



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



✓1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

✓2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

✓3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.

✓4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

✓5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

✓6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $x=1$; ~~$x=1+\sqrt{5}$~~ $x=1+\sqrt{5}$; $x=1-\sqrt{5}$

Обозначим за a_1 - первый член арифметической прогрессии;
 d - шаг арифметической прогрессии.

a_i - i -ый член арифметической прогрессии.

По условию:

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = 9x^2$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

Т.к. арифметическая прогрессия

$$a_6 - a_4 = 2d$$

$$a_{10} - a_6 = 4d$$

$$\Rightarrow 2(a_6 - a_4) = a_{10} - a_6$$



$$3a_6 = a_{10} + 2a_4$$

$$3(x^2 - 2x)^2 = 9x^2 + 12 - 18x$$

$$(x^2 - 2x)^2 = 3x^2 - 6x + 4$$

$$(x^2 - 2x)^2 = 3(x^2 - 2x + 1) + 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 2x)^2 - 1^2 = 3(x^2 - 2x + 1)$$

$$(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 3(x^2 - 2x + 1)$$

$$(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$(x - 1)^2 (x^2 - 2x - 4) = 0$$

||

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ x^2 - 2x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 4}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

Значит:

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Заметим, что $x = 1$ - подходит:

$$a_4 = -3; a_6 = 1; a_{10} = 9; d = 2$$

Заметим, что $x = 1 + \sqrt{5}$ и $x = 1 - \sqrt{5}$ так же подходят, т.к. являются корнями уравнения, характеризующего ^{разницу} арифметическую прогрессию.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 13

Пример:

$$x = \frac{4}{3}; y = \frac{5}{3}$$

$$|x - 2y| = \left| \frac{4}{3} - \frac{10}{3} \right| = \left| \frac{6}{3} \right| = 2 \leq 2$$

$$|2x - y| = \left| \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \right| = \left| \frac{3}{3} \right| = 1 \leq 1$$

- условия выполнены

$$6x + 3y = 6 \cdot \frac{4}{3} + \frac{5}{3} \cdot 3 = 8 + 5 = 13$$

Оценка: $6x + 3y \leq 13$

$$6x + 3y = 5(2x - y) + 4(2y - x), \text{ т.к.}$$

$$5(2x - y) + 4(2y - x) = 10x - 5y + 8y - 4x = 6x + 3y$$

Заметим, что по условию:

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$|2x - y| \leq 1 \Rightarrow 2x - y \leq 1$$

$$|x - 2y| = |2y - x| \leq 2 \Rightarrow 5 \cdot 2y - x \leq 2$$

$$6x + 3y = 5(2x - y) + 4(2y - x) \leq 5 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, $6x + 3y \leq 13$.

Поэтому наибольшее значение выражения

$6x + 3y$ равно 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $(5; 3)$

$m, n \in \mathbb{N}$:

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = (m+2n)^2 - 4(m+2n) = \\ = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = m \cdot n \cdot (m+2n+9)$$

Заметим, что $A \div 2$.

Пусть $A \div 2$:

$$A = (m+2n)(m+2n-4)$$

\Downarrow

$$m+2n \div 2 \Rightarrow m \div 2$$

$$m+2n-4 \div 2 \Rightarrow m-4 \div 2 \Rightarrow m-1 \div 2$$

Заметим, что хотя бы одно из двух последовательных целых чисел делится на 2, а у нас $m, m-1 \div 2$. Так как не бывает.

Значит, $A \div 2$.

Заметим, что $B \div 2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $B \div 2$.

$$A = (m+n+9) \cdot mn \quad B = mn(m+2n+9)$$

\downarrow
 $\int m$

$$\downarrow$$

$$m \div 2; n \div 2; m+2n+9 \div 2$$

$$m+2n+9 \div 2 \Rightarrow m+9 \div 2 \Rightarrow m+1 \div 2$$

Заметим, что хотя бы одно из двух последовательных чисел делится на 2, а у нас $m, m+1 \div 2$. Планка не сбавает.

Значит, $B \div 2$.

