



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит как нужно решить:

$$(x^2 - 4x - 3)(x^2 - 4x + 4) = 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2 - 4x - 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{array} \right. ; \left[\begin{array}{l} (x-2)^2 = 7 \\ (x-2)^2 = 0 \end{array} \right. ; \left[\begin{array}{l} (x-2) = -\sqrt{7} \\ (x-2) = \sqrt{7} \\ (x-2) = 0 \end{array} \right. ;$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 - \sqrt{7} \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(-3)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

т.к. все переходы были р/с, то все зн. x нас устраивают

Ответ: $2 - \sqrt{7}$; 2 ; $2 + \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Ан. прогр.~~

Ан. прогр.: $a_5 = 6x + 18$, $a_7 = (x^2 - 4x)^2$, $a_{11} = -3x^2$

$(?) = X$

δ -мод. ан. прогр. $\Rightarrow a_7 = a_5 + 2\delta$
 $a_{11} = a_7 + 4\delta \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (x^2 - 4x)^2 = 6x + 18 + 2\delta \\ -3x^2 = (x^2 - 4x)^2 + 4\delta \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 = 2(6x + 18) - (x^2 - 4x)^2 + 4\delta - 4\delta$

$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 2(6x + 18) = 0$

$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4(x + 3) = 0$

$x^2(x - 4)^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$

$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

Решим это уравнение (4-ой степени) МКК:

$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$,
 где a, b, c, d - коэфф. кв. трехчленов.

$\Rightarrow x^4 + x^3(a+c) + x^2(b+d+ac) + x(bc+ad) + bd = 0$

$\begin{cases} a+c = -8 \\ b+d+ac = 17 \\ bc+ad = -4 \\ bd = -12 \end{cases}$

Заметим, что нам подходит:
 $a = -4, b = -3, c = -4, d = 4$

Действительно:

$\begin{cases} -4-4 = -8 \\ -3+4+(-4)\cdot(-4) = 17 \\ (-3)\cdot(-4) = -12 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(?): найм. зн. $14x+7y$;

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \quad | \cdot \frac{2}{3} > 0 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases} ; \begin{cases} -\frac{9}{2} \leq 3x-\frac{9}{4}y \leq \frac{9}{2} \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -8 - \frac{9}{2} \leq 4y - \frac{9}{4}y \leq 8 + \frac{9}{2} \quad | \cdot 4$$

$$-32 - 18 \leq 7y \leq 32 + 18 \Rightarrow -50 \leq 7y \leq 50$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \quad | \cdot \frac{1}{3} > 0 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases} ; \begin{cases} -8 \leq \frac{16}{3}x-4y \leq 8 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases} \quad | +$$

$$\Rightarrow -16 \leq \frac{16}{3}x - 3x \leq 16 \quad | \cdot 3$$

$$-48 \leq 7x \leq 48 \quad | \cdot 2$$

$$\begin{cases} -96 \leq 14x \leq 96 \\ -50 \leq 7y \leq 50 \end{cases} \quad | + \Rightarrow 14x+7y \geq -146$$

\Rightarrow найм. зн. $14x+7y = -146$. (все числа не могут быть целыми)
Пример: $x = -\frac{48}{7}$, т.е. $x = -6\frac{6}{7}$
 $y = -\frac{50}{7}$, т.е. $y = -7\frac{1}{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Действительно,

$$|4x - 3y| = |4(-7 + \frac{1}{7}) + 3(7 + \frac{1}{7})| = |-7 + 1| = 6 \leq 6$$

$$|3x - 4y| = \cancel{|3(-7 + \frac{1}{7}) + 4(7 + \frac{1}{7})|} = |7 + 1| = 8 \leq 8$$

Ответ: -146



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m, n \in \mathbb{N}^+; \quad A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

(1) ~~$A = 13p^2$~~
 $A = 13p^2$
 $B = 3q^2$

(2) $A = 3q^2$
 $B = 13p^2$

, где p, q - простые. $(?) : (m; n)$

(1): $A = 13p^2$
 $B = 3q^2$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$a: (m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

$$b: mn(m-n+3) = 3q^2$$

Заметим, что 3 и 13 тоже простые.

