

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12n = a_1 + d$$

$$a_4 = (n+4)^2 = n^2(n+4)^2 = a_1 + 3d = a_1 + 2d$$

$$a_8 = -6n^2 = a_7 + 3d = a_7 + 6d$$

$$6d = a_8 - a_7 = -6n^2 - 12 + 12n - 1d = -n^2 + 12n - 2$$

$$a_9 = a_7 + 2d \Leftrightarrow n^2(n+4)^2 = 12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4$$

$$n^4 + 8n^3 + 16n^2 = 8 - 8n - 2n^2$$

$$n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 = 0$$

$$n_1 = -2$$

$$\begin{array}{r} n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 \\ - n^4 + 2n^2 \\ \hline 6n^3 + 18n^2 + 8n - 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} | n+2 \\ \hline n^3 + 6n^2 + 6n - 4 \end{array}$$

$$6n^3 + 18n^2$$

$$-6n^3 + 12n^2$$

$$6n^2 + 6n$$

$$-6n^2 + 12n$$

$$-4n - 8$$

$$-4n - 8$$

$$0$$

$$n^3 + 6n^2 + 6n - 4$$

$$x_1 = -2$$

$$\begin{array}{r} n^3 + 6n^2 + 6n - 4 \\ - n^3 + 2n^2 \\ \hline 4n^2 + 6n - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} | n+2 \\ \hline n^2 + 4n - 2 \end{array}$$

$$4n^2 + 4n$$

$$-4n^2 + 8n$$

$$-2n - 4$$

$$-2n - 4$$

$$n^2 + 4n - 2 = 0$$

$$k = 16 + 8 = 24$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} \quad x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

Ans: $-2 + \sqrt{6}, -2 - \sqrt{6}, -2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$|2x - 3y| \leq 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y \geq -6 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases}$$

$$2x - 3y \geq -6$$

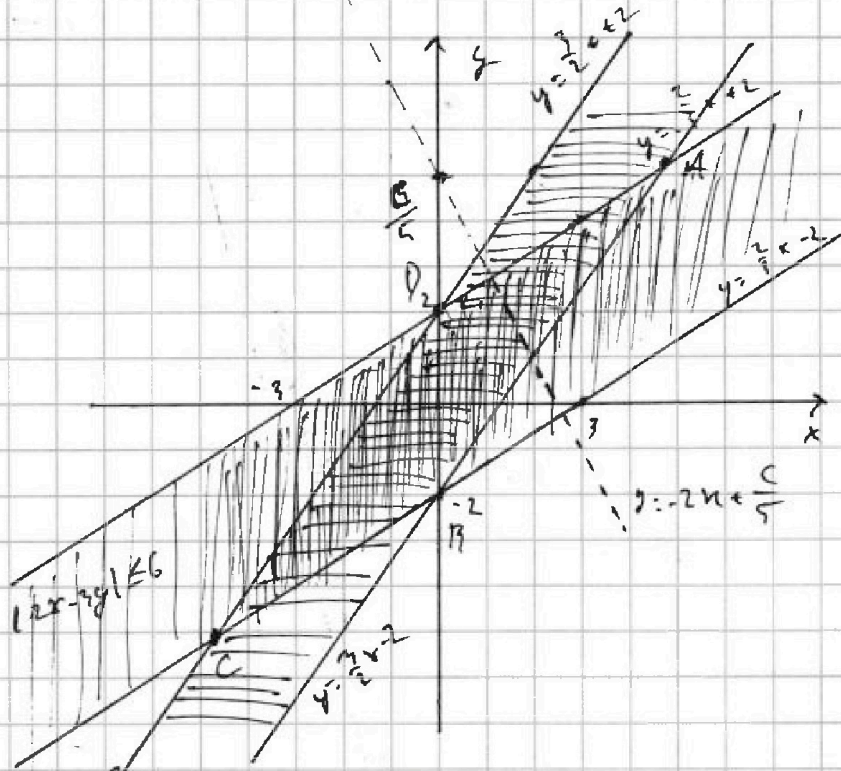
$$3y \leq 2x + 6$$

$$y \leq \frac{2}{3}x + 2$$

$$2x - 3y \leq 6$$

$$2x - 6 \leq 3y$$

$$y \geq \frac{2}{3}x - 2$$



поэтому опишем в этих коорд. и

$x=0, y=0, 0 \leq 2$ - верно, $0 \geq -2$ верно $\Rightarrow (0;0) \in |2x - 3y| \leq 6$,

поэтому пересечение $y \leq \frac{2}{3}x + 2$ и $y \geq \frac{2}{3}x - 2$,

аналог. образом проверим для $|3x - 2y| \leq 4 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x - 2 \leq y \\ \frac{3}{2}x + 2 \geq y \end{cases} \text{ и проверим это пересечение}$$

в итоге получаем пересечение $|3x - 2y| \leq 4$ и $|2x - 3y| \leq 6$

и $ABCO, B(0; -2) D(0; 2) A(x_1, y_1) C(x_2, y_2)$

$$\text{к. } x_1 = ? \begin{cases} y_1 = \frac{2}{3}x_1 + 2 \\ y_1 = \frac{3}{2}x_1 - 2 \end{cases} \quad \frac{2}{3}x_1 + 2 = \frac{3}{2}x_1 - 2 \quad \frac{4}{6}x_1 + 2 = \frac{9}{6}x_1 - 2 \quad \frac{5}{6}x_1 = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{24}{5} = 4.8$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{24}{5} + 2 = \frac{7}{5} \cdot \frac{24}{5} - 2 = \frac{26}{5}, \text{ аналог. } x_2 = -\frac{24}{5}, y_2 = -\frac{26}{5}$$

ищем $10x + 5y = C$, т.е. это прямая: $y = -2x + \frac{C}{5}$
 нужно найти $\max C$ и $\min C$ $y = -2x + \frac{C}{5}$ подставив в систему $\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Искать C мы можем методом перебора параллельных
перпендикулярных прямой $y = -2x$ вдоль оси y .

