



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} + \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18 \quad a_7 = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3x^4$$

$$\begin{cases} a_7 = a_5 + 2d \\ a_{11} = a_7 + 4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x^2 - 4x)^2 = 2(6x + 18) + 4d \\ -3x^4 = (x^2 - 4x)^2 + 4d \end{cases}$$

$$2x^4 - 16x^3 + 32x^2 + 3x^2 = 12x + 36 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x_{1,2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

ответ:  $x \in \{2 - \sqrt{7}; 2; 2 + \sqrt{7}\}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x+4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 & (*) \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 & (**) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-6 \leq 4x \leq 6+3y \\ 4y-8 \leq 3x \leq 8+4y \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 7y-14 \leq 17x \leq 14+7y \\ (1) & 14y-28 \leq 14x \leq 28+14y \end{aligned}$$

С правой стороны, (\*) (1)

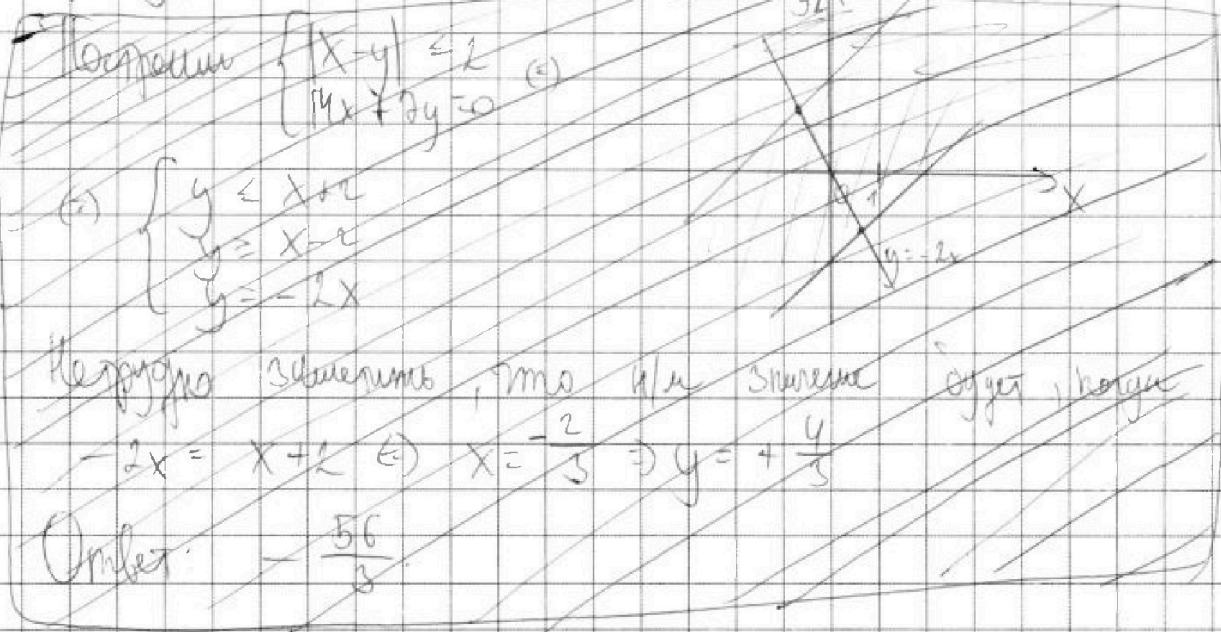
$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} 6+x \geq 3y \geq 4x-6 \\ 8+3x \geq 4y \geq 3x-8 \end{cases} + \\ & \hline & 14+7x \geq 7y \geq 7x-14 \quad (2) \end{aligned}$$

Округлаем (1) и (2):  $14y+7x-42 \leq 14x+7y \leq 14y+7x+42$

Или наименьшее будет, когда  $14y+7x-42 = 14x+7y$   
 $7y = 7x + 42$   
 $y = x + 6$

Или также из (\*), считав строки, это

$$|x-y| \leq 2 \Rightarrow \text{интервал } y \text{ при } y = x-2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-14(x-2) + 2x - 42 = 4x + 8(x-2)$$

$$-8x = 28 - 42 = 7x - 14$$

$$14x = -56$$

$$x = -4 \Rightarrow y = -6$$

Ответ:  $-98$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn - n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 2mn = mn(m-n+3)$$

Рассм. вариант, когда  $A = 13p^2$ ;  $B = 3q^2$ .