Заметим, что A и B равны $11p^2$ и $75q^2$ и A и $B \div 2$.

$$\text{Значит } 11p^2, 75q^2 \div 2 \Rightarrow p^2, q^2 \div 2 \Rightarrow p, q \div 2$$

Единственные простые числа кратные 2 — это 2, значит $p = q = 2$.

$$A = (m+n)(m+n-4) \quad \text{Заметим, что } 11p^2 = 44;$$

$$75q^2 = 300.$$

Есть два случая: 1) $A = 44, B = 300$

2) $A = 300, B = 44$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) B = m \cdot n (m + 2n + 9) = 44$$

2) 44 есть делителями 44, 22, 11, 4, 2, 1.

$m + 2n + 9$ - делитель 44

$$m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m, n > 1$$

$$m + 2n + 9 \geq 1 + 2 + 9 = 12$$

Значит, $\begin{cases} m + 2n + 9 = 22 \Rightarrow mn = 2 & (1) \\ m + 2n + 9 = 44 \Rightarrow mn = 1 & (2) \end{cases}$

(1) $m, n \in \mathbb{N}$
 $mn = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \\ m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} n = 1 \\ n = 2 \end{cases} \quad m + 2n + 9 = 1 + 4 + 9 = 14 \neq 22$$

$$\begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \quad m + 2n + 9 = 2 + 2 + 9 = 13 \neq 22$$

(2) $m, n \in \mathbb{N}$

$$mn = 1 \Rightarrow m = n = 1$$

$$m + 2n + 9 = 1 + 2 + 9 = 12 \neq 44$$

Значит, $B = 44$ не выходит.

1) $A = 44$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m + 2n)(m + 2n - 7) = 44.$$

Заметим, что $m + 2n \in \mathbb{N}$; $] 2n + m = x$

$$x(x - 7) = 44$$

$$x^2 - 7x - 44 = 0$$

$$(x - 11)(x + 4) = 0$$

\Downarrow

$$\begin{cases} x = 11 \\ x = -4 - \text{не подходит, т.к. } m + 2n \in \mathbb{N} \Rightarrow m + 2n \geq 1 \end{cases}$$

Значит, если $A = 44 \Rightarrow m + 2n = 11$

$$m + 2n = 11: A = 11 \cdot 4 = 44$$

$$B = m \cdot n \cdot (m + 2n + 9) = 300$$

$$m + 2n + 9 = 20$$

$$20mn = 300$$

$$mn = 15$$

Если какое-то из чисел m, n равно 15, то $m + 2n \geq 15$, т.к. оба числа неотрицательны.

Значит, m и n меньше 15.

$$mn = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \end{cases} \textcircled{1}$$
$$\begin{cases} m = 3 \\ n = 5 \end{cases} \textcircled{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} m=5; n=3$$

$$m+2n=5+3 \cdot 2=11 \oplus - \text{подходит}$$

$$\textcircled{2} m=3; n=5$$

$$\text{ЗТД } m+2n=3+5 \cdot 2=13 \neq 11 \ominus - \text{не подходит,}$$

Осталось проверить одну пару чисел:

$$m=5; n=3$$

$$A=(5+2 \cdot 3)(5+2 \cdot 3-4)=11 \cdot 4=11 \cdot 2^2$$

$$B=5 \cdot 3(5+2 \cdot 3+9)=5 \cdot 3 \cdot 20=45 \cdot 4=45 \cdot 2^2 \oplus$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin(180^\circ - 2\alpha)}$$

$$\sin(180^\circ - 2\alpha) = \sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3}$$

$$2 \cos \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\cos(2\alpha) = 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$\angle B = x$$

$$AB = AZ + ZB = 3 + x$$

$$\angle B C = a \Rightarrow BM = MC = \frac{a}{2}$$

По известной прямой \sin -се:

$$\left. \begin{aligned} \frac{CX}{XB} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{3+x} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} (x + XB = BC = a) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$CX = \frac{6}{3+x} \cdot a; \quad XB = \frac{3+x}{3+x} \cdot a$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $\triangle BMZ \sim \triangle BXA$ (т.к. $MZ \parallel AX$, т.е. $\angle MZB = \angle XAB$ и $\angle ZMB = \angle AXB$)



$$\frac{BZ}{BA} = \frac{BM}{BX}$$

$$\frac{x}{x+3} = \frac{a/2}{\frac{3+x}{2} \cdot a}$$

$$\frac{x}{x+3} = \frac{2}{6+x}$$

$$2x^2 + 6x = (x+9)(x+3)$$

$$2x^2 + 6x = x^2 + 12x + 27$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$(x-9)(x+3) = 0$$



$$x = 9$$

$x = -3$ - не годится, т.к. длина отрезка положительна.