и $\max C$ будет тогда, когда $y = -2x + \frac{C}{2}$ будет

проходить через точку $A(\frac{24}{5}; \frac{26}{5})$, т.к.

В это место обладаем максимизировать

x и y , подставляя по условию (A -во: числ

дан точка точка с данными x и y , но больше

y и A или меньше x , C обратим, а также для $x | y$

$$\rightarrow A \in y = -2x + \frac{C}{2} \Rightarrow \frac{26}{5} = -2 \frac{24}{5} + \frac{C}{2}$$

$$\frac{26}{5} = -\frac{48}{5} + \frac{C}{2} \Rightarrow C = 48 + 26 = 74$$

Отв: 74

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4m^2 + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$A = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) \Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn \Rightarrow B = mn(m - 2(n + 1))$$

1. пусть $A = 17p^2 \Rightarrow m, n, p$ - простые то $m - 2n = 17, 1, 17, p$

$p^2, 17p, 17p^2$, если $m - 2n = \text{кор. члену} \Rightarrow m, n, 17 \neq 0$ то

$m - 2n + 13$ будет $\neq 2$, а $m, n, A = 17p^2$ то $\Rightarrow p \neq 2$ или

$$A = 15q^2, \text{ если } p \neq 2 \Rightarrow p \neq 2 \Rightarrow (m - 2n)(m - 2n + 13) = 4 \cdot 17$$

и $m, n, m - 2n \neq m - 2n + 13$ то $m - 2n = 17$ или $m - 2n + 13 = 17$

если первое то $\Rightarrow m - 2n + 13 = 30$ то неверно, $\Rightarrow m - 2n + 13 = 17 \Rightarrow m - 2n = 4 \Rightarrow B = m = 2(2 + n)$

$$4 + 2n - 2n + 13 = 17 \Rightarrow B = m = 2(2 + n) \Rightarrow$$

$$4 + 2n - 2n + 13 = 17 \Rightarrow B = m = 2(2 + n) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4n(n + 2) = 15q^2, \text{ м.к. } 15/2, \Rightarrow q^2 \neq 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4n(n + 2) = 60 \Rightarrow n^2 + 2n - 15 = 0 \Rightarrow n = -5; 3$$

$$\text{но } n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 3, \Rightarrow m = 10$$

$$2. \text{ если } A = 15q^2, \text{ то } B = 17p^2. B = mn(m - 2(n - 1))$$

если $m \neq n \Rightarrow$ ~~и $m, n, 13, p$ простые числа~~

~~рассмотрим всевозможные тройки m, n, p раз~~

$$A = 15q^2 \text{ м.к. } m - 2n \neq m - 2n + 13, \text{ если } m, n \neq 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow (m - 2n)(m - 2n + 13) = 60$$

$$\text{м.к. } m, n \in \mathbb{N}, 60 > 0, \Rightarrow m > 2n, \text{ то } m - 2n = t \vee 60 = t(t + 13)$$

$$t^2 + 13t - 60 = 0 \Rightarrow t = 169 + 240 = 409$$

$$t_{1,2} = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2}, \text{ а м.к. } m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow t \in \mathbb{N}, \text{ но } \frac{\sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{N}$$

м.к. 409 не дел. на 2 (20:400, 21:461)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

напишем теор. кос-ов для:

$$\Delta E M: 4k^2 = 12^2 + 4^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4 \cos \angle$$

$$\Delta Y Z A: a^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cos \angle$$

$$\Delta X A B: k^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle$$

$$a^2 = 100 - 96 \cos \angle \quad \cos \angle = m$$

$$4k^2 = 160 - 96 \cos \angle$$

$$k^2 = 40 - 24m$$

$$a^2 = 100 - 96m$$

$$40 - 24m = 100 - 96m + 36 - 12m \sqrt{100 - 96m}$$

$$32m - 96 = -12m \sqrt{100 - 96m}$$

$$6m - 8 =$$

$$8 - 6m = m \sqrt{100 - 96m}$$

$$4 - 3m = m \sqrt{25 - 24m} \quad 16 - 24m + 9m^2 = m^2(25 - 24m)$$

$$16 - 24m + 9m^2 = 25m^2 - 24m^3$$

$$16 - 24m - 16m^2 + 24m^3 = 0 \quad 9m < 1$$

$$16(1 - m^2) - 24m(m^2 - 1) = 0$$

$$(1 - m^2)(16 - 24m) = 0 \quad m \neq \pm 1 \checkmark$$

$$\rightarrow 16 - 24m = 0 \Rightarrow m = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta ABC: 4k = 4 \sqrt{40 - 24 \cdot \frac{2}{3}} =$$