$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot p \cdot p \quad mn(m-n+3) = 3 \cdot q \cdot q$$

Число  $B$  раскладывается на 3 множителя:  $m, n, m-n+3$ . Два из них должны быть равны. Очевидно, что  $m \neq n$ , иначе число  $A = 0$ . Рассм.  $m = m-n+3$ . Тогда  $n=3$ ;  $q = m - 3$  — простое число.

$$A = (m-3)(m+6) = 13 \cdot p \cdot p. \quad \text{т.к. } 13 - \text{ простое число, то}$$

либо  $m-3$ , либо  $m+6$  должно быть равно 13. Пусть  $m=7$  (простое), тогда  $p=2$ .  $A = 13 \cdot 2 \cdot 2$ ;  $B = 3 \cdot 3 \cdot 7$ ;

$m=3$ ;  $n=3$  — первая пара негодная. Рассмотрим

$n = m-n+3$ . Тогда  $m=3$  и  $n=3$ . Число  $A$  снова 0. Не подходит. Рассмотрим число  $A$ , взяв из его

два множителя это 13, другой — квадрат простого числа. Если  $m-n+9 = 13$ , то  $m-n=4$  и далее рассмотрели все случаи  $m=7$ ;  $n=3$ . Если  $m-n=13$ , то  $A = 13 \cdot 22$ , но 22 — не квадрат простого числа.

Рассм. вариант, когда  $A = 3 \cdot q^2$ ;  $B = 13p^2$

$$A = (m-n)(m-n+9) = 3 \cdot q \cdot q \quad B = mn(m-n+3) = 13 \cdot p \cdot p$$

То аналогично выше.

1)  $m = m-n+3 = p$  хотя бы  $n=3 \neq 13$ , но  $\sqrt{}$  один из множителей  $B$  должен

быть равен 13. Преположим

2)  $n = m-n+3$ . Тогда  $m=13$ ;  $n=8 \Rightarrow B = 13 \cdot 8 \cdot 8$ , но  $p$ -простое

$n=13$ ;  $n=26 \Rightarrow B = 13 \cdot 26 \cdot 26$ , но  $p$ -простое

оба варианта не подходят.

3)  $m-n=3$ . Тогда  $A = 3 \cdot 12$ , но 12 — не квадрат простого числа.

4)  $m-n+9=3$ .  $m-n=-6$ .  $A = -6 \cdot 3$ , но  $A \geq 0$ .

Ответ:  $(7; 3)$ .

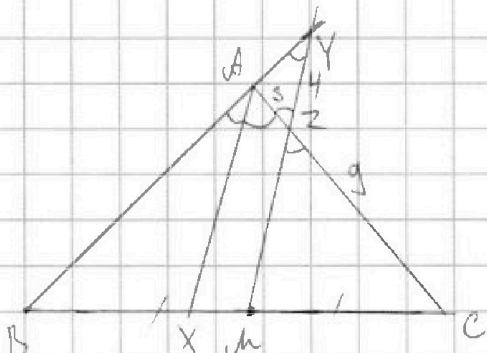
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} AX &= \delta/a & BM &= MC & AX &\parallel YZ \\ AC &= 12 & AZ &= 3 & YZ &= 4 \\ ZC &= AC - AZ = 9 \\ \angle BAX &= \angle XAC \quad (\alpha - \delta/a) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \angle AYM &= \angle BAX \quad (\text{соот. углы при } AX \parallel YZ \text{ и сек. } AY) \\ \angle AZY &= \angle XAC \quad (\text{н/д углы при } AX \parallel ZY \text{ и сек. } AZ) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle AZY - \text{р/б} \Rightarrow AZ = AY = 3.$$

По теореме косинусов для  $\triangle AZY$ :

$$\cos \angle AZY = \frac{3^2 + 9^2 - 4^2}{2 \cdot 3 \cdot 9} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \angle AZY = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

По теореме Менелая для  $\triangle ABC$ :

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{ZC}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$1 \cdot 3 \cdot \frac{3}{YB} = 1 \Rightarrow YB = 9 \Rightarrow AB = 6$$

По теореме косинусов для  $\triangle ABC$   $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$$\cos \angle BAC = \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -\frac{1}{9}$$

По теореме косинусов для  $\triangle ABC$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle BAC} = \sqrt{36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{108} = 14 \end{aligned}$$

