



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 1

Прочитавшем именов арифметической прогрессии как  $a_1, a_2, a_3, a_4$  и т.д.

Пусть шаг арифметической прогрессии  $b$ .  
Тогда:

т.е:

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4b = 6(x+3) \\ a_7 = a_1 + 6b = (x^2 - 4x)^2 \\ a_{11} = a_1 + 10b = -3x^2 \end{cases} \quad (1) \quad \begin{aligned} a_{11} &= a_7 + 4b = \\ &= a_7 + 2 \cdot (a_7 - a_5) \end{aligned}$$

Подставим в ур-ие (1) значения ~~и~~ именов арифметической прогрессии через  $x$ :

$$[(x^2 - 4x)^2 - 6(x+3)] \cdot 2 + (x^2 - 4x)^2 = -3x^2$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12(x+3) + (x^2 - 4x)^2 = -3x^2$$

$$3x^2(x-4)^2 + 3x^2 - 12(x+3) = 0$$

$$x^2(x-4)^2 + x^2 - 4(x+3) = 0$$

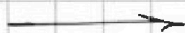
$$x^2(x^2 + 16 - 8x) + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + x^2 - 4x - 12 = 0 \quad (2)$$

Решим ур-ие (2):

Заметим, что  $x=2$  подходит:

$$16 + 17 \cdot 4 - 64 - 8 - 12 = 16 + 68 - 84 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|l}
 -x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 & x-2 \\
 -x^4 - 2x^3 & \hline
 \hline
 -6x^3 + 17x^2 & \\
 -6x^3 + 12x^2 & \\
 \hline
 5x^2 - 4x & \\
 -5x^2 - 10x & \\
 \hline
 -6x - 12 & \\
 -6x - 12 & \\
 \hline
 0 & \\
 \hline
 \end{array}$$

т.е.:

$$(x-2) \cdot (x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

Здесь также корнем является 2:

$$2^3 - 6 \cdot 4 + 10 + 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|l}
 -x^3 - 6x^2 + 5x + 6 & x-2 \\
 -x^3 - 2x^2 & \hline
 \hline
 -4x^2 + 5x & \\
 -4x^2 + 8x & \\
 \hline
 -3x + 6 & \\
 -3x + 6 & \\
 \hline
 0 & \\
 \hline
 \end{array}$$

т.е. Ур-ие (1) можно представить в виде:

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

Искать корни ур-ия  $x^2 - 4x - 3 = 0$

$$D = 4^2 + 4 \cdot 3 = 28$$

$$x_1 = \frac{4 - \sqrt{28}}{2} = 2 - \sqrt{7}$$

$$x_2 = \frac{4 + \sqrt{28}}{2} = 2 + \sqrt{7} \quad \longrightarrow$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. ур-ие (1) можно представить в виде:

$$(x-2)^2(x-2+\sqrt{7})(x-2-\sqrt{7})=0.$$

Тогда  $x$  может равняться:  $\{2\}$ ;  $\{2-\sqrt{7}\}$ ;  
и  $\{2+\sqrt{7}\}$

Ответ:  $x = \{2; 2-\sqrt{7}; 2+\sqrt{7}\}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 2

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 & \text{тоже самое, что } |3y-4x| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 & \text{тоже самое, что } |4y-3x| \leq 8 \end{cases}$$

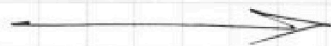
$$\Rightarrow \begin{cases} -6 \leq 3y-4x \leq 6 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-6 \leq 3y \leq 4x+6 \\ 3x-8 \leq 4y \leq 3x+8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{3}x - 2 \leq y \leq \frac{4}{3}x + 2 & (1) \\ \frac{3}{4}x - 2 \leq y \leq \frac{3}{4}x + 2 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим ГМТ точек, подходящих системе из ур-ий (1) и (2), для этого построим соответствующие графики

(См. график на стр. 2 (этой задачи))