$$= 4 \sqrt{40 - 16} = 8 \sqrt{6} \quad \text{Ans. } 8\sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow x \leftarrow 4 \quad 12 - x - x^2 = \frac{9}{4} \quad 48 - 4x - 4x^2 = 9$$

$$4x^2 + 4x - 39 \quad \Delta = 4^2 + 4^2 \cdot 39 = 4^3 \cdot 10$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{40}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{40}}{2}$$

$$-1 - x \neq \frac{-1 - \sqrt{40}}{2} \quad \text{и.к. } x \geq 0$$

$$\sqrt{40} > 6 \quad \Rightarrow \quad -1 + \sqrt{40} > 5, \Rightarrow \quad \frac{-1 + \sqrt{40}}{2} > 2, \\ x_1 = \frac{\sqrt{40} - 1}{2}$$

$$k_2 = 3$$

$$12 - x - x^2 = 9 \quad x^2 + x - 3 \quad \Delta = 1 + 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad x_1 \neq \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \quad \text{и.к. } x > 3$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Oтв.} \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{12}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{40} - 1}{2}; \frac{\sqrt{40} - 1}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} & \text{и } \sqrt[4]{3x}, \sqrt[4]{xy} \Rightarrow \\ 2x^5 + 4x^2 \cdot \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & \Rightarrow x, y \geq 0 \end{cases}$$

~~$g(x, y)$ многочлен 2-й степени и чл~~
 ~~$g_2(x, y): x^2 + xy + y^2$ или $x^2 - xy + y^2$.~~

~~$g(x, y)$ при $x, y > 0$ и.к. это многочлен степени 2-й.~~

$$\sqrt[4]{xy} = a, \sqrt[4]{x} = b \quad \text{подставим в } 2x^5 + 4x^2 \cdot \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2(b^{20} - a^{20}) + 4(b^8 - a^8) + \sqrt[4]{3}(b - a) = 0$$

$$(b - a) \left(2(b^{10} + a^{10})(b^5 + a^5)(b^4 + b^3a + b^2a^2 + ba^3 + a^4) + 4(b^4 + a^4)(b^2 + a^2)(b + a) + \sqrt[4]{3} \right) = 0$$

$$\text{и.к. } a, b \geq 0 \Rightarrow a^{10} + b^{10} \geq 0, b^5 + a^5 \geq 0, b^4 + \dots + a^4 \geq 0, a^2 + b^4 \geq 0, b^2 + a^2 \geq 0, ba \geq 0, \text{ и и.к. } \sqrt[4]{3} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2(b^{10} + a^{10}) \dots + \sqrt[4]{3}) > 0 \Rightarrow a = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = y, \quad \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - 5$$

$$(x+4) \geq 0, 3-x \geq 0 \quad x \geq -4, x \leq 3, x \in [-4; 3]$$

$$x + 4 + 3 - x - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = -2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 23 + 4(x+4)(3-x)$$

$$k = \sqrt{(x+4)(3-x)}, k \geq 0 \quad 7 - 2k = 25 - 20k + 4k^2$$

$$18 - 18k + 4k^2 \quad 2k^2 - 9k + 9 = 0 \quad D = 9^2 - 8 \cdot 9 = 9$$

$$k_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{4} \quad k_1 = \frac{3}{2} \quad k_2 = 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

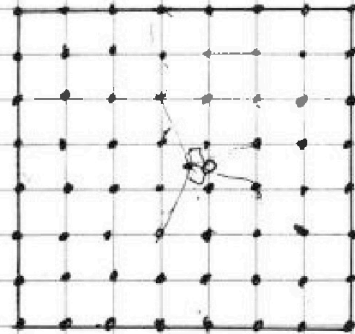
Всего из 14 углов то 1 многого

выбрать C_{14}^2 способами

но по условию \Rightarrow это при повороте
варианта \Rightarrow ~~то~~ совпадении с

другим вариантом то это

суммарные вершины. нарисуем тогда все C_{14}^2



варианта 2-и друг друга на C_{14}^2 квадратах

или то каждую квадратную верш. ем 1 свой
вариант. выберем одну из этих квадратов с

к.с.м. - то вариант. (при варианте попут-му

поворотом совпадутся как-то с другим вариантом

на каждой вид поворота (по часовой, против
часовой), или как 90° и при повороте

и так направлением, все повороты 90° \Rightarrow

\Rightarrow от 2-х вид поворота судя по тому какие

варианта, но тогда при обращении повор.

обратили центр квадрата O тогда при повороте

попут. с. можем дать два не, или же

расположить от O как показано, и угол между

соед. точками от O (или m и O_2) соед. центр.

точек равна 90° (т.к. квадрат и линия с центром)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ по условию поворота кон. вершины ортогонально,
рассмотрим граф, где каждая вершина это
разд. параллелограмма 2-и узлов. ребром между вершинами
будем являться их совпадение при повороте
на 20° по часовой тогда количество таких
различных вариантов это кол-во циклов
длины 4 в этом графе.

рассмотрим только этот цикл:

1. м: 2 поворота, если по часовой 2-и поворотов
обр-ся 2 варианта (узлы с указанием
узлов, по часовой)

сим-ое сим. 0 таких циклов 64
и обратном сим 32 раз варианта

2 м: * если при повороте обр-а и вершина
всего им $\binom{64}{64} - 64$ и обр. $\frac{\binom{64}{64} - 64 - k_2}{4}$ где k_2 -
вершина.