Значит, $ZB = 9 \Rightarrow AB = ZB + AZ = 9 + 3 = 12$

$$AC = 6$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т. Косинусов в $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$$

$$\cos \angle CAB = \cos 2\alpha = -\frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4$$

$$BC^2 = 36 + 144 + 16 = 180 + 16 = 196$$

\Downarrow

$BC = 14$, т.к. $BC > 0$, т.к. длина отрезка положительна



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} + 4 = 2\sqrt{4+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение:

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

$$(x^3 - y^3) + 3(x - y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x - y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

Заметим, что делимым выражение на

$$\sqrt{x} + \sqrt{y}; \sqrt{x} \geq 0 \text{ и } \sqrt{y} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0 \text{ и } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 0$$

при $x = y = 0$ (разделим этот случай в конце решения)

Тогда $\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0$.

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2 + 3)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2}(x - y) = 0$$

$$(x - y)((x^2 + xy + y^2 + 3)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2}) = 0$$

⇓



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x-y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2+xy+y^2+3)(\sqrt{x}+\sqrt{y})+\sqrt{2}=0 \end{cases}$$

$$\left(x+\frac{1}{2}y\right)^2 = x^2+xy+\frac{1}{4}y^2$$

$$x^2+xy+y^2+3 = \underbrace{\left(x+\frac{1}{2}y\right)^2}_{\geq 0} + \underbrace{\frac{3}{4}y^2}_{\geq 0} + 3$$

Значит, $x^2+xy+y^2+3 > 0$

$\sqrt{x}+\sqrt{y} \geq 0$, т.к. $\sqrt{x}, \sqrt{y} \geq 0$

Тогда: $(x^2+xy+y^2+3)(\sqrt{x}+\sqrt{y}) \geq 0$

Значит: $(x^2+xy+y^2+3)(\sqrt{x}+\sqrt{y})+\sqrt{2} \geq \sqrt{2}$

Значит, $(x^2+xy+y^2+3)(\sqrt{x}+\sqrt{y})+\sqrt{2}$ для любых x и y не равно 0.

Значит: $x=y$.

Перепишем систему с этим условием:

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + \sqrt{4} = 2\sqrt{4+5x-x^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3+3x-\sqrt{2x} = x^3-\sqrt{2x}+3x \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порука QR-кода недопустима!

Запишем ограничения:

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \\ 2x \geq 0 \\ 14+5x-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 7 \\ x \geq 0 \\ x^2-5x-14 \leq 0 \end{cases}$$

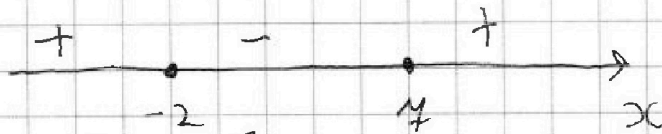
Решим уравнение $x^2-5x-14=0$.

$$(x-7)(x+2)=0$$

\Downarrow

$$\begin{cases} x=7 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$x^2-5x-14 \leq 0$$



$$x \in [-2; 7]$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 7 \\ x \in [-2; 7] \end{cases} \Rightarrow x \in [0; 7]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 96

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} x^3 + 3x - \sqrt{2x} &= x^3 - \sqrt{2x} + 3x - \text{верно для } \forall x: x \geq 0 \end{aligned} \right.$$

$$x \in [0; 7]$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

Заметим, что $14+5x-x^2 = (7-x)(2+x) \Rightarrow \sqrt{14+5x-x^2} =$

~~$$\sqrt{x+2} = A; \sqrt{7-x} = B$$~~

$$\sqrt{x+2} \sqrt{7-x}$$

~~$$A - B + 7 = 2AB$$~~

~~$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{7-x}\sqrt{x+2} - 7$$~~

возведем в квадрат

~~$$x+2 + 7-x - 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = 4(7-x)(x+2) - 28\sqrt{7-x}\sqrt{x+2} + 49$$~~