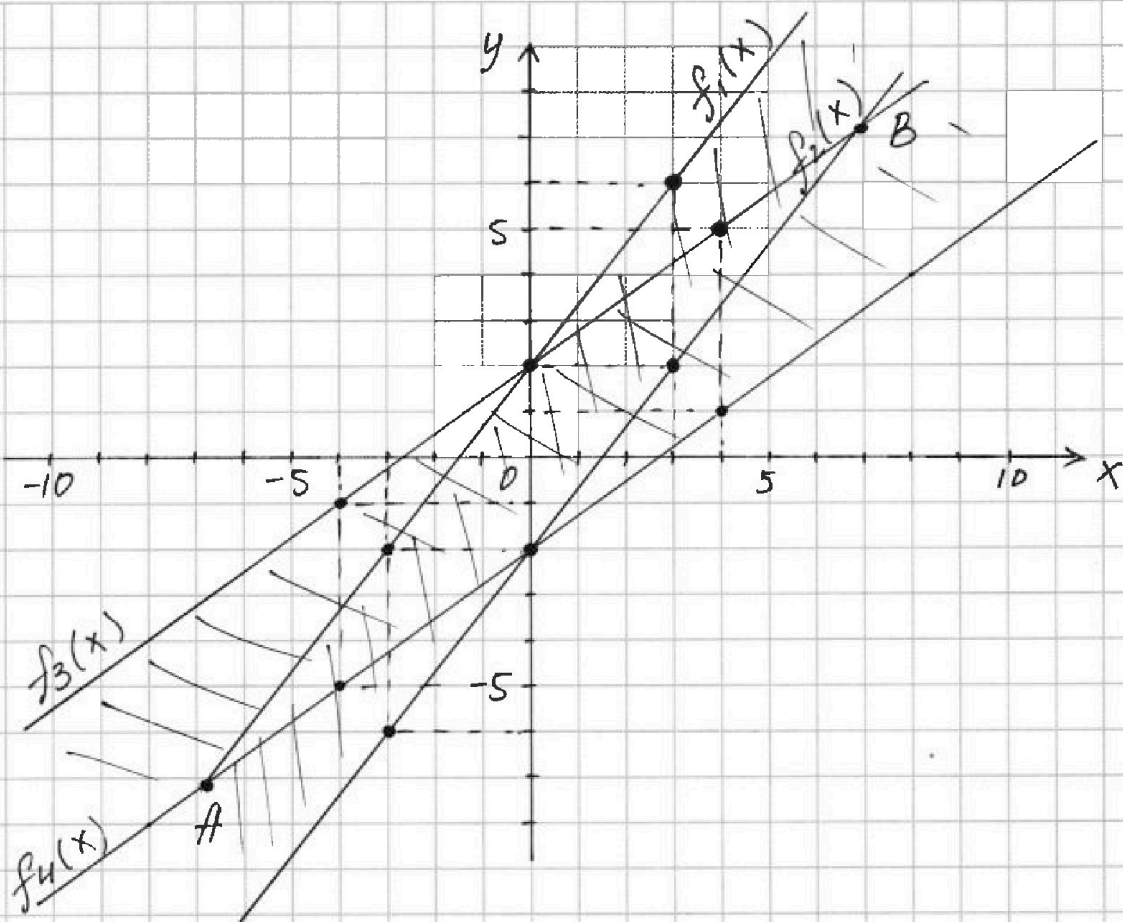


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$f_1(x) = \frac{4}{3}x + 2$$

$$f_3(x) = \frac{3}{4}x + 2$$

$$f_2(x) = \frac{4}{3}x - 2$$

$$f_4(x) = \frac{3}{4}x - 2$$

~~Точки~~ и точки удовлетворяющие  
ур-ям (1) и (2) находятся  
выше  $f_4(x)$  и  $f_2(x)$  и ниже  $f_1(x)$  и  $f_3(x)$ .  
(т.е. в области, заштрихованной красной).

Найдём координаты точек A и B:

$$\frac{3}{4}x_A - 2 = \frac{4}{3}x_A + 2$$

$$\left( -\frac{7}{12}x_A = -4 \right); x_A = \frac{-4 \cdot 12}{-7} = \frac{48}{7} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

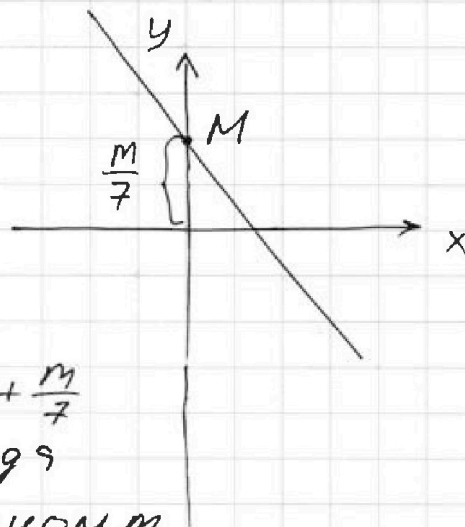
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow y_A = \frac{3}{4}x_A - 2 = -\frac{48}{7} \cdot \frac{3}{4} - 2 = -\frac{36}{7} - \frac{14}{7} = -\frac{50}{7}$$

$$\frac{3}{4}x_B + 2 = \frac{4}{3}x_B - 2 \Rightarrow x_B = \frac{48}{7}; y_B = \frac{50}{7}$$

$$A: \left(-\frac{48}{7}; -\frac{50}{7}\right) \quad B: \left(\frac{48}{7}; \frac{50}{7}\right)$$

Пусть  $14x + 7y = m$   
 $\hookrightarrow 7y = m - 14x$   
 $y = \frac{m}{7} - 2x$



т.е. вид прямой:

Пусть точка пересечения оси  $y$  прямой  $y = -2x + \frac{m}{7}$

это точка  $M$ , тогда

$\$$  при минимальном  $m$  координата  $y_M$  минимальна.