3 м: * варианты обр-а не можем. м.к поворот на

360° это перевод в м.к, по часовой поворот
трех вариантов

3 вершина $k_3 = 0$ м.к для этого цикла

пов-т на $\frac{360}{2} = 120^\circ$. Обр $\frac{\binom{64}{64} - 64}{4} + 32 = \frac{64!}{4} - 64 + 32 =$

$= \frac{63 \cdot 32 - 64}{4} + 32 = 8 \cdot 63 + 16 = 8 \cdot 65$

Ans: ~~865~~ 520



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: AM - диаметр Ω , CL диаметр ω

$w \cap \Omega = P, Q$ $PQ \perp AC$

$K = \Omega \cap AC$

$AM = 5$, $AB = 6$

$AC, BC = ?$

решение

$\angle ANM = 90^\circ$

т.к. диаметр AM

диаметр - AC

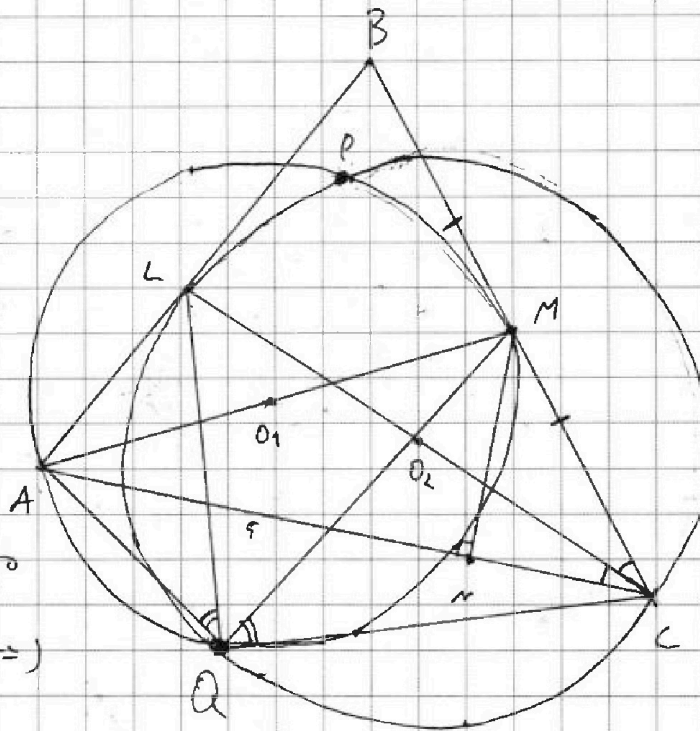
$\cos \angle AQC, \angle AQL,$

$\angle MQC, \angle CQC = ?$

$\rightarrow \angle AQC = \angle CQC = 90^\circ$

$\rightarrow \angle C, AM$ диаметр - AC

$\rightarrow \angle QAC = \angle MCQ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 \quad a_2 = \frac{12-12n}{70} \quad n < 1 \quad 2M = K$$

$$a_3 = -6n^2 \quad n = ? \quad 4A = T$$

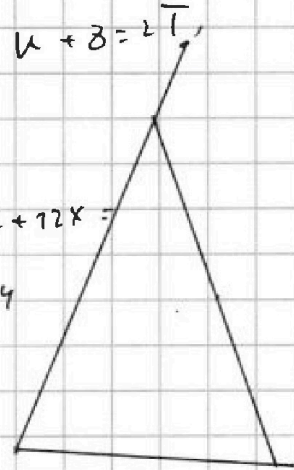
$$a_4 = (n^2 + 4n)^2 \quad a_3 = -6n^2 \quad K + 3 = 2T$$

$$a_1 = a_2 + d \quad a_3 = a_1 + 3d$$

$$a_4 = a_1 + 3d \quad n^2(n^2 + 8n + 16) - 12 + 12n =$$

$$n^2(n^2 + 8n + 16) = 12 - 12n + d \quad = -2n^2 + 4n - 4$$

$$n^2(n^2 + 8n + 16) = 12 - 12n + d$$



$$a_3 - a_4 \quad a_3 - a_2 = 6d = -6n^2 - 12 + 12n =$$

$$\Rightarrow d = -n^2 + 2n - 2$$

$$a_2 + 2d = a_4$$

$$12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4 = n^2(n^2 + 8n + 16)$$