Ответ:  $BC = 14$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x+y} & (2) \end{cases}$$

(2)  $a = \sqrt[4]{x}$   $b = \sqrt[4]{y}$  ( $a, b \geq 0$ )

$$4(a^{16} - b^{16}) + (a^4 - b^4) + 5(a - b) = 0$$

$$(a-b) \underbrace{(4(a^8+b^8)(a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b))}_{\geq 0 (a,b \geq 0)} + \underbrace{(a^2+b^2)(a+b)}_{\geq 0} + 5 = 0$$

То есть выражение может быть 0 только если  $a=b$

$$\sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{y}$$

$$x = y \quad (x, y \geq 0)$$

(1)  $\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$

О.О.З.:  $\begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 5 \\ -x^2 - x + 30 \geq 0 \end{cases}$

(-) ~~т.к. левая сторона  $-x^2 - x + 30$  то функция  $x$  принимает  $-\frac{1}{2}$~~

(-)  $x \in [0; 5]$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6} + 5 &= 2\sqrt{(x+6)(5-x)} + \sqrt{5-x} \\ 2x^2 + 3x - 47 &= \sqrt{x+6} \sqrt{5-x} \end{aligned}$$

- левая в к.т., т.к. все члены  $> 0$

$$4x^4 + 8x^3 + 193x^2 - 187x + 2059 = 0$$

На промежутке  $x \in [0; 5]$   $x^4$  и  $x^3 \uparrow \Rightarrow 4x^4 + 8x^3 + 193x^2 \uparrow$ ,  $-187x \downarrow$ .

не трудно заметить, что в данном диапазоне корней нет, т.к. значение многочлена  $> 0$ .

Ответ: решений нет.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего узлов сети 64. Всего способов выбрать 2 узла, тем самым переопределить  $C_{64}^2 = \frac{64!}{2!62!} = \frac{64 \cdot 63}{2}$

Три поворота квадрата вокруг ~~каждого~~ <sup>узла</sup> дает еще 3, если эти ~~два~~ <sup>узла</sup> не симметричны относительно главной диагонали. То каждому из сторон диагонали имеет 28 узлов, то есть способов выбрать такого симметричного пары 56. Также можно учесть ~~те же~~ <sup>узлы</sup> меньшие на ~~симметричных~~ <sup>диагоналях</sup>, ~~их~~ ~~способов~~ ~~выбрать~~ ~~пару~~ ~~на~~ ~~них~~  $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2}$  то есть еще + 8.

Итого получается  $\frac{64 \cdot 63}{2} - 64 + \frac{64}{2} = 280$

Ответ: 280 способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

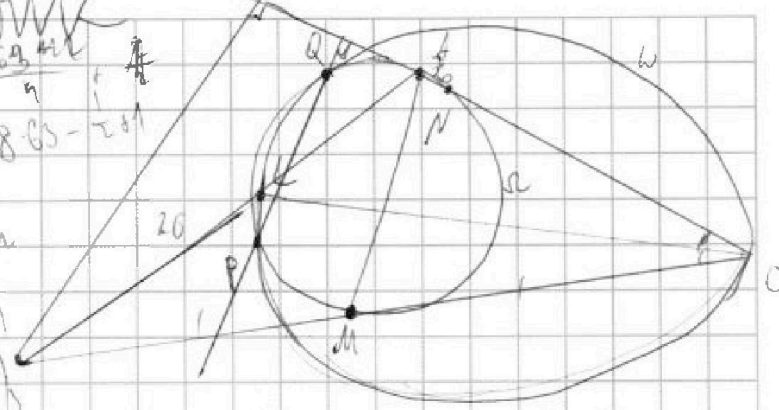
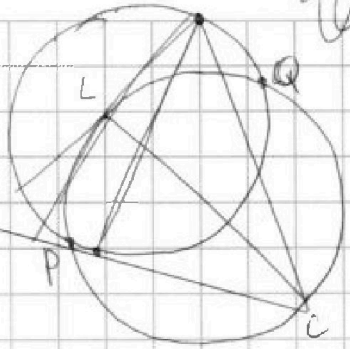