~~ясно, что $m-n+9 > m-n$~~

~~ясно, что $m-n+9 > m-n$~~

~~I. $m-n+9 = 13$ и $m-n = 1$ $\Rightarrow m-n+9 = 10$~~

~~II. $m-n+9 = 13k$ и $m-n = 1$ $\Rightarrow m-n+9 = 13k$~~

~~III. $m-n+9 = 13$ и $m-n = 13k$ $\Rightarrow m-n+9 = 13k$~~

IV: $m-n+9 = 13k \Rightarrow m-n = 13k-9$, где $k \in \mathbb{N}^+ \Rightarrow k(13k+9) = p^2$

Если $k=2$, то $p=2$, но второй множ. $13 \cdot 29$
 $p^2 = 4 = 2 \cdot 2$ (противоречие). Анализ, если $k \neq 2$, тогда $13k+9 \neq 2$
 $\Rightarrow m-n \neq 13$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II) $m-n+9 : 13 \mid \Rightarrow m-n+9 = 13k, \text{ где } k \in \mathbb{N},$
 $m-n = 13k-9 \mid \Rightarrow (13k-9)k = p^2.$

~~Из четности $m-n$ следует, что k четно.~~

~~Таким образом, $m-n \neq 13$
 $m-n+9 \neq 13$, но $n.t. = 13p^2 : 13 = 13$~~

~~\Rightarrow (1) невозможно~~

~~\exists (2): $A = 3a^2$
 $B = 13p^2$, где p, q - простые~~

~~$(m-n)(m-n+9) = 3a^2.$~~

~~I. $m-n : 3 \mid \Rightarrow m-n = 3t, t \in \mathbb{N}.$~~

~~$\mid \Rightarrow 3t \cdot 3(t+3) = 3a^2 \mid \Rightarrow 3t(t+3) = a^2.$~~

~~Если $t : 2$, то $3t : 2$, а $(t+3) : 2$,
 но тогда л.т. $: 2$, но тогда ч.п.т. $: 2$,
 а ф.к. $q^2 : 2$ только при $q = 2$, то $q^2 = 4 : 2$,~~

~~но л.т. содержит четный множ. (анализ ф.к. $t : 2$ не q).~~

~~$\mid \Rightarrow m-n : 3 \mid \Rightarrow (m-n)+9 : 3 \mid \Rightarrow (m-n)+9 = 3t, t \in \mathbb{N}.$~~

~~\Rightarrow не так.~~ \Rightarrow таких $m, n \in \mathbb{N}$ не существует.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $k:2$, то $p \equiv 2 \pmod{2} \Rightarrow p^2 \equiv 4 \pmod{4}$, но
 $13k-9 \pmod{4} -$ нечёт. число ($\neq 1$)

Если $k \not\equiv 2$, то $\left. \begin{array}{l} k \not\equiv 2 \\ 13k-9 \equiv 2 \end{array} \right\} \Rightarrow p^2 \equiv 4 \pmod{4}$, но

нам удовлетворяет, если $k=1$ (как нечёт. число)
 и $13k-9 = 13-9 = 4 = y^2$.

$\Rightarrow m-n+9=13$

$m-n=4 \Rightarrow 7mn=3d^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3d^2:7 \Rightarrow d^2:7$, т.е. $d^2=49$ (q-простое)