$$n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 = 0$$

$$16 - 26 \cdot 8 + 18 \cdot 4 - 16 - 8 \quad x_1 = 1 - 8 + 18 - 8 - 8$$

$$-16 \cdot 6 + 18 \cdot 4 - 8 \quad -8 \cdot 8$$

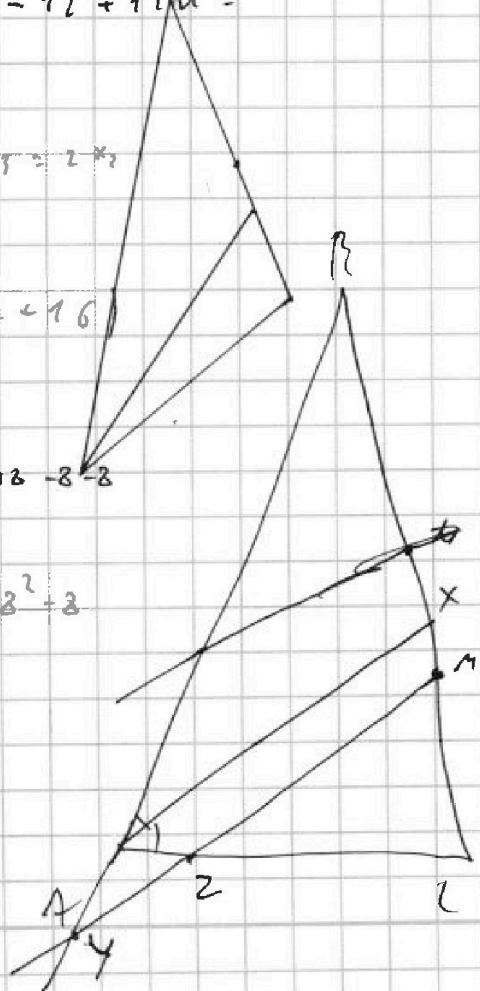
$$16 - 8 \cdot 16 + 18 \cdot 4$$

$$8^4 - 8^4 + 18 \cdot 3^2 - 3^2 + 3$$

$$3^4 - 8 \cdot 3^3 + 18 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 - 8 \quad 18 \cdot 3^2 - 3^2 - 3 = 64 - 15 - 3$$

$$3 \cdot (-5) + 2 \cdot 4 - 32$$

$$32 - 32$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

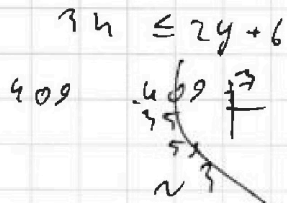
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (2x-3y) \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2x-3y \in [-6; 6] \\ 3x+2y \in [-9; 9] \end{matrix} \quad 70x+5y \geq ? \quad 25$$

$$\begin{aligned} 3x-2y &\geq -6 & a_2+2d & a_1, a_2+6d \\ 2x-3y &\leq 6 & |2x-3y| &\leq 6 \\ 3x &\geq 2y-6 & 2x-3y &\leq 6 \\ & & 2x-6-6 &\leq 3y \\ & & y &\geq \frac{2}{3}x-2 \end{aligned}$$



$$(x, y) \in \mathcal{N} \quad x, y \quad A = x^2 - 2xy + 4y^2 - 15x - 26y =$$

$$= (x-2y)^2 - 73(x-2y) = (x-2y)(x-2y-73)$$

$$\beta \geq xy(x-2y-2) \quad \text{I } A = 17p^2 \quad \beta = 15q^2 \quad (p, q \text{ произ.})$$

$$\begin{aligned} 4x^2 &= 16 + 144 - 96 \cos \alpha \\ a^2 &= 64 + 36 - 48 \cos \alpha \\ k^2 &= a^2 + 36 - 12a \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 15q^2, \quad \beta = 73p^2 \Rightarrow xy(x-2y-2) \\ \Rightarrow / x=y=p, & \quad 73 \\ -p-2 &= 73 \Rightarrow 77 \quad 9 \\ & \quad 27 \\ & \quad 23 \quad 28 \quad 9 \\ & \quad 6 \quad 7 \\ 4 \quad 6 & \quad 21 \\ & \quad 21 = \frac{21}{2} \end{aligned}$$