~~$$9 - 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = 4(7-x)(x+2) - 28\sqrt{7-x}\sqrt{x+2} + 49$$~~

~~$$4(x+2)(7-x) - 26\sqrt{7-x}\sqrt{x+2} + 40 = 0$$~~

~~$$2(x+2)(7-x) - 13\sqrt{7-x}\sqrt{x+2} + 20 = 0$$~~

~~$$\sqrt{7-x}\sqrt{x+2} = t \Rightarrow (x+2)(7-x) = t^2$$~~

~~$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$~~

~~$$(2t-5)(t-4) = 0$$~~

||
✓



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} t=4 & \textcircled{1} \\ t=\frac{5}{2} & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \sqrt{7-x} \sqrt{x+2} = 4$$

$$14 + 5x - x^2 = 16$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{7-x} \sqrt{x+2} = \frac{5}{2}$$

$$14x + 5x^2 - 14 - 5x - x^2 = \frac{25}{4}$$

$$x^2 - 5x - \frac{31}{4} = 0$$

$$4x^2 - 20x - 31 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 + 4 \cdot 4 \cdot 31}}{2 \cdot 4} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 + 31}}{2} = \frac{5 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

Проверим корни:

$$0 \leq \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \leq 4$$

$$0 \leq \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \leq 4$$

$$0 \leq \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \leq 4$$

$$\frac{5 - 2\sqrt{14}}{2} < 0 \text{ - не подходит}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $\left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}; \frac{5+2\sqrt{17}}{2}\right); \left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}; \frac{5-2\sqrt{17}}{2}\right);$
 $\left(\frac{5+2\sqrt{17}}{2}; \frac{5+2\sqrt{17}}{2}\right)$



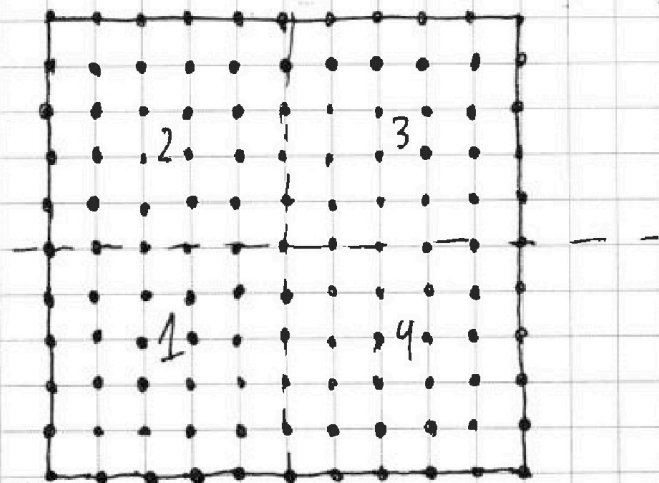
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: ~~28880~~ ~~1995~~ 1845



Разобьем квадрат. Заметим, что мы покрасим 121 точку в черный цвет.

Количество способов выбрать пару разных точек:

$$C_{121}^2 = \frac{121 \cdot 120}{2} = 121 \cdot 60$$

Заметим, что можно делать повороты на 90° , 180° и 270° по часовой стрелке. (для получения новой раскраски)
Давайте докажем, что никакие две раскраски не могут совпасть при повороте на 90° .

Разобьем квадрат на 4 маленьких квадрата 5×5 , пронумеруем их 1, 2, 3, 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что при повороте на 90° (по часовой) точки из квадрата 1 переходят в точки квадрата 2;
т.е. точки квадрата 2 в точки квадрата 3;
точки квадрата 3 в точки квадрата 4;
точки квадрата 4 в точки квадрата 1.

Заметим, что если две раскраски совпадут, то одна точка должна была перейти в другую, а другая в начальную ^{точку} ^{из пары} ^{точку}. (т.к. все точки перейдут в какую-то другую, кроме центральной).