~~$m-n=3$
 $m+n=2$~~

$\Rightarrow 7mn=3 \cdot 49 \Rightarrow mn=21$
 $m-n=4$

~~$m^2 - 2mn + n^2 = 16$~~

$m = n+4$
 $n^2 + 4n = 21$

$(n+2)^2 = 5^2$
 $m = n+4$
 $\Rightarrow \begin{cases} n+2 = -5 \\ n+2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = -7 \\ n = 3 \end{cases}$
 $m = 7$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2): \begin{cases} A = 3q^2 \\ B = 13p^2 \end{cases}$$

$$(m-n)(m-n+9) = 3q^2$$

$$I. m-n = 3l, l \in \mathbb{N} \Rightarrow 3l \cdot 3(l+3) = 3q^2$$

$$3l(l+3) = q^2$$

Если $l:2$, то $q=2$, $q^2=4$, но
т.к. $3l \in \mathbb{N}$ и $l+3 \in \mathbb{N}$, то, очев., л.т. > 4

Если $l \not: 2$, то $l+3 \geq 4$ и $l+3:2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow 3l \leq 1$ — ~~нельзя~~

$$II. (m-n)+9 = 3l, l \in \mathbb{N}$$

$\Rightarrow m-n:3$, но это не так ~~нельзя~~

\Rightarrow возможен лишь ~~вариант~~ (1).

Ответ: (7; 3).



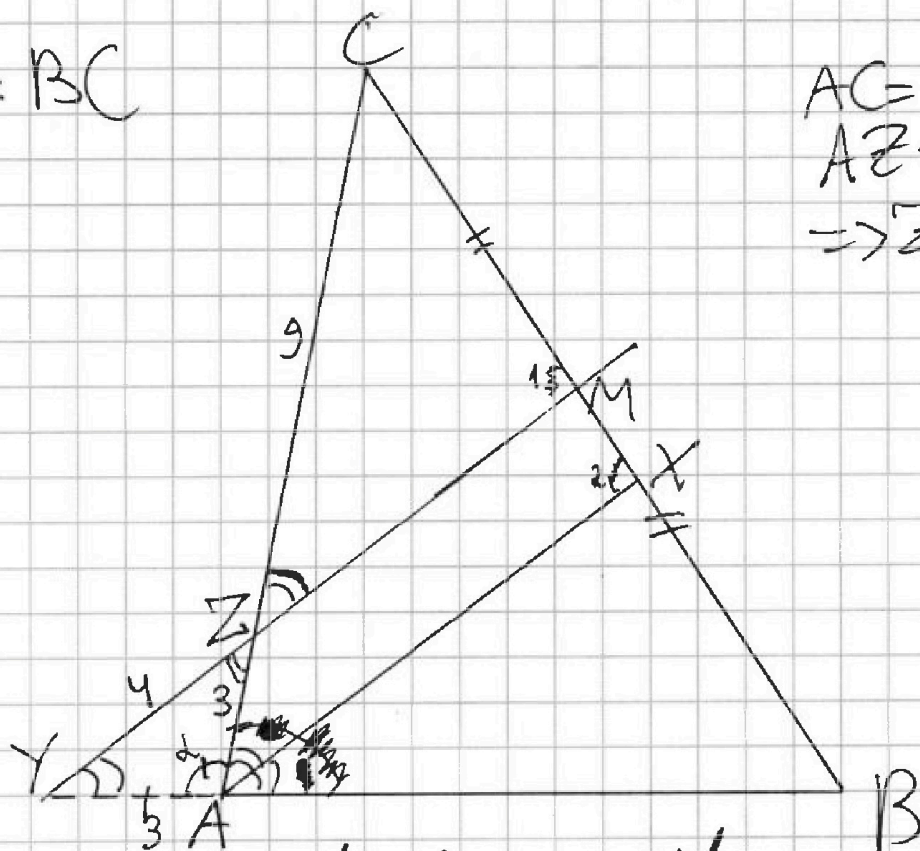
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(?): BC



$$\begin{aligned} AC &= 12 \Rightarrow \\ AZ &= 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow ZC &= 9 \end{aligned}$$

из $MY \parallel AX$ (пар.): $\angle CAM = \angle CZM$ (как одностор.)
 $\angle XAB = \angle MYB$ (как одностор.)