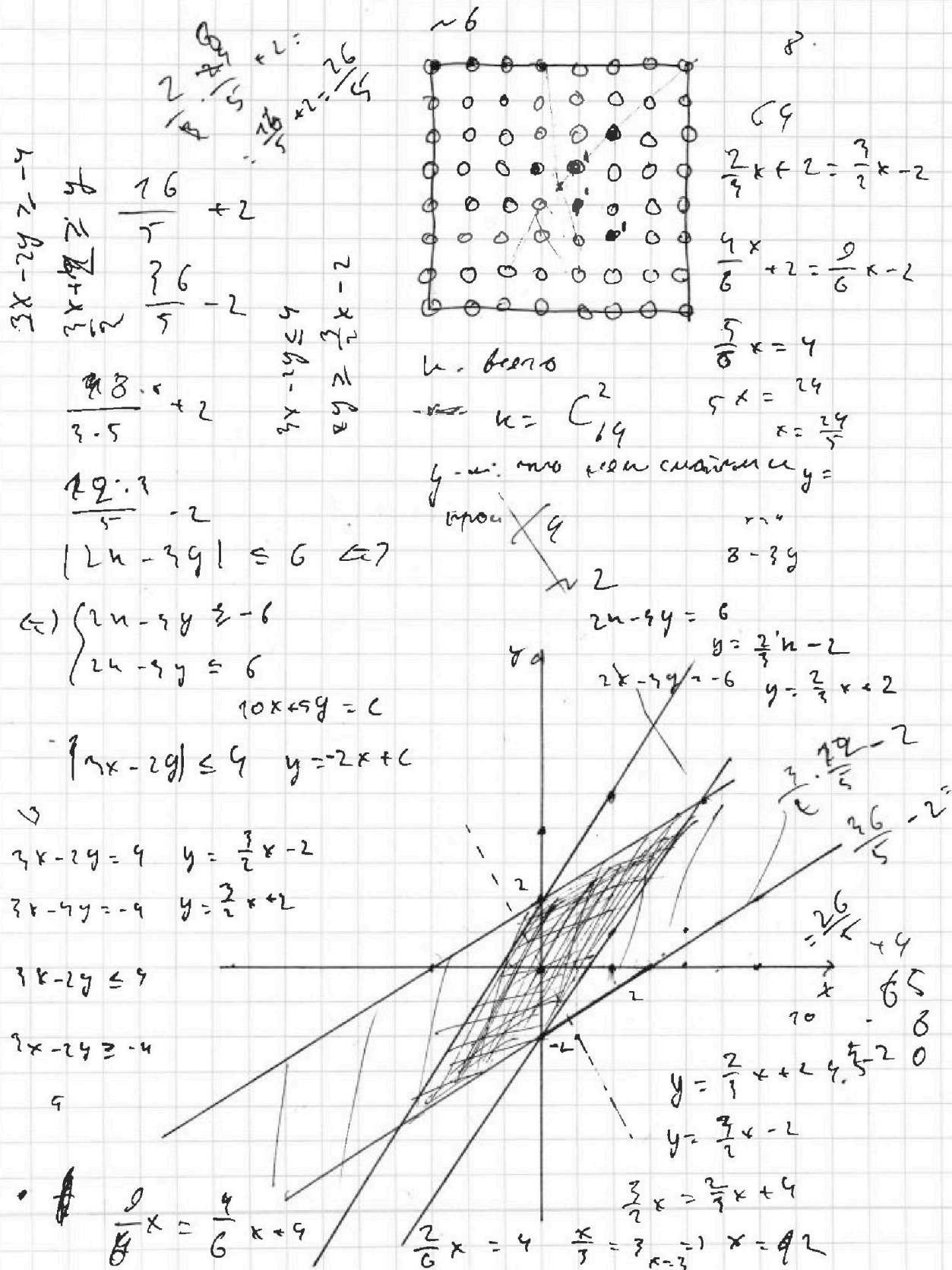


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

норман проверка все номера

$$a_1 \quad a_2 = a_1 + d = 12(1-n)$$

$$a_n = a_1 + 3d = a_2 + 2d = n^2(n+4)^2 \quad 70 \rightarrow n < 1$$

$$a_8 = a_1 + 7d = a_2 + 6d = -6n^2 \quad \text{со } n \dots \text{ удобн. } d < 0$$

$$6d = a_8 - a_2 = -6n^2 - 12 + 72n$$

$$d = -(n^2 - 2n + 2) \quad \sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$a_n = a_2 + 2d$$

$$n^2(n+4)^2 = 12(1-n) - 2(n^2 - 2n + 2)$$

$$n^2(n^2 + 8n + 16) = 12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4$$

$$n^4 + 8n^3 + 16n^2 = 8 - 8n - 2n^2$$

$$n^4 + 18n^2 - 8 = -8n - 8n^3 \quad n < 0 \text{ кабын}$$

$$n^4 + 18n^2 - 8 = 8n - 8n^3 - 16n^2 \quad 18 = 16 + 2$$

$$n^2(n^2 + 2)$$

$$n^4 + 18n^2 = 8 - 8n - 8n^3 \quad \therefore > 0$$

$$n^4 + 18n^2 = 8(1 - n - n^3)$$

$$64(64 + 18) >$$

$$= 8($$

$$4(4 + 18) = 8(1 + 2 + 8)$$

$$4 \cdot 22 = 8(11$$

$$\sqrt{6} - 64 + 18 \cdot 4 = 18 \cdot 8$$

$(10-4\sqrt{6}) \pm \sqrt{10-4\sqrt{6}}$
 $d =$
 $n = -2$
 $n = 2$
 $n^2 + 6n^2 + 6n - 4$
 $-8 \times 6 \cdot 4 - 12 - 4 =$
 $24 -$
 $-6(2 + \sqrt{6}) = -6(4 - 4\sqrt{6} + 6) =$
 $-6(10 - 4\sqrt{6})$
 $12 + 24 - 12\sqrt{6}$
 $36 - 12\sqrt{6}$
 $36 - 12\sqrt{6} = 20 + 8\sqrt{6} - 12 + 4\sqrt{6}$