В таком случае точка из квадрата k , должна перейти в точку квадрата n , а точка квадрата n в точку квадрата k .

А этого не может произойти, т.к. точки каждого квадрата переходят в точки следующего по часовой стрелки квадрата.

Заметим, что поворот на 270° по часовой, эквивалентен повороту на 90° против часовой стрелки и при нем раскраски так же не могут совпасть.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что при повороте на 180° точка переходит в симметричную ей точку, относительно центра квадрата.

Если рассмотреть пару точек, симметричную относительно центра, то при повороте на 180° раскраска будет совпадать с изначальной.

Всего точек, кроме центра квадрата: $121 - 1 = 120$.

Значит, пар симметричных точек, относительно центра квадрата: $\frac{120}{2} = 60$.

Для этих 60 пар точек при поворотах мы получим два вида раскрасок (начальную и ещё одну).

Для всех остальных пар точек при поворотах мы получим четыре различные раскраски (начальную и ещё 3)

Значит, т.к. всего различные раскраски: $121 \cdot 60$

$$60 \cdot 121 = 60 \cdot 2 + 4 \cdot X \leftarrow \text{остальные полученные раскраски}$$

↑ раскраски при поворотах, симм. отн. центра



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$60 \cdot \frac{1}{2} = 4x$$

$$x = 15 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = 1935 \cdot 1785$$

Всего раскрасок, не связывающихся при поворотах:

