \text{ обе части уравнения положительны}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + 10a + 25 = 4a^2b^2 + 4ab^2 + b^2$$

или найдем D:

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ 12-x-x^2 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \neq 3 \\ x \in [-4; 3] \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [0; 3]$$

Положим:

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}, \text{ заменим,}$$

что при $x \in [0; 3]$: $x+4 \uparrow$, $3-x \downarrow$, $12-x-x^2 \downarrow$,

тогда существуют единственные корни у этого уравнения,

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)}$$

Пусть $\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 0 \stackrel{0, \text{ м. к. или } x \in [0; 3]: x+4 > 3-x \Rightarrow x > 0,5}{\Rightarrow} a^2 = x+4+3-x-2\sqrt{(x+4)(3-x)}$

$$= 7 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)}$$

тогда получаем: $a + a^2 - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-2, < 0 \end{cases}$, тогда:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 1,$$

$$x+4 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 3-x = 1 \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} = 3,$$

$$\begin{aligned} -x^2 - x + 12 &= 9 \\ x^2 + x - 3 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, \text{ т. к. } y = x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2},$$

$$\text{ответ: } \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

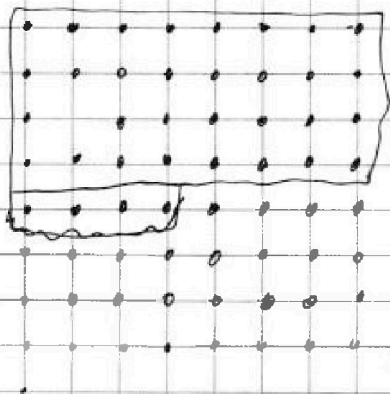
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Засчитываются два случая:

1) Выбираем две точки симметричные относительно центра доски, тогда при повороте на $0^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ мы получим только две различные раскладки, всего таких раскладок $\frac{8 \cdot 8}{2} = 32$



(берем одну из них и симметризируем), но, т.к., повернув её, мы получим две различные, то различных раскладок $\frac{32}{2} = 16$.

2) Выбираем две точки несимметричные относительно центра доски, тогда при всех поворотах мы получим только восемь различных раскладок, а всего таких раскладок $\frac{64 \cdot 63}{2} = 2016$, а различных $\frac{64 \cdot 63}{2} - 32 = 1984$ (из-за отсутствия симметрии).
 $\frac{64 \cdot 63}{2} - 32$ из-за отсутствия симметрии
 четыре различные раскладки при повороте, тогда при повороте симметричных раскладок



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \frac{\frac{64 \cdot 63}{2} - \frac{32}{2}}{4} + \frac{32}{2} = \frac{\frac{64 \cdot 63}{2} + 32}{4} = \frac{32 \cdot 63 + 32}{4}$$

$$= 3 \cdot 63 + 8 = 512$$

Ответ: 512.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq -6 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ 3x - 2y \geq -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$5x - 5y \leq 10$$

$$10x + 5y = 0$$

$$5x - 5y \geq -10$$

$$y = \frac{2}{5}x$$

$$x - y \leq 2$$

$$x - y \geq -2$$

$$y = 2 - x$$

$$x - y = 2$$

$$3x - 2y \leq 4$$

$$2x - 3y \leq 6$$

$$x + y \leq -2$$

$$3x - 2y \geq -4$$

$$2x - 3y \geq -6$$

$$x + y \geq 2$$

$$5x - 2y = 4$$

$$y = \frac{5}{2}x - 2$$

$$x - y \leq 2$$

$$-0,6 + 15$$

$$6x - 4y \leq 8$$

$$10,4 -$$

$$60 - 5y \leq 10$$

$$6x - 5y \geq -13$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$y \geq -2$$

$$4x - 6y \geq -12$$

$$x = -4,8$$

$$y = -5,2$$

$$4x - 6y \geq -12$$

$$9x - 6y \geq -4 \cdot 2 \quad x = 24$$

$$9x - 6y \geq -4$$

$$3x - 2y = -4$$

$$-5x \geq 0 \quad y = -34$$

$$-5x \geq 2y = 3x + 4$$

$$x \leq 0$$

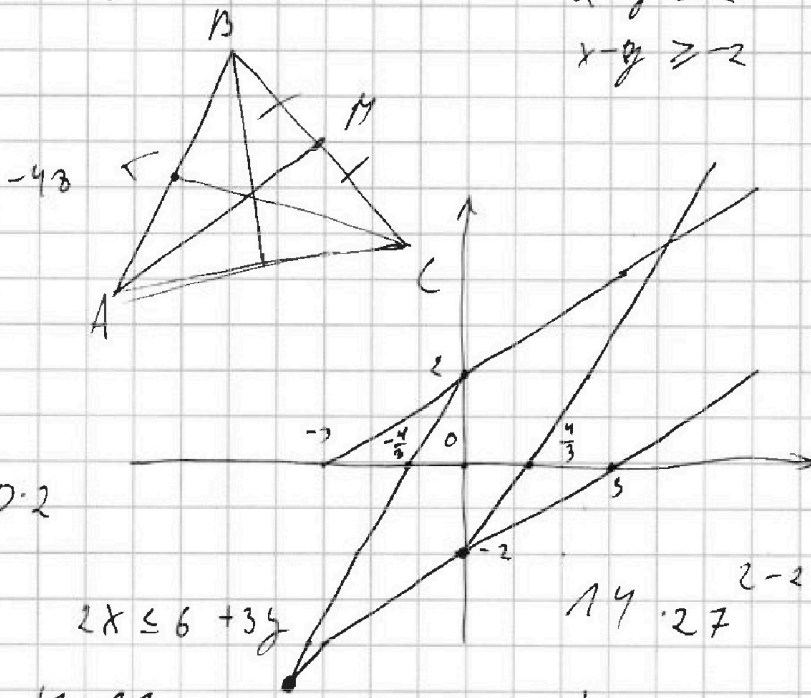
$$-48 - 26$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$