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

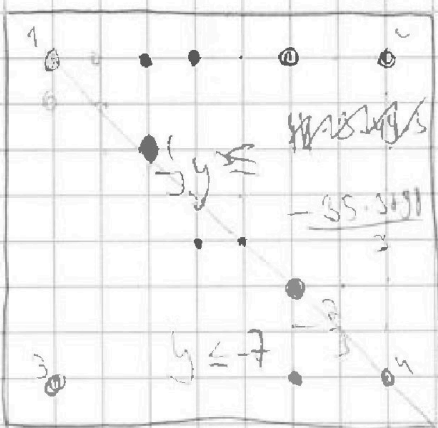
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

*Черновик*



$$\sqrt{x+0} + 5 = 2\sqrt{5-y}(x+0) = \sqrt{5-x} \quad (x-y) \leq 2 \quad -14 \leq 2x-2y \leq 14$$

$$x + 6 + 25 + 10\sqrt{x+0} = 4(30+x+x^2) + 5-x + 2\sqrt{5-x}\sqrt{x+0}$$



$$6^4 \quad C_{64}^2 = \frac{64!}{2!62!} = \frac{64 \cdot 63}{2 \cdot 1} = 2016$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 0$$

$$-8 \leq 3x - 9y \leq 8$$

$$4x - 3y \leq 0$$

$$\frac{4}{3}x - 4y \leq 8 \quad (*)$$

$$3x - \frac{9}{4}y \leq 0$$

$$2x - 4y \leq 8$$

$$4x - 3y \leq 0$$

$$4x - \frac{16}{3}y \leq \frac{32}{3}$$

$$-\frac{9}{3} - \frac{16}{3}y \leq$$

$$4x - \frac{25}{3}y$$

$$20y - 35 \geq 2y + 14x \geq 20y - 63$$

$$4x - 3y = -0.14 + 2x \geq 2y \geq 2x - 14$$

$$3x - 9y = -8$$

$$3x - \frac{9}{4}y = -\frac{16}{4}$$

$$6x - (\frac{9}{4} - 4)y \geq -\frac{16}{4} - 8$$

$$6x + \frac{2}{4}y \geq -\frac{50}{4}$$

$$24x + 2y \geq -50$$

$$3x - \frac{25}{4}y \leq -\frac{60}{4}$$

$$24x - 25y \geq -50$$

$$4x - 3y \geq -6$$

$$10x - \frac{10 \cdot 4}{5}y \geq -1 \cdot \frac{10}{5}$$

$$6x - \frac{40}{5}y \geq -\frac{10}{5}$$

$$14x - \frac{40}{5}y \geq -\frac{98}{5}$$

$$14x \geq \frac{40}{5}y - \frac{98}{5}$$

$$21x \geq 20y - 49$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

42 P 10 BUK

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$\sqrt{x+6} (1 - \sqrt{5-x}) - \sqrt{5-x} (\sqrt{x+6} + 1) + 5 = 0$$

$$x + 31 + 10\sqrt{x+6} = \frac{1}{\sqrt{5-x}} - \frac{1}{\sqrt{x+6}} + 5 = 2$$

$$= -1x^2 - 4x + 120 + 5 - x + 4(5-x)\sqrt{x+6}$$

$$4x^2 + 6x - 94 = 10(\sqrt{x+6} - 4x\sqrt{x+6}) = \sqrt{x+6}(10 - 4x)$$

$$2x^2 + 3x - 47 = \sqrt{x+6}(5 - 2x)$$

$$4x^4 + 8x^3 + 193x^2 - 188x + 2059 = 0$$

$$4 \cdot 5^4 + 8 \cdot 125 + 193 \cdot 25 - 188 \cdot 5 + 2059 = 0$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$14 \leq 2x \leq 7x - 14$$

$$3y - 6 \leq 4x \leq 6 + 3y$$

$$4y - 8 \leq 3x \leq 8 + 4y$$

$$2y - 14 \leq 2x \leq 14 + 2y$$

$$14y - 28 \leq 14x \leq 28 + 14y$$

$$14y + 2x - 14 \leq 7y + 14x \leq 14y + 2x + 14$$

$$14y + 2x - 14 \leq 7y + 14x$$

$$7y - 14 \leq 2x$$

$$y - x \leq 2$$

$$x \geq y - 2$$

$$-6 - 4x \leq -3y$$

$$6 + 4x \geq 3y$$

$$y = -2x$$

$$y = 2 + x$$

$$2 = 3x$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{4 \cdot 2}{3} + \frac{17 \cdot 4}{3}$$