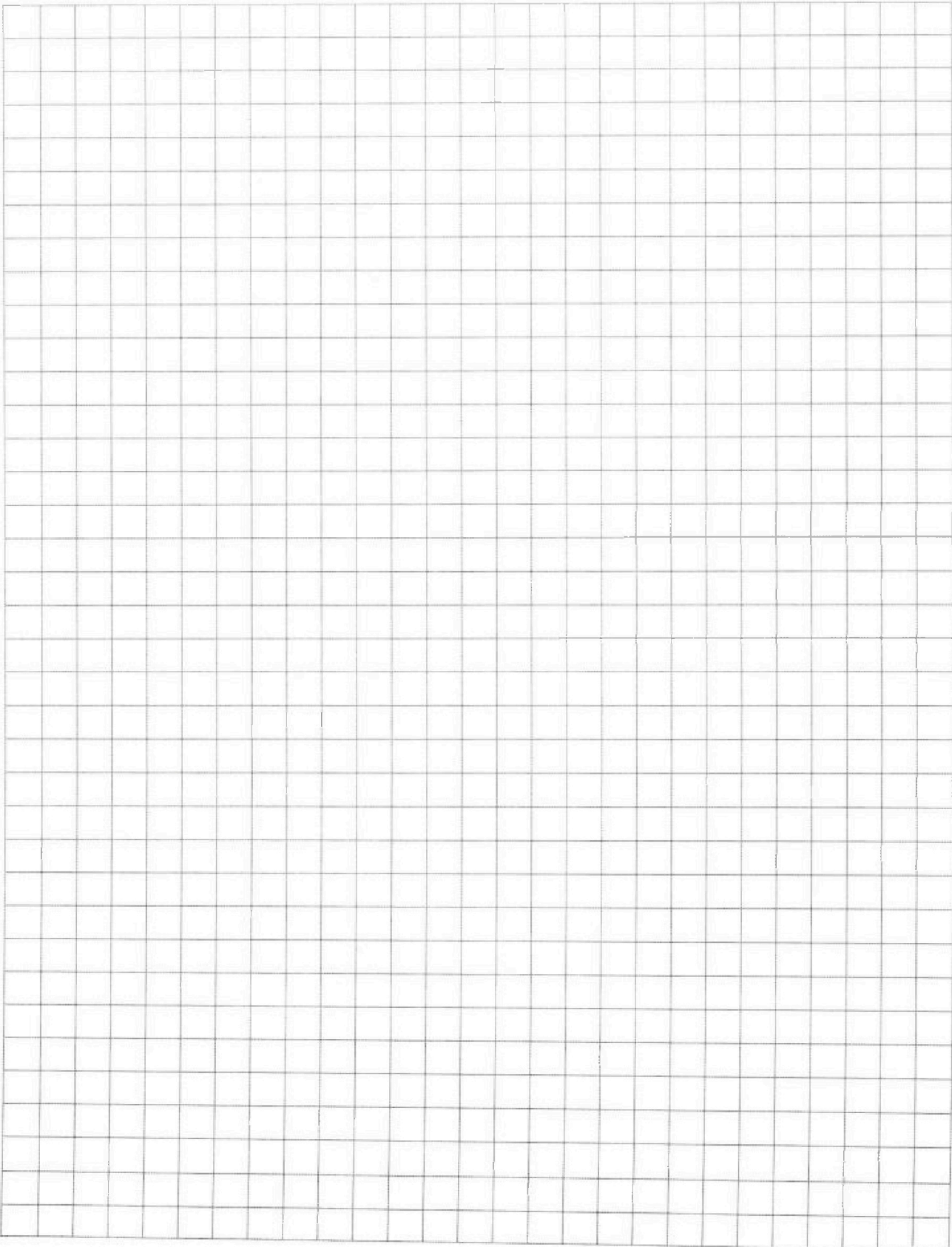


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

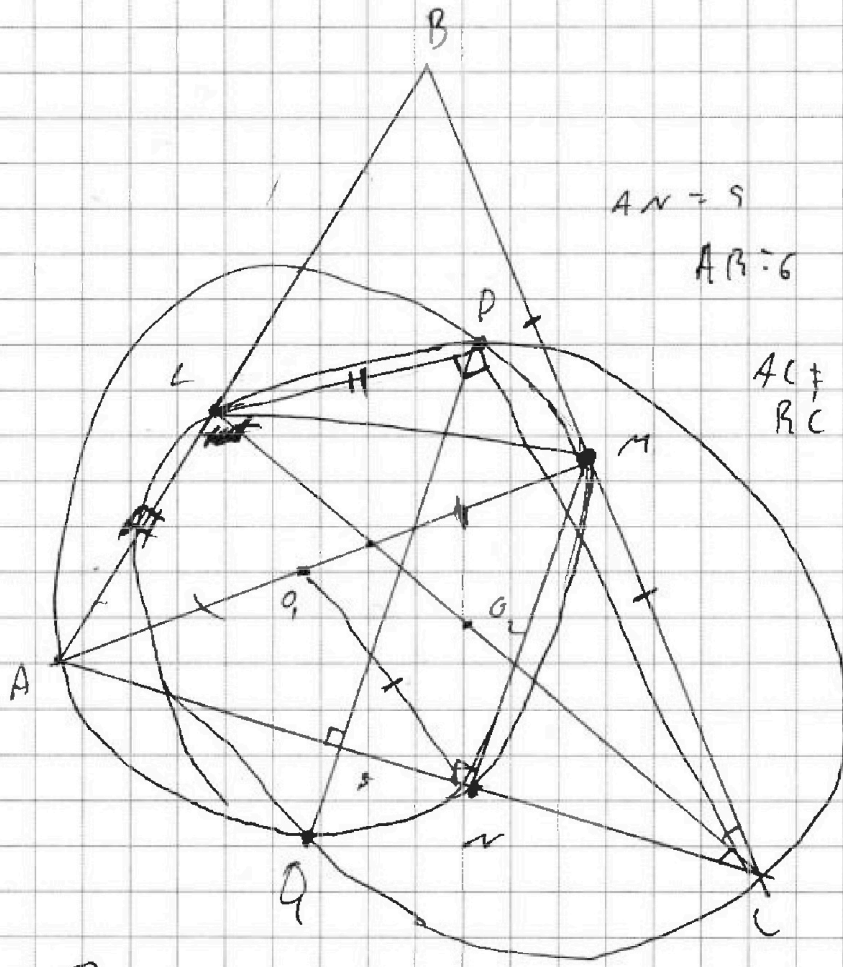
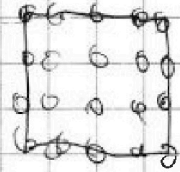
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l}
 -b^5 - a^5 \mid (b-a) \\
 -b^5 - ab^4 \mid b^4 + ab^3 + a^2b^2 + a^3b + b^4 \quad (b-a) \\
 -ab^4 - \\
 -ab^4 + a^2b^3 \\
 a^2b^3 \\
 a^2b^3 - a^2b^3 \\
 -a
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 b^5 + ab^4 + a^2b^3 + a^3b^2 + b^4a^4 + - \\
 -ab^4 - a^2b^4
 \end{array}$$