$$\frac{3}{2}x + 2 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$-74$$

$$24 \quad 0x + 12 = 4x - 12$$



$$2x \leq 6 + 3y$$

$$4 \cdot 17$$

$$2x - 3y = 6$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$2x - 3y = -6$$

$$3y = 2x + 6$$

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} = a$$

$$a - b + 5 =$$

$$x + y = 2$$

$$\sqrt{3-y} = b$$

$$x - 2y = -2$$

$$2x - y = 1$$

$$2x - y = 1$$

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0$$

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$y = \frac{x}{2} + 1$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

$$y = 2x + 1$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 2x + 1$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = a$$

$$x = y$$

$$(2x - 3y)^2 \leq 36$$

$$1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$$

$$(3x - 2y)^2 \leq 16$$

$$3y - 6 \leq x \leq 3y - 16$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 \leq 36$$

$$3y - 6 + 1,5x - 2 \leq x + y$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 - 36$$

$$-0 \leq -0,5x - 2y$$

$$D = 36y^2 - (9y^2 - 36) \cdot 4 = 144$$

$$x = \frac{3y \pm 12}{2} = 3y \pm 6$$

$$3y - 6 \leq x \leq 3y + 6$$

$$9x^2 - 12xy + 4y^2 - 16 \leq 0$$

x

$$D = 36x^2 - (9x^2 - 16) \cdot 4 = 64$$

$$y = \frac{6x \pm 8}{4} = 1,5x \pm 2$$

$$a^2 = x+4 - 2\sqrt{(x+4)(3-y)} + 3x$$

$$1,5x - 2 \leq y \leq 1,5x + 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 \cdot d = 12 - 2x$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 4x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 - 24 + 4x$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 - 8 + 8x$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 4d$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 8 + 8x$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 12 + 2x = 2d$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 - 24 + 4x, \quad \begin{matrix} 1 & 6 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{matrix}$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 4x - 24 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 6x^2 + 4x - 24$$

$$\begin{matrix} -1 & -2 & -3 & -4 & -5 & -6 & -8 & -12 \\ & & & & & & & -24 \end{matrix}$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 4x - 24 = 0$$

$$13$$

$$3 \cdot 24 + 5 \cdot 4 - 4 \cdot 24$$

$$-1 \cdot (-2) - 4 - 8$$

$$48 - 192 + 216 - 16 - 24$$

$$0 - 8 + 18 - 8 - 8$$

$$5 \cdot \frac{1}{27} + 24 \cdot \frac{1}{27} + 54 \cdot \frac{1}{27} - \frac{4}{3} - 24$$

$$16 - 64 + 72 - 16 - 8$$

$$\frac{1}{27} - \frac{8}{9} + 6 - \frac{4}{3} - 24$$

$$88 - 88 = 0$$

$$3 \cdot 81 - 24 \cdot 27 + 54 \cdot 9 - 12 - 24$$

$$\begin{matrix} 1 & 8 & 18 & 8 & -8 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \end{matrix}$$

$$243 - 648 + 486 - 12 - 24$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 27 \\ \hline 168 \\ 48 \\ \hline 648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -8 + 24 - 12 - 4 \\ \hline (x+2)^2 (x^2 + 4x - 2) \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_2 = a_1 + d = 12 - 2x$$

1.7

$$7a_1 + 70d = 84 - 14x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$6a_1 + 70d = -6x^2$$

$$6a_1 + 70d = -6x^2$$

$$6a_1 = 6x^2 + 14x + 84$$

$$6a_1 = 6x^2 - 14x + 84$$

$$20d = -12 + 2x + (x^2 + 4x)^2$$

$$30d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - x^2 + \frac{7}{3}x - 14$$

$$x^4 + 8x^3 + 15x^2 + \frac{7}{3}x - 14$$

$$a_1 + d = x^2 - \frac{7}{3}x + 14 - 6 + x + \frac{(x^2 + 4x)^2}{2} = 12 - 2x$$

$$\cancel{3x^2 - 7x + 24 + 5}$$

6.2

$$72 - 12x = 6x^2 - 14x + 84 - 36 + 6x + (x^2 + 4x)^2$$

$$72 - 12x = 6x^2 - 14x + 84 - 36 + 6x + x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 4x - 24 = 0 \quad -1 \quad -2 \quad -3 \quad -4$$

$$1 - 3 + 22 - 4 - 24 \quad -6 \quad -3 \quad -12 \quad -24$$

$$16 - 64 + 88 - 3 - 24$$

$$\frac{8.7}{2}$$

$$31 - 8 \cdot 27 + 22 \cdot 4 - 12 - 24 = 0 \quad 31 - 216 + 198 - 12 - 24$$

$$12 - 2x + 60d = -6x^2$$

$$6x^2 - 2x + 12 = -60d$$