~~$\angle CAX = \angle XAB$ (как одн.)~~ \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle AYZ \sim \triangle YZ$ (ост.) \Rightarrow
 $\Rightarrow AY = AZ = 3$

по Т. Менелая $\triangle ABC$, YM :

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{BY}{AY} \cdot \frac{AZ}{CZ} = 1 \Rightarrow \frac{BY}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

|| (M-ср. BC)

$$\Rightarrow BY = 9$$

|| $BY = AB + AY$ \Rightarrow

$\Rightarrow AB = 6.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle CZM \sim \triangle CAX \text{ (из условия)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CZ}{AC} = \frac{CM}{CM+MX} \text{ (т.к. } \angle 1 = \angle 2 \text{ и } \angle C = \angle C \text{)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{CM}{CM+MX} \Rightarrow 3CM + 3MX = 4CM$$

$$\Rightarrow MX = \frac{CM}{3}$$

~~В $\triangle ABC$ по теореме косинусов:~~ $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX}$

~~$BX = BM + MX = CM - MX = \frac{2}{3}CM$~~

~~$CX = CM + MX = \frac{4}{3}CM$~~

~~$\Rightarrow \frac{2}{3}CM = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3}CM$~~

~~В $\triangle AYZ$ по теореме косинусов: $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos \alpha$~~

~~В $\triangle ABC$ по теореме косинусов: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$~~

В $\triangle AYZ$: по теореме косинусов: $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{9+9-16}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{9}$$

В $\triangle ABC$: по теореме косинусов: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{2}{9} \Rightarrow BC = \sqrt{36 + 144 + \frac{144}{9}}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{196} = 14$$

Ответ: 14

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1): \sqrt{\frac{5\sqrt{3}-2}{4}+6} - \sqrt{5+\frac{2-5\sqrt{3}}{4}} + 5 = 2\sqrt{30+\frac{2-5\sqrt{3}}{4}} - \frac{79-20\sqrt{3}}{18}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} + 5 = \sqrt{480+8-79}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} + 5 = \sqrt{409}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} = \sqrt{409} - 5$$

$> 0 \quad \frac{2}{2} > 10 > 0$

~~$$4(5\sqrt{3}+22) + 4(22-5\sqrt{3}) - 8\sqrt{484-75}$$~~

~~$$64 \cdot 409 + 25 = 80\sqrt{409}$$~~

~~$$4(5\sqrt{3}+22) + 4(22-5\sqrt{3}) - 8\sqrt{484-75} = \frac{1}{4} \cdot 409 + 25 - 5\sqrt{409}$$~~

~~$$176 - 8\sqrt{409} = \frac{409}{4} + 25 \cdot 4$$~~

~~$$704 - 12\sqrt{409} = 409 + 100$$~~

~~$$12\sqrt{409} = 704 - 509$$~~

Ответ: нет решений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a): X^2 + X - 29 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 29 = 117 = 9 \cdot 13$$

$$X = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$(b): 4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 71 = 300 = 100 \cdot 3$$

$$x = \frac{-4 \pm 10\sqrt{3}}{8}$$

Т.к. $x \geq 0, y \geq 0$ (как минимум из \sqrt{x} и \sqrt{y}), то

$$x = \frac{-1 - 3\sqrt{13}}{2} \text{ и } x = \frac{-4 - 10\sqrt{3}}{8} \text{ — не ур.}$$

Так как ни одну из сделанных мною предп. не можно проверить по условию, то ~~их~~ мы можем их лишь проверить (иногда).

Сделаем проверку для:

I. $x = y = \frac{3\sqrt{13} - 1}{2}$. Видно, что (2) выполняется ($\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$)

$$(1): \sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} - \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} + 5 = 2\sqrt{30 + \frac{1 - 3\sqrt{13}}{2}} - \frac{118 - 6\sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} - \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} + 5 = \sqrt{120 + 2 - 118}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} = 3$$

т.к. $\sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} < \sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}}$, то $x = y = \frac{3\sqrt{13} - 1}{2}$ — не ур.