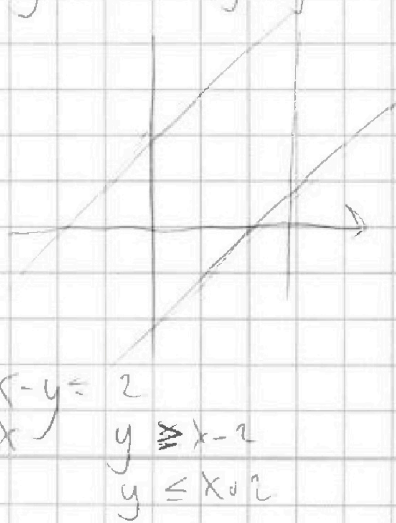
$$\frac{-28 - 28}{3} = \frac{-56}{3}$$

$$-2 \leq x - y \leq 2$$

$$y - 2 \leq x$$

$$y \geq x - 2$$

$$y \leq x + 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

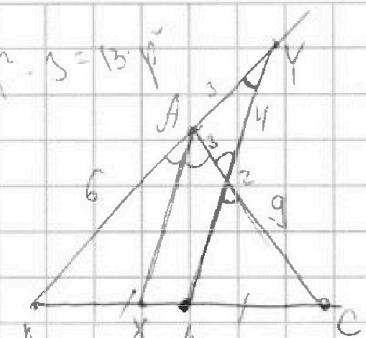
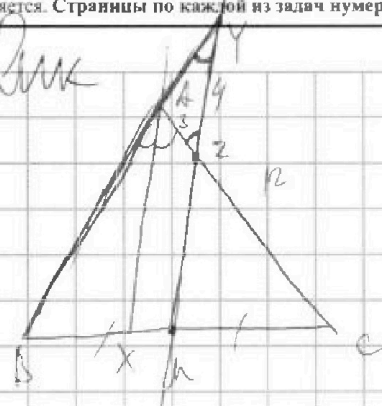
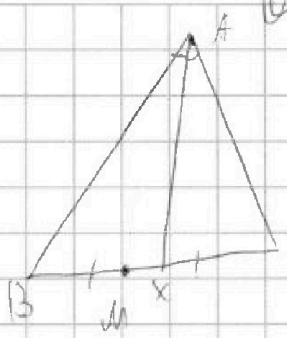


- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

*Черновик*



$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1 \quad \frac{AY}{PY} = \frac{1}{5} \quad \frac{3}{AY} = \frac{1}{3} \quad AY = 9$$

$$\cos 60 = \frac{13}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 = 9 \cdot 16 - 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot 3 \cdot 9$$

$f(x,y) = 4x^2 + 2xy + 5y^2$

$$14 + 21x \geq 2y + 14x \geq 21x - 14$$

$$m = m - n + 3$$

$$n = 3$$

$$(n - n + 3) \cdot (m - n + 3 - n) = 13 \cdot p \cdot p$$

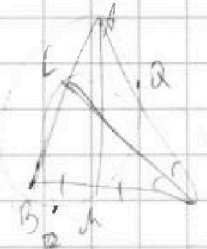
$$(3 + 3) \cdot (m - 3) = 13 \cdot p \cdot p$$

$$6 \cdot (m - 3) = 13 \cdot p \cdot p$$

$$2\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 90 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$



$$14 + 20y - 4y \geq 2y + \frac{40}{2}y - \frac{98}{2}$$

$$6y - 20 \geq 2y$$

$$A = \frac{(m-n)^2 + 9(m-n)}{(m-n)(m-n+9)}$$

$$B = mn(m-n+3)$$

$$h = 8 - n$$

$$c = 2n$$

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 8}{8} = 10$$

$$A = 13 \cdot p \cdot p$$

$$B = 3 \cdot 4 \cdot 9$$

$$A = mn(m-n+3)$$

$$A = 4 \cdot 13$$

$$2 \cdot 2 \cdot 13$$

$$m - n = 13$$

$$A = 3 \cdot 4 \cdot 9$$

$$B = 13 \cdot p \cdot p$$

$$x \geq -6$$

$$y \leq 5$$

$$\begin{cases} x \in [0, 30] \\ y \in [0, 5] \end{cases}$$

$$30 - x - y \geq 0$$

$$y \leq 30 - x$$

$$20 \geq y^2 \geq 0$$

$$y^2 \geq 0$$

$$m - n = 3$$

$$3 \cdot 12$$

$$3 \cdot 3 \cdot 4 = 2 \cdot 2$$

$$m - n + 9 = 3$$

$$m - n = -6$$

$$-6 \cdot 3$$

$$m - n + 3 = 15 \cdot n$$

$$m - 10 = 15$$

$$m = 25$$

$$m - n = 13$$

$$n = 45$$

$$m - n = 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\frac{64 \cdot 63}{2} = \frac{16 \cdot 9 \cdot 58}{2}$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 56}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18$$