$$60 + x = 1935 + 60 = 1995 \cdot 1845$$

Ответ: 1995 1845

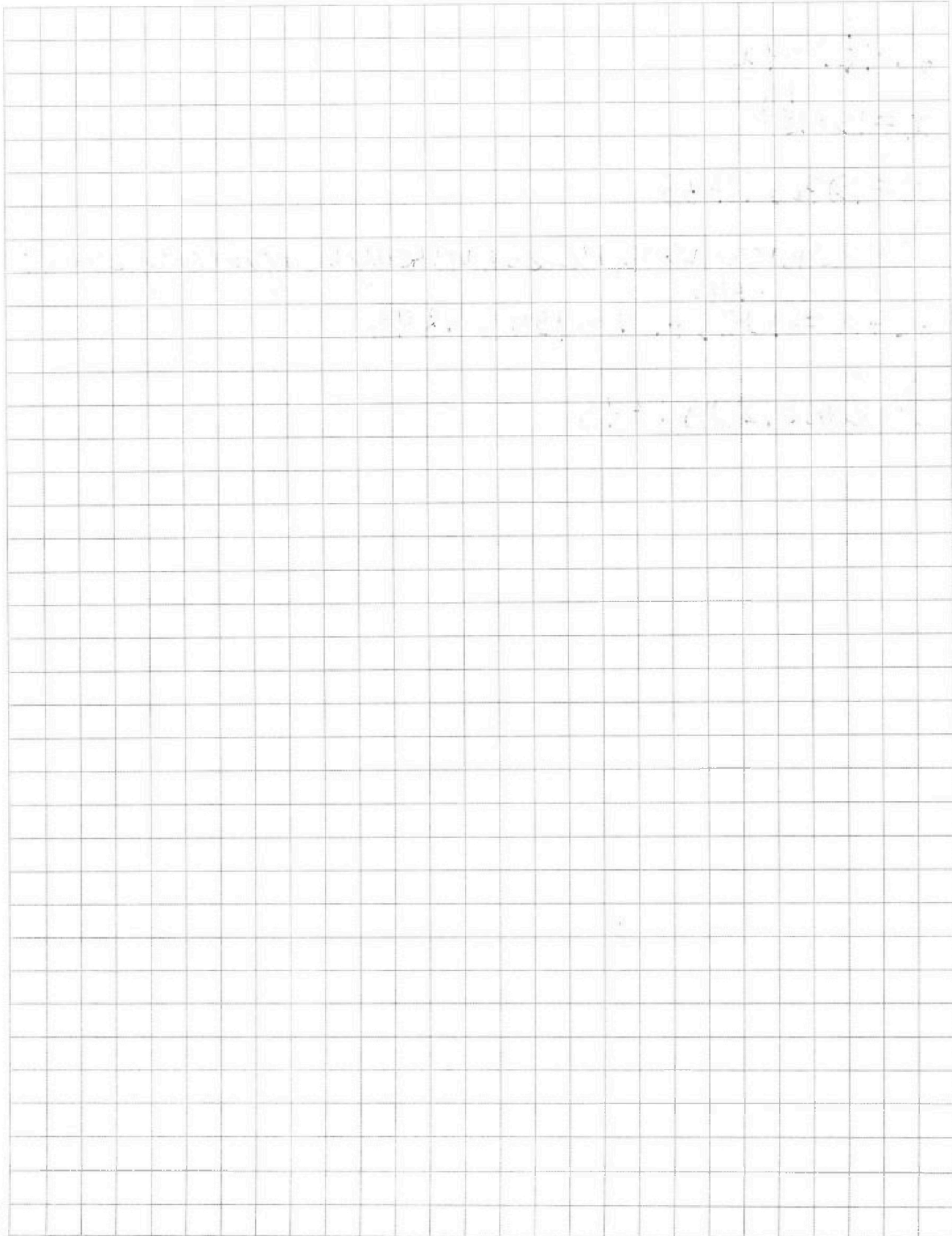


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

$$26^2 - 13t + 20 = 0$$

192

45 (2)

$$x \geq -\frac{14}{5} \quad | \quad x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ +31 \\ \hline 56 \\ 29 \end{array}$$

$$y \leq 7$$

$$y \geq 0 \quad | \quad y \in [0; 7]$$

$$14 + 5x - y^2 \geq 0$$

$$7 - \sqrt{7-y} = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$\sqrt{14+5x-y^2} \geq \frac{13}{4}$$

$$7 + \sqrt{2} = \sqrt{4}$$

$$14x + 5x - y^2 \geq \frac{169}{16} = 10$$

$$y^2 - 5x \leq 4$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{2+1} > \sqrt{4} \\ \sqrt{2+\frac{3}{2}} > \sqrt{4} \\ 2+1+2\sqrt{2} > 4 \\ 2+\frac{3}{2}+3\sqrt{2} > 4 \end{array} \quad \text{⊕}$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2+3) = \sqrt{2y} - \sqrt{2x}$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2+3) = \sqrt{2}(\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

$$(x-y) \left((x^2+xy+y^2+3) \underset{0}{\sqrt{x+\sqrt{y}}} + \sqrt{2} \right) = 0 \quad \text{⊕}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+2n)(m+2n-4) = 71p^2$$

$$B = mn(m+2n+9) = 45q^2$$

$$x \Rightarrow \begin{cases} p=2 \\ q=2 \end{cases}$$

$$p=2 \\ q=2$$

1) 44 11 4

$$m+2n=11$$

$$m+2n-4=4$$

2) $q=2$

$$mn(m+2n+9) = 5^2 \cdot 3 \cdot 2^2$$

$$mn(m+2n+9) = 5^2 \cdot 3 \cdot 2^2$$

$$p=2, q=2$$

$$x^2 + 5x - 10 \leq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+40}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{2}$$

$$x^2 - 5x - 14 = (x+2)(x-7)$$

$$\sqrt{14+5x-1} \quad \sqrt{14+5x-1} \quad \sqrt{14+5x-1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - 2y \in [-2; 2]$$

$$2x - y \in [-1; 1]$$

$$3x - 3y \in [-3; 3]$$

$$x - y \in [-1; 1]$$

$$x + y \in [-3; 3]$$

$$x \in [-2; 2]$$

$$x \in [-2; 2]$$

↓

$$3x \in [-2; 6]$$

$$9 + 6 = 15 \text{ - пример на } 15$$

$$x = 2$$

$$x + y = 3 \Rightarrow y = 1$$

$$3y + 6x = 15$$

$$x = 2$$

$$y + 2x$$

$$x = 1,5; y = 2$$

$$|1,5 - 2| \leq 2$$

$$|3 - 2| \leq 1$$

$$x + y = 3$$

$$x - 2y = -2$$

$$2x - y = +1$$

$$\Rightarrow x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \quad y = \frac{5}{3}$$