II. $x = y = \frac{10\sqrt{3} - 4}{8} = \frac{5\sqrt{3} - 2}{4}$

(2) — верно (аналог. I)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (1)$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y \quad (2)$$

~~для переменных: $x, y \geq 0$~~

Пусть ~~$a = \sqrt{x}$~~ $\sqrt{x} = a \geq 0$ $\sqrt{y} = b \geq 0$ \Rightarrow

$$\Rightarrow (2): 4(a^{16} - b^{16}) + (a^4 - b^4) + 5(a - b) = 0$$

$$a - b = 0$$

$$4(a^8 + b^8)(a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a + b) + (a^2 + b^2)(a + b) + 5 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a - b = 0, \text{ т.е. } \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y.$$

$$(1): \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x-x^2} - 5$$

$$x+6+5-x-2\sqrt{30-x-x^2} = 4(30-x-x^2) - 20\sqrt{30-x-x^2} + 25$$

$$\text{Пусть } \sqrt{30-x-x^2} = t \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4t^2 - 18t + 94 = 0$$

$$4(t - \frac{9}{2})(t - \frac{7}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{30-x-x^2} = 1 \quad \left[\begin{array}{l} 30-x-x^2 = 1 \\ \sqrt{30-x-x^2} = \frac{7}{2}; 4(30-x-x^2) = 49 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2 + x - 29 = 0 \quad (a) \\ 4x^2 + 4x - 7 = 0 \quad (b) \end{array} \right.$$

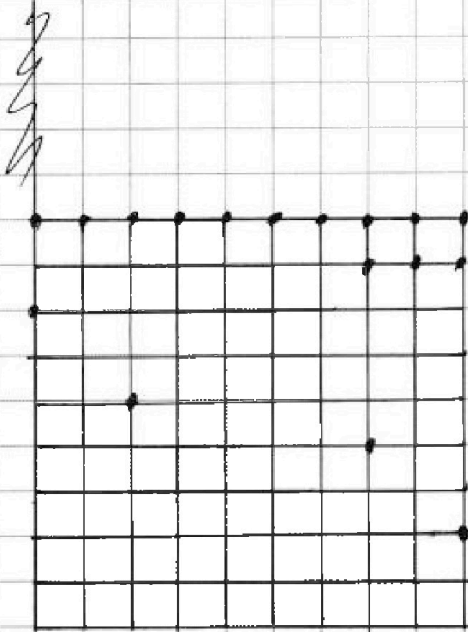


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Всего узлов } (9+1)(9+1) = 100$$

Всего способов перебраться
из узла из 100:

$$\frac{100 \cdot 99}{2} = 4950$$

Исно, то мы можем повернуть
квадрат на, ну 0 по знаку, $+90^\circ$, $+180^\circ$, $+270^\circ$
и это 4 конфигурации.