$$a_3 = a_1 + 2d = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3x^2$$

$$\begin{cases} 6x + 18 + 2d = (x^2 - 4x)^2 \\ (x^2 - 4x)^2 + 4d = -3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 18 + 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 \\ x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 4d = -3x^2 \end{cases}$$

$$32 \cdot 63 - 8 \cdot 15 - 56$$

$$32 \cdot 63 - 126$$

$$\begin{cases} -2x^4 + 18x^3 + 32x^2 - 12x - 36 - 4d = 0 \\ -x^4 + 8x^3 - 19x^2 - 4d = 0 \end{cases}$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$16 - 64 + 68 - 8 - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2(x-6)(x+1) = 0$$

	1	-8	17	-4	-12
2	1	-6	5	6	0
2	1	-4	-3	0	

$$y \in \left( \frac{21}{2}x - 2, 2 + \frac{7}{2}x \right)$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \leq 6 \\ 3x - 4y \geq -8 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y \geq -6 - 4x \\ 3y \leq 6 + 4x \\ y \leq 2 + \frac{4}{3}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4y \geq -8 - 3x \\ 4y \leq 8 + 3x \\ y \leq 2 + \frac{3}{4}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y \geq 3x - 8 \\ y \geq \frac{3}{4}x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y \leq 6 - 4x \\ 3y \geq 4x - 6 \\ y \geq \frac{4}{3}x - 2 \end{cases}$$

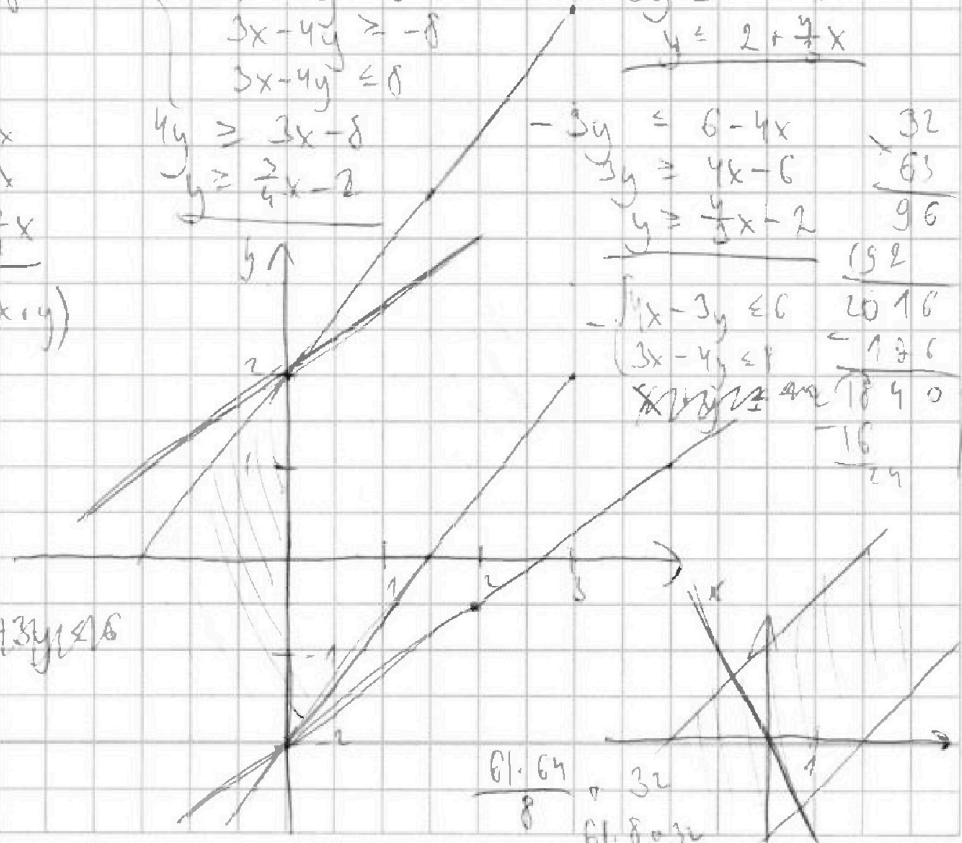
$$|4x + 2y| = 2(2x + y)$$

$$\begin{cases} 2x - 2y \geq -4 \\ 2x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