$y_M$  будет минимально, когда прямая  $y = -2x + \frac{m}{7}$  пройдет через  $T-A$

$$\Rightarrow \cancel{y_A = -2x_A} \quad y_A = -2x_A + \frac{m}{7}$$

$$-\frac{50}{7} = \frac{2 \cdot 48 + m}{7}$$

$$2 \cdot 48 + m + 50 = 0$$

$$m = -50 - 2 \cdot 48 = -146$$

Ответ: наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  это  $-146$ .  
 в данной задаче





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

т.к.  $m \in \mathbb{N}$  и  $n \in \mathbb{N}$ , то  $m > 0$  и  $n > 0$

$p > 0$  и  $q > 0$  также.

$$A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

Пусть  $A = 13p^2 = (m-n)(m-n+9)$

т.к.  $p$  не делится на множители, а  $m-n$  и  $m-n+9$  разные множители, то возможно и вар:

1.  $\begin{cases} m-n=13 \\ m-n+9=p^2 \end{cases} \rightarrow p^2=22$  не может быть

2.  $\begin{cases} m-n=p^2 \\ m-n+9=13 \end{cases} \rightarrow p^2=4 \rightarrow p=2$  Подходит

3.  $\begin{cases} m-n=p \\ m-n+9=p \cdot 13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p+9=13p \\ 12p=9 \end{cases}$  не может быть

4.  $\begin{cases} m-n=13 \cdot p \\ m-n+9=p \end{cases} \rightarrow -12p=9$  не может быть.

$\Rightarrow$  возможен только вариант 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В варианте 2 :  $m-n = 4$   
 $p = 2$

$$\Rightarrow B = mn(4+3) = 3q^2$$

$$7m \cdot n = 3q^2$$

$$\hookrightarrow m \cdot n = \frac{3}{7}q^2 \Rightarrow \text{т.к. } m \cdot n \in \mathbb{N}, \text{ то } \frac{3}{7}q^2 \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} m+n=21 \\ m-n=4 \end{cases}$$

$$(4+n) \cdot n = 21$$

$$4n^2 + 4n - 21 = 0$$

$$D = 4^2 + 4 \cdot 21 = 100$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$n = \frac{4+10}{2} = 7$$

т.е.  $m = 11$  а  $n = 7$

Пусть  $A = (m-n)(m-n+9) = 3q^2$   
тогда тоже возможны  
4 варианта :

1.  $\begin{cases} m-n=3 \\ m-n+9=q^2 \end{cases} \rightarrow q^2=12$  не может быть

2.  $\begin{cases} m-n=q^2 \\ m-n+9=3 \end{cases} \rightarrow q^2 < 0$  не может быть

3.  $\begin{cases} m-n=3q \\ m-n+9=q \end{cases} \rightarrow q > 3q$  не может быть  
т.к.  $q > 0$

4.  $\begin{cases} m-n=q \\ m-n+9=3q \end{cases} \rightarrow q = \frac{9}{2}$  не может быть, т.к.  
 $q \in \mathbb{N}$   
 $\Rightarrow A \neq 3q^2$

Ответ:  $m = 11$ ;  $n = 7$  (эквивалентный вариант)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

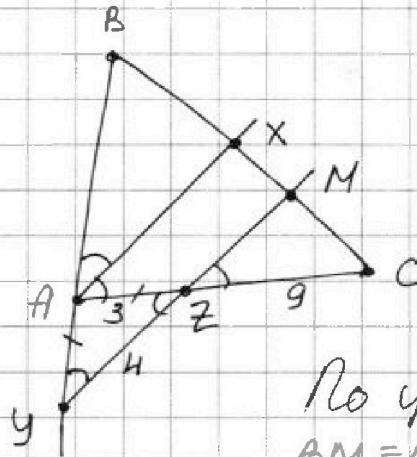
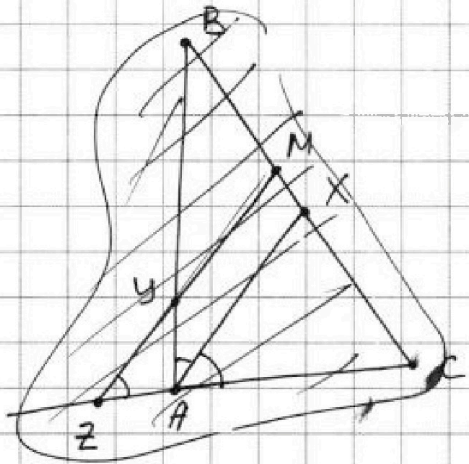