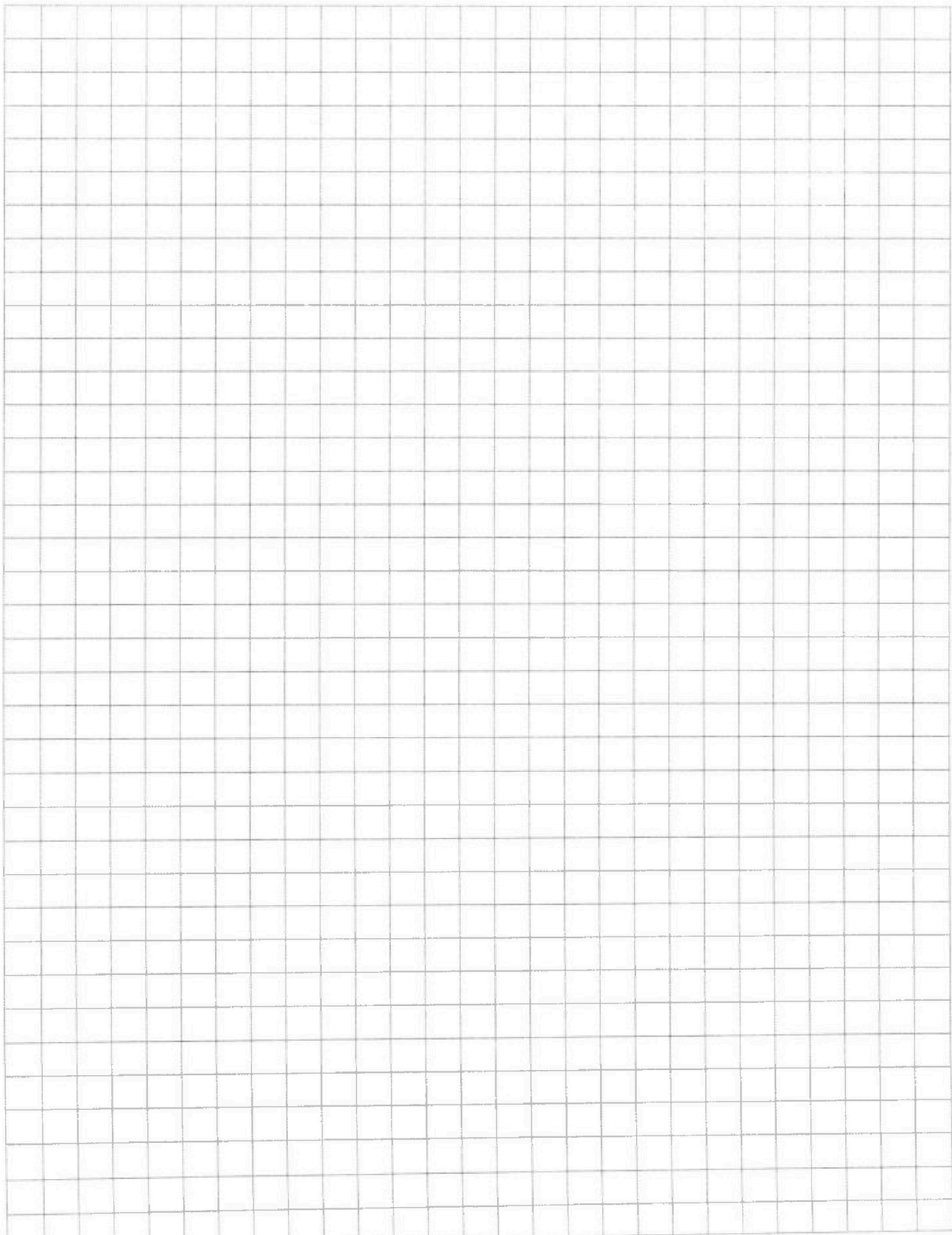


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - 18a + 56 = 0 \quad \begin{cases} a = 4 \\ a = 14 \end{cases} \quad \begin{cases} a^4 = x \\ x^4 = a^{16} \end{cases}$$

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$y + 4(30 - y) = 120 + 8 = 128$$

$$2 \cdot 7 \cdot 16$$

$$4x - 3y \geq 8$$

$$8 \geq 4y - 3x \geq -8$$

$$-8 \leq 4y - 3x \leq 8$$

$$-14 \leq y + x \leq 14$$

$$4(a^8 - b^8) + (a^4 - b^4) + (a - b) = 0$$

$$m = 3 \cdot k \cdot \frac{5}{495}$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 4y - 3x \leq 8$$

$$-3 \cdot 3 \leq 3x - \frac{9}{4}y \leq \frac{9}{2}$$

$$-8 \leq 4y - 3x \leq 8$$

$$-9 \leq \frac{9}{2}y \leq \frac{9}{2} + 8$$

$$-18 \leq 14x \leq 96$$

$$y = -7 \frac{1}{7}$$

$$14x + 7y \leq 146$$

$$x = -\frac{48}{7}$$

$$y = -7 \frac{1}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_7 = a_5 + 2d \\ a_{11} = a_5 + 6d \end{cases} \cdot 3$$

$$\begin{cases} 3(x^2 - 4x)^2 = 3(6x + 18) + 6d \\ 3x^2 = 6x + 18 + 6d \end{cases}$$