$$AN = 5$$

$$AR = 6$$

AC ⊥
RC

$$AM \subset \Omega$$

$$-C^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x}$$

$$2x^2 + 4x^2 = 2y^2 + 4y^2$$

$y > 0$
 $y > 0$

$$2x^2 - 2y^2 + 4x^2 - 4y^2 = 0$$

$$2(x-y)(x^2 + xy + y^2 + x^2y + y^2x) + 4(x-y)(x+y) = 0$$

$$x=y \cdot \frac{b^5 - b^4a + b^3a^2 - b^2a^3 + ba^4 - b^4a + a^5b^3 - b^3a^2 + ba^4 - a^5}{b^5 - b^4a + b^3a^2 + b^2a^3 - ba^4 - b^4a}$$

$$2x^4 + 2x^3y + 2x^2y^2 + 2xy^3 + 2y^4 + 2x + 2y = 0$$

$$\sqrt{x} = a$$

$$x = y \text{ или } a \text{ или } x, y > 0$$

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^4 - 4y^4 + \sqrt{y} = b \quad a - b + 5 = 2ab$$

$$a + 5 = (2a + 1)b$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 0$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} - 5$$

$$2(a^2 - b^2) + 4(a^3 - b^3) + \sqrt{3}(a - b) = 0$$

$$\sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{x+4} + 5}{2\sqrt{x+4} + 1}$$

$$x+4+3-x - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} =$$

$$= 4(x+4)(3-x) -$$

$$- 20\sqrt{(x+4)(3-x)} + 25$$

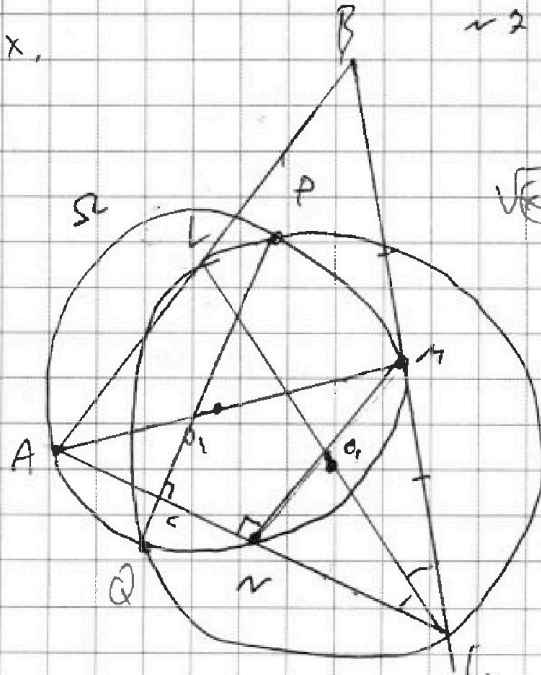
$$AB = 6$$

$$AN = 5$$

$$\sqrt{(x+4)(3-x)} = k$$

$$7 - 2k = 4k^2 - 20k + 25$$

$$(a-b) \left(2(a^2+a^2)(a^2+a^2)(a+b) + 4(a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b) + \sqrt{3} \right) = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дана $\triangle ABC$, M - середина BC

$M \in l$, $l \parallel AX$, $l \cap AC = Z$,

$l \cap AB = Y$

$AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$

найти BC

Решение:

м.к. $l \parallel AX \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle YZA =$

$= \angle XAB \Rightarrow$

$\triangle YZA \sim \triangle XAB$, м.к. $AC = 18$, $AZ = 6 \Rightarrow ZC = 12$,

$YZ = 8$, $MC = X \Rightarrow BC = 2X$, $AB = Y$, по $\triangle YMA \sim \triangle XBY$

$\Rightarrow \frac{YX}{XB} = \frac{AY}{AB} = \frac{18}{Y} = \frac{X+X}{X-X}$, в $\triangle YMA \sim \triangle XBY$ $AY = a$, $AB = c$.

по условию м.к. $AX \parallel l \Rightarrow \frac{MB}{BY} = \frac{XB}{AB}$, $\frac{X}{a+c} = \frac{X-c}{c}$

в $\triangle ACX \sim \triangle ZCM$ по условию, м.к. $ZM \parallel AX \Rightarrow \frac{CZ}{CA} = \frac{CM}{CX}$

$\Rightarrow \frac{12}{18} = \frac{X}{X+c}$, $\frac{2}{3} = \frac{X}{X+c}$, $2X+2c = 3X \Rightarrow X = 2c \Rightarrow$

$\Rightarrow MX = XB = c \Rightarrow XA$ - медиана в $\triangle YBM \Rightarrow a = c$,

$ZM = c$, $AX = t \Rightarrow$ м.к. AX - медиана в $\triangle MY \Rightarrow 2c = 2t$,

а м.к. в $\triangle ACX$, $\frac{AZ}{CX} = \frac{ZM}{MY} = \frac{3}{2} = \frac{t}{c} \Rightarrow 3c = 2t \Rightarrow c = 2t \Rightarrow$

$\Rightarrow c = 4$, $t = 6$