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4



По условию:  
 $BM = MC$   
 $AC = 12$   
 $AZ = 3$   
 $YZ = 4$

$$ZC = AC - AZ = 9$$

Запишем Th Менелая:

$$\frac{BY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZC} \cdot \frac{CM}{MB} = 1 \quad \text{где} \quad \frac{AZ}{ZC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{CM}{MB} = \frac{1}{1} = 1$$

тогда  $\frac{BY}{YA} \cdot \frac{1}{3} = 1$

$$\hookrightarrow \frac{BY}{YA} = \frac{3}{1} = \frac{BA + AY}{AY} = \frac{BA}{AY} + 1$$

Значит  $\frac{BA}{AY} = 2$

Запишем еще Th Менелая:

$$\frac{BC}{CM} \cdot \frac{MZ}{ZY} \cdot \frac{YA}{AB} = 1 \quad \text{где} \quad \frac{BC}{CM} = 2, \quad \frac{YA}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1 \rightarrow \frac{MZ}{ZY} = 1 \Rightarrow ZM = ZY = 4$$

По условию  $AX \parallel YM$ , значит  $\rightarrow$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle BAX \sim \triangle BYM$$

$$\Rightarrow \frac{BA}{BY} = \frac{2}{3} = \frac{AX}{YM} = \frac{BX}{BM}$$

$$\text{Т.к. } YM = 8, \text{ то } AX = \frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{16}{3}$$

$$\text{Также заметим, что } BX = \frac{2}{6} BC$$

$$XM = \frac{1}{6} BC$$

$$MC = \frac{3}{6} BC$$

Т.к.  $AX$  — биссектриса, то  $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$

Т.к.  $AX \parallel YM$ , то  $\angle BAX = \angle BYM = \alpha$   
и  $\angle XAC = \angle MZC = \alpha$

$\angle MZC = \angle YZA = \alpha$  как вертикальные,  
тогда по признаку  $\text{P/D } \triangle AZ = AY = 3$

Запишем  $\text{th cos}$ , для  $\triangle AYZ$ :

$$3^2 + 4^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot 3 \cdot 4 = 3^2$$

$$16 = 24 \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Запишем  $\text{th cos}$ , для  $\triangle ZMC$ :

$$4^2 + 9^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot 4 \cdot 9 = CM^2$$

$$16 + 81 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 9 = 97 - 48 = 49 = 7^2$$

значит  $CM = 7$

$$\Rightarrow BC = \frac{CM \cdot 6}{3} = \frac{42}{3} = 14$$

Ответ:  $BC = 14$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (1)$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \quad (2)$$

Рассмотрим уравнение (2):

$$4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt[4]{y}$$

Выражение  $4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x}$  это многочлен  $P_1(x)$

а  $4y^4 + y + 5\sqrt[4]{y}$  это многочлен  $P_2(y)$

Тогда можно записать:  
 $P_1(x) = P_2(y)$

Вспомним о теореме, по которой говорится, что многочлены равны, когда если в многочлене перед переменными в равных степенях соответственно стоят равные коэффициенты, то многочлены равны, т.е. в нашем случае.

$P_1(x) = P_2(y)$  т.к. коэффициенты перед переменными в равных степенях равны,

т.е.  $P_1(x)$  и  $P_2(y)$  это один и тот же многочлен  $\Rightarrow$  они принимают равные значения в одинаковых точках и не иначе,  
 $\Rightarrow x = y$ .

Тогда уравнение (2) по ОДЗ  $\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда запишем ур-ие (1):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

ОДЗ:  $\begin{cases} 5-x \geq 0 \longrightarrow x \leq 5 \\ x+6 \geq 0 \longrightarrow x \geq -6 \\ 30-x-x^2 \geq 0 \longrightarrow \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \leftarrow \text{у (2) ОДЗ.}$

$\hookrightarrow$  ОДЗ:  $0 \leq x \leq 5$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