$$|x - y| \leq 2$$

$$-2 \leq x - y \leq 2 \quad -4x + 3y \leq 16$$

$$\begin{cases} y \geq x - 2 \\ y \geq -2 - x \\ y \leq 2 + x \end{cases}$$



$$\begin{array}{r} 32 \\ 63 \\ \hline 96 \\ 192 \\ \hline 2016 \\ 136 \\ \hline 1880 \\ 16 \\ \hline 1896 \end{array}$$

$$\frac{61 \cdot 64}{8} = 32$$

$$61 \cdot 8 = 32$$

$$248 - 32 = 216$$

280



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

*Черновик*

$$4x^4 - 4y^4 + x - y + 5\sqrt{x} - 5\sqrt{y} = 0$$

$$4(x^2 - y^2) + (x - y) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$y, b \geq 0$$

$$\sqrt[4]{y} \quad x^4$$

$$4(a^4 - b^4) + a^4 - b^4 + 5(a - b) = 0$$

$$4(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^2+b^4) + (a-b) + 5(a-b) = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$\frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$(a-b) \left( 4(a+b) + (a^2+b^2)(a+b) + 5 \right) = 0$$

$$-x^2 - x + 30$$

$$a = b$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} \quad (5-x) \sqrt{x+6} = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$(x+6)(5-x) = 5x - 6x + 30 - x^2$$

$$2x - 6$$

$$-x^2 - x + 30$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)} = \sqrt{5-x}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = \sqrt{5-x} \quad (2\sqrt{x+6} + 1)$$

$$x+6 = 5\sqrt{x+6} + 25 = (5-x) \sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$x+6 = 5\sqrt{x+6} + 25 = (5-x) \sqrt{(x+6)(5-x)} = 20x + 125 + 20\sqrt{x+6} - 4x^2 + 25x - 4x\sqrt{x+6}$$

$$10\sqrt{x+6} - 20\sqrt{x+6} + 4x\sqrt{x+6} = -x - x - 31 + 20x + 125 - 4x^2 - 25x$$

$$\frac{4x}{31} = \frac{31}{94}$$

$$\sqrt{x+6} (-10 + 4x) = -4x^2 - 6x + 94$$

$$\frac{94}{14} = \frac{47}{7}$$

$$2\sqrt{x+6} (2x-5) = -2x^2 - 3x + 47$$

$$(x+6)(4x^2 - 20x + 25) = 4x^3 + 9x^2 + 4x^2 - 24x^2 - 6 \cdot 4x + 12x^3$$

$$4x^3 - 20x^2 + 25x + 24x^2 - 120x + 150 = 4x^3 + 12x^3 + (9+4-24)x^2 - 6 \cdot 4x + 49^2$$

$$4x^3 + 8x^3 + (5-4 \cdot 4)x^2 + (95-6 \cdot 4)x + 49^2 - 150 = 0$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$\frac{12}{-2} = \frac{6}{-1}$$

$$-x^2 - x + 30 = 0$$

$$a = \sqrt{x+6}$$

$$b = \sqrt{5-x}$$

$$D = 1 \pm 10 = 11$$

$$x = \frac{1 \pm 11}{-2}$$

$$a - 2ab = b^2$$

$$b = 9.5$$

$$a = \frac{b^2}{1-2b} = \frac{b^2 - 5}{-2b+1} = \frac{(-2b+1) \cdot -0.5 - 4.5}{-2b+1} = \frac{1}{2} - \frac{4.5}{1-2b}$$

$$\sqrt{x+6} (1 - 2\sqrt{5-x}) = \sqrt{5-x} - 5$$

$$\sqrt{x+6} (1 + 4(5-x) - 4\sqrt{5-x}) = 5-x + 25 - 10\sqrt{5-x}$$

$$x + 90x - 4x^2 - 4x\sqrt{5-x} + 6 + 20 - 24x - 24\sqrt{5-x} = 30 - x - 10\sqrt{5-x}$$