$(m, n) \in \mathbb{N}$:

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = 13p^2 - 5q^2$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = 13p^2$$

$$A = (m-n)(m-n+9)$$

$$(m-n)(m-n+9) = 3q^2$$

$$B = mn(m-n+3)$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 = 2(6x + 18) = 0$$

I. $m:2, n:2 \Rightarrow A:2$

$B:2 \Rightarrow 8 + 12 = 20 \neq 2$

II. $m \text{ или } n:2 \Rightarrow B:2$

III. $m \neq 2 \text{ и } n \neq 2$

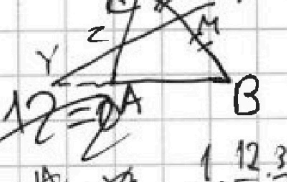
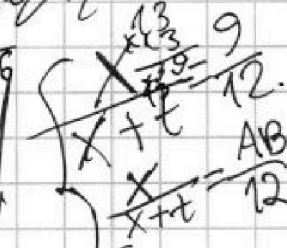
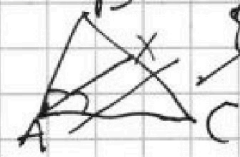
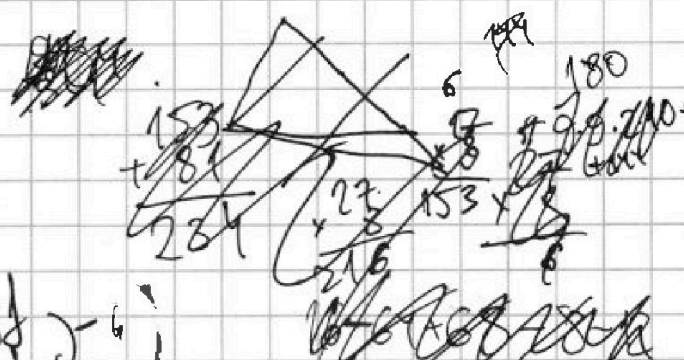
$$256 = 2256 + 256 + 16 - 16 - 12$$

$$16(16+1)$$

$$6^4 - 8 \cdot 6^3 + 17 \cdot 6^2 - 24 - 12 = 0$$

$$6^2(36 - 48 + 17) - 36$$

$$\begin{cases} \frac{x}{x+t} = \frac{9}{12} \\ \frac{x-t}{x+t} = \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = x^2(x-4)^2$$

$$a_{11} = -3x^2$$

$$\begin{array}{r} 214 \\ \times 65 \\ \hline 70 \\ + 84 \\ \hline \end{array}$$

91

$$\begin{array}{r} 146 \\ - 98 \\ \hline 48 \\ \hline 14 \\ \hline \end{array}$$

$$y = -\frac{55}{7}$$

$$\sqrt{6x+18+2d} = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$\sqrt{2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36} = x^4 - 8x^3 + 17x^2 + 4x$$

$$\sqrt{4d} = 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ + 48 \\ \hline 146 \end{array}$$

$$1 - 8 + 17 - 4 - 12 = 0$$

$$16 - 8 + 68 - 8 - 12 = 0$$

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$$

$$x^4 + x^3(c+a) + x^2(b+d+ac) + x(bc+ad) + bd$$

$$\begin{cases} a+c = -8 \\ b+d+ac = 17 \\ bc+ad = -4 \\ bd = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -3 \\ d = 4 \\ ac = -16 \\ a = -4 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 17 \\ \times 7 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$y = -\frac{48}{7}$$

$$x = -5$$

$$7y = -6$$

$$y = -\frac{6}{7}$$

$$x = -10$$