Пусть  $\sqrt{x+6} = t$ , тогда  $t^2 = x+6$

$$x = t^2 - 6$$

$$\sqrt{5-x} = \sqrt{5-t^2+6} = \sqrt{11-t^2}$$

Тогда

$$t - \sqrt{11-t^2} + 5 = 2t\sqrt{11-t^2}$$

$$t+5 = \sqrt{11-t^2}(2t+1)$$

$$t^2 + 25 + 10t = (11-t^2)(4t^2 + 1 + 4t)$$

$$t^2 + 25 + 10t = 44t^2 + 11 + 44t - 4t^4 - t^2 - 4t^3$$

$$4t^4 + 4t^3 - 42t^2 - 34t + 14 = 0$$

$$2t^4 + 2t^3 - 21t^2 - 17t + 7 = 0$$

Пусть  $\sqrt{x+6} = A$ , а  $\sqrt{5-x} = B$

Тогда  $\begin{cases} A^2 = x+6 \\ B^2 = 5-x \\ A-B+5 = 2AB \end{cases} \longrightarrow$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A^2 - B^2 = x + 6 - 5 + x = 2x + 1 = (A - B)(A + B)$$

$$(A - B) + 5 = 2AB = (A + B)^2 - A^2 - B^2$$

$$(A - B) + 5 = \left( \frac{A^2 - B^2}{A - B} \right)^2 - (A^2 + B^2)$$

$$(A - B) + 5 = \frac{(2x + 1)^2}{(A - B)^2} - (x + 6 + 5 - x)$$

$$(A - B) - \frac{(2x + 1)^2}{(A - B)^2} = -11 - 5 = -16$$

$$(A - B)^3 - (2x + 1)^2 = -16(A - B)^2$$

$$(A - B)^3 + 16(A - B)^2 - (2x + 1)^2 = 0$$

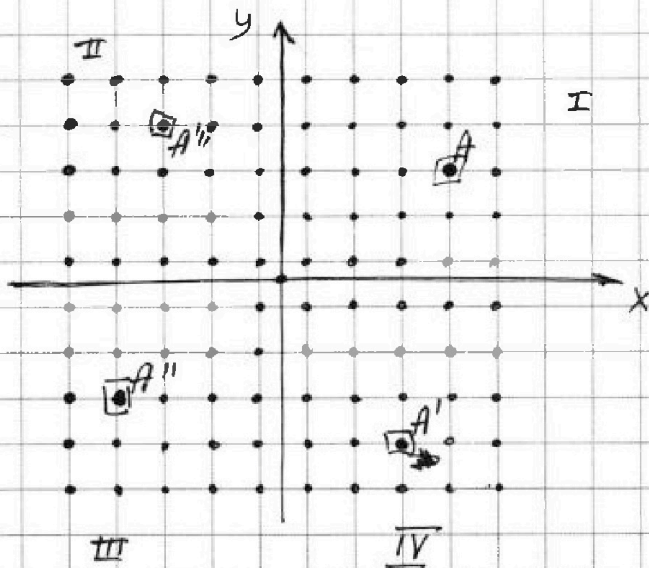
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Проведем оси  $x$  и  $y$  как на рисунке (через центр квадрата, // его сторонам).

Видерем кашью-шбцув т.А., теперь отметили точки, в которые она попадает при повороте квадрата от осей  $x$  и  $y$ .

Для т.А будет 3 "зеркальные" ей точки

"зеркальные" точки — это точки, которые мы отметили на сетке ранее (точки  $A'$ ,  $A''$  и  $A'''$ ).

Кол-во вариантов квадрата т.А — 25 вар, (т.к мы можем поворачивать квадрат)

Видерем 2ую точку В. Если она совпадает с зеркальными точками А, то квадрат её можно 3мя способами

способами, но  $\Rightarrow$  кол-во таких вариантов один из них можно получить поворотом предыдущего

$\Rightarrow$  таких раскладок  $25 \cdot 2 = 50$  где один символ мы считаем дважды\*





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

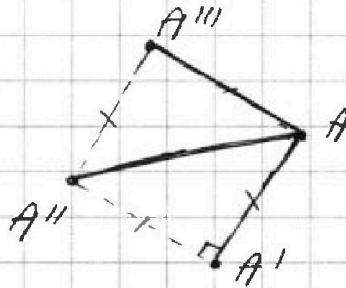
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. ~~этих случаев~~  
случаев

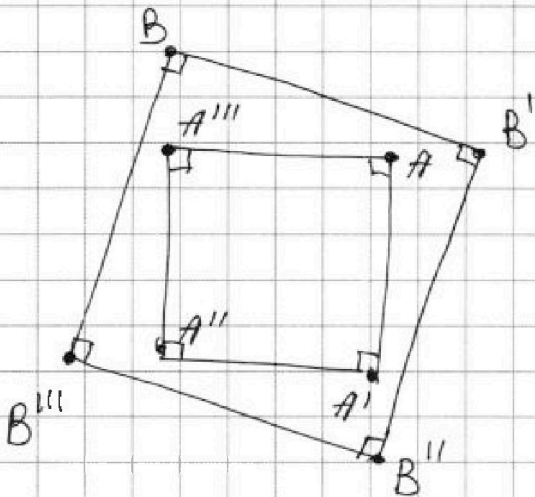
т.е. т.к.

$A'''AA'A''$  — это  
квадрат

то отрезок  $AA'''$  переходит  
при повороте в отрезок  $A'A$   
(т.е. т.  $A'''$  в т.  $A$ , а т.  $A$  в т.  $A'$ )



Теперь рассмотрим случай, когда  
т.  $B$  не совпадает с зеркальными  
точками  $A$ , тогда зеркальные  
точки  $B$  также не совпадают с  
т.  $A$  и её зеркальными точками.



Тогда заметим,  
что расстояние  
от т.  $B$  до ~~любой~~ всех  
~~из~~ зеркальных  
точек  $A$  различно,  
~~иначе~~ и до т.  $A$   
различно, иначе  
~~т.  $A$  находилась~~ и  
~~т.  $B$  находилась~~  
~~на одной из осей,~~  
~~что не может~~  
~~быть~~

т.  $A$  ~~находится~~ или  
т.  $B$  находится  
на одной из осей,  
что не может  
быть

$\Rightarrow$  тогда вариантов  $\neq$  раскраски  $\frac{1}{2}N^*$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

где  $N$  - это количество Вармашев  
выбрать  $A$  и ~~всех точек~~ кол-во  
Вармашев выбрать  $B$

( кол-во раскрасок  $\frac{1}{2}N$ , т.к. мы  
можем выбрать Вармаше  $A$ , а  
потом  $B$ . )

$$\Rightarrow \frac{1}{2}N = \frac{25 \cdot 96}{2} \leftarrow \begin{array}{l} \text{всего точек } 100 \\ - \text{ т. А } - 3 \text{ зеркальных} \\ \text{ей точки} \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{всего раскрасок } \frac{50}{2} + \frac{25 \cdot 96}{2} =$$
$$~~50~~ = 25 + 1200 = 1225$$

Ответ: 1225 Вар-ов.



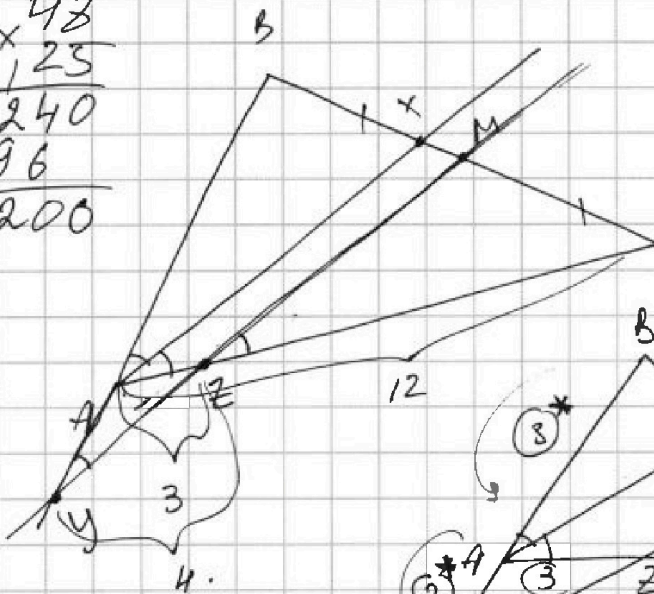
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

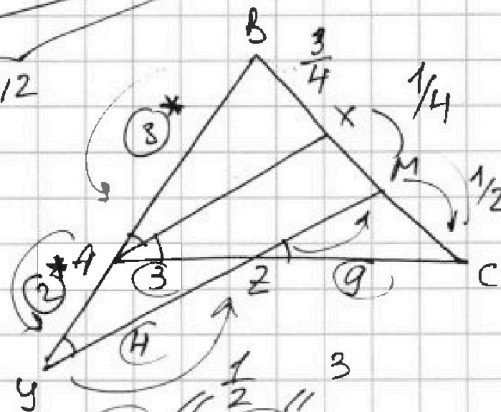
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \cancel{41} \\ \times 42 \\ \hline 123 \\ +240 \\ 96 \\ \hline 1200 \end{array}$$



$BC = ?$

$$\frac{BA}{BY} = \frac{BX}{BM} = \frac{AX}{YM} = \frac{3}{2}$$



$BM = MC$

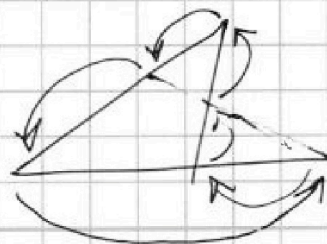
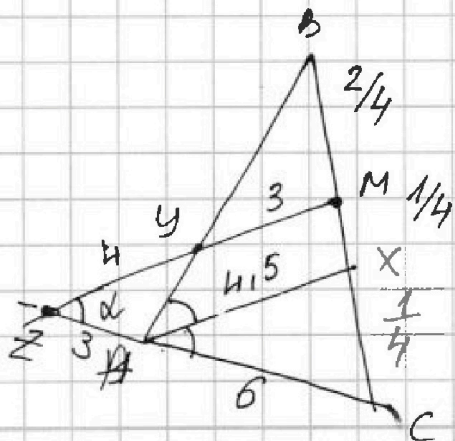
$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$\frac{3}{2} = \frac{BA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{CB} = 1$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{AY}{YB} = 1 \rightarrow \frac{AY}{YB} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{3}{4} = 1$$

$$\frac{YZ}{ZM} = \frac{4}{3}$$



$$(A+B)+5 = 2(A+B)^2 = A^2 - B^2 = (A-B)^2 = (A+B)(A-B) = x+6-5+x = 2x+1$$

$$\frac{2x+1}{A+B} + 5 = (A+B)^2 = A^2 - B^2$$



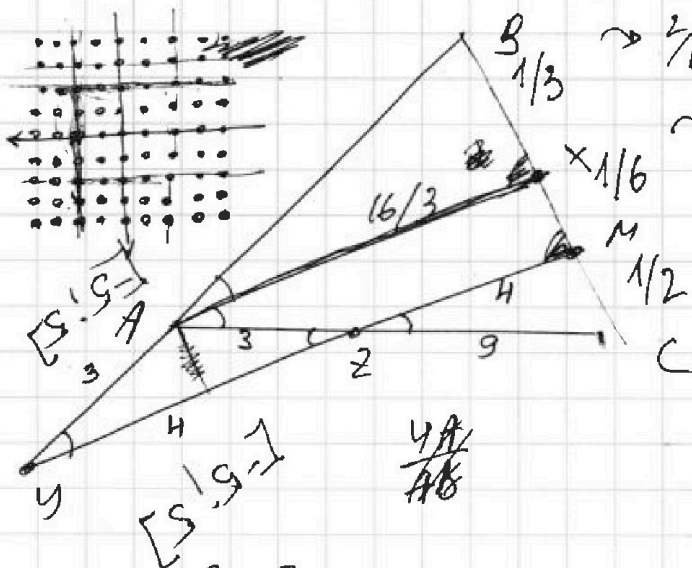


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



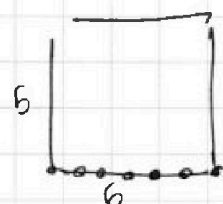
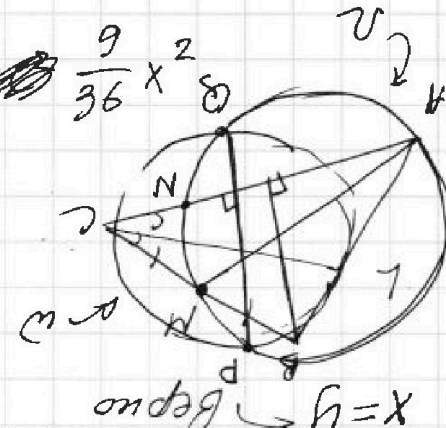
$$\frac{42}{3} = 14$$

$$\frac{1}{x/6} = \frac{10}{97}$$

$$\frac{x/6}{3} = \frac{48}{49}$$

$$9^2 + 4^2 - 2 \cos \alpha \cdot 9 \cdot 4 = \frac{9}{36} x^2$$

$$3^2 + 4^2 - 2 \cdot \cos \alpha$$



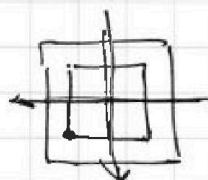
$$AM = 20$$

$$AB = 26$$

$$\left(\frac{h}{2} + x\right)(h+x)(h-x)h =$$

$$= \left(\frac{h}{2} + x\right)\left(\frac{h}{2} - x\right)h$$

$$0 = \left(\frac{h}{2} - x\right)h + (h-x) + \left(\frac{h}{2} - x\right)h$$



$$4x + x + 5 = 4y + y + 5$$

$$4x + x - 5 = 4y + y - 5$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = \sqrt{30-x-y^2}$$

$$\sqrt{25-y^2} + 5 - x = \sqrt{30-x-y^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11:00 12:00 13:00 14:00 15:00

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}$

$6x+18, (x^2-4x)^2, (-3x^2)$

$100, 84, 100, 84, 90, 68, 16, 84, 17, 4, 68$

$a_1+4b, a_1+6b, a_1+10b$

$a_1+4b + a_1+6b = 2a_1+10b = a_{11}+a_1$

$a_5+a_7$

$x^4+16x^2-8x^3+x^2-4x-12=0$

$6x+18 + (x^2-4x)^2 = (-3x^2) + a_1$

$6x+18 + x^4+16x^2-8x^3 = -3x^2+a_1$

$x^4-8x^3+19x^2+6x+18 = a_1$

$x^4-8x^3+19x^2+6x+18$

$a_1+4b = 6(x+3) = a_5$

$a_1+6b = (x^2-4x)^2 = x^2(x-4)^2 = a_7$

$a_1+10b = -3x^2 = a_{11}$

$(a_7-a_5) \cdot 2 + a_7 = a_{11}$

$x^2(x-4)^2 [(x^2-4x)^2 - 6(x+3)] \cdot 2 + (x^2-4x)^2 = -3x^2$

$2(x^2-4x)^2 - 12(x+3) + (x^2-4x)^2 = -3x^2$

$3x^2(x-4)^2 + 3x^2 - 12(x+3) = 0$

$x^2(x-4)^2 + x^2 - 4(x+3) = 0$

$x^2(x^2+16-8x) + x^2 - 4x - 12 = 0$

$1 + 17 - 8 - 4 - 12 = 13$

$1+17+8+4-12$

$x^2(x^2+17) - 4(x^3+x+3) = 0$

$16+68-64-8-12 = 84-84 = 0$

$x=2$

$7 \cdot 7 = 49$

$7 \cdot 8 = 56$

$59$

$110$

$1 + \frac{1}{4} - \frac{21}{4} - \frac{17}{2}$

$142 - 42 - 68 + 56 = 8$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ \_  
ИЗ  
\_ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + x - 30 \leq 0$

$D = 17430 = 121 = 11^2$

$x_1 = \frac{-1+11}{2} = 5$

$x_2 = \frac{-1-11}{2} = -6$

$x \in [-6; 5]$

$x^2 + x - 30 = (x+6)(x-5) = 0$

$5x + 30 - x^2 - 6x = 30 - x - x^2$

$8 - 24 + 5 + 6 = 10 + 6 = 16$

$1 - 6 + 5 + 6 = 10 + 6 = 16$

$8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

$x = -\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, -2$

$x \in [-2; -\frac{2}{3}] \cup [-\frac{3}{4}; -2]$

$y \leq \frac{3}{4}x + 2$

$4x - 6 \leq 3y \leq 4x + 6$

$6 \leq 3y - 4x \leq 6$

$2 \leq y - x \leq 2$

$y = x + 2$

$4x - 6 \leq 3(x+2) \leq 4x + 6$

$4x - 6 \leq 3x + 6 \leq 4x + 6$

$x - 6 \leq 6 \leq x + 6$

$x \in [-12; 0]$

$14x + 7y = a$

$14x + 7(x+2) = a$

$21x + 14 = a$

$x = \frac{a-14}{7}$

$y = \frac{a-14}{7} + 2 = \frac{a-14+14}{7} = \frac{a}{7}$

$8 - 24 + 5 + 6 = 10 + 6 = 16$

$1 - 6 + 5 + 6 = 10 + 6 = 16$

$8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

$x = -\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, -2$

$x \in [-2; -\frac{2}{3}] \cup [-\frac{3}{4}; -2]$

$y \leq \frac{3}{4}x + 2$

$4x - 6 \leq 3y \leq 4x + 6$

$6 \leq 3y - 4x \leq 6$

$2 \leq y - x \leq 2$

$y = x + 2$

$4x - 6 \leq 3(x+2) \leq 4x + 6$

$4x - 6 \leq 3x + 6 \leq 4x + 6$

$x - 6 \leq 6 \leq x + 6$

$x \in [-12; 0]$

$14x + 7y = a$

$14x + 7(x+2) = a$

$21x + 14 = a$

$x = \frac{a-14}{7}$

$y = \frac{a-14}{7} + 2 = \frac{a-14+14}{7} = \frac{a}{7}$

$8 - 24 + 5 + 6 = 10 + 6 = 16$

$1 - 6 + 5 + 6 = 10 + 6 = 16$

$8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

$x = -\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, -2$

$x \in [-2; -\frac{2}{3}] \cup [-\frac{3}{4}; -2]$

$y \leq \frac{3}{4}x + 2$

$4x - 6 \leq 3y \leq 4x + 6$

$6 \leq 3y - 4x \leq 6$

$2 \leq y - x \leq 2$

$y = x + 2$

$4x - 6 \leq 3(x+2) \leq 4x + 6$

$4x - 6 \leq 3x + 6 \leq 4x + 6$

$x - 6 \leq 6 \leq x + 6$

$x \in [-12; 0]$

$14x + 7y = a$

$14x + 7(x+2) = a$

$21x + 14 = a$

$x = \frac{a-14}{7}$

$y = \frac{a-14}{7} + 2 = \frac{a-14+14}{7} = \frac{a}{7}$