$$\max X: 2x + y$$

$$x - 2y = -2$$

$$2x - y = +1$$

$$x - y = +1$$

$$x + y = 3$$

$$x = 1$$

$$y = 2$$

$$x + y \leq 3$$

$$x \leq 1,5$$

$$9 + 6 = 15$$

ambun 13

(+)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 14n$$

||

$$(m+2n)^2 - 4(m+n)$$

$$A = (m+2n)(m+2n-4)$$

||
|| p²

Введем число:

$$B = mn(m+2n+9) = 75q^2$$

3(p+9) + 11 + 2p + 9 = p 75 = 5² · 3 $\frac{25}{5}$

$$|x-2y| \leq 2$$

$$|2x-y| \leq 1$$

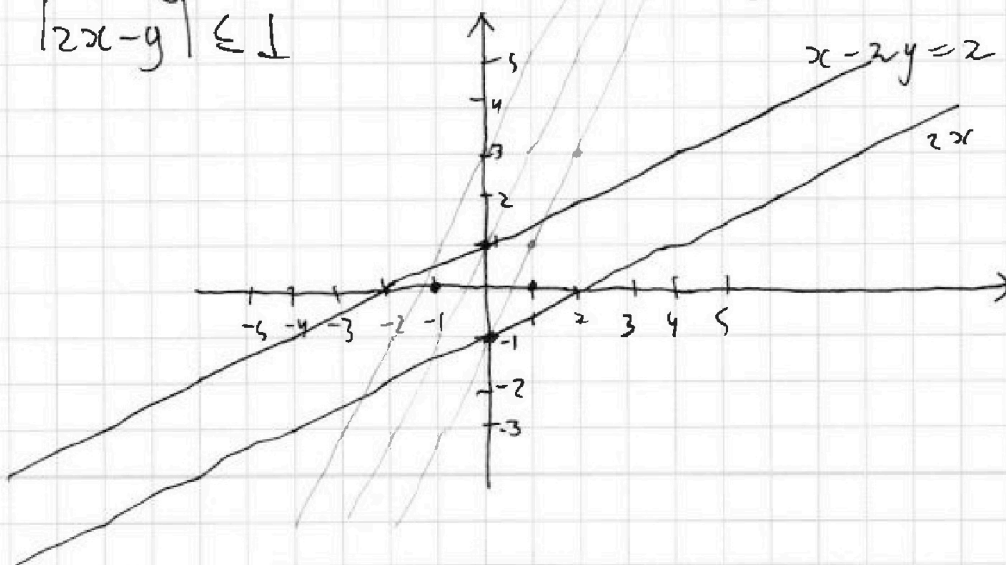
$$2x+y$$

$$y = \frac{x+2}{2}$$

$$x-2y=2 \quad \frac{x}{2} + 1$$

$$2x \quad 2x-y=1$$

$$y = 2x-1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x + y > \frac{13}{3}$$

$$x, y > 0$$

$$2x - y \geq 0$$

$$x - 2y \leq 0$$

$$x - y \in [-1; 1]$$

$$x - y \leq 1$$

$$x \leq y + 1$$

$$\max x: x = y + 1$$

$$-y - 1 \geq -2$$

$$y + 1 \leq 2$$

$$2x - y \in [-2; 2]$$

$$2x - y \in [-1; 1]$$

y - фикс.

$$3y + 2 > \frac{13}{3}$$

$$3y > \frac{7}{3} \quad y > \frac{7}{9}$$

$$\frac{y}{3} \leq \frac{5}{3}$$

$$\leq \frac{5}{3}(2x - y) + \frac{2}{3}(x - y)$$

$$\frac{2}{3} \sqrt{}$$

$$\frac{5}{3}(2x - y) - \frac{2}{3}(x - y)$$

$$2 + 2y - y = 2 + y \leq 1$$

$$2x + y = \frac{13}{3}$$

$$x, y \geq 0$$

$$y > \frac{1}{3}; x > \frac{7}{6}$$

$$(2x - y) \cdot 3 - y(x - 2y)$$

$$x > 1$$

$$2x - y \geq 0$$

$$0 \leq 2x - y \leq 1$$

$$0 \leq x - 2y \leq 2$$

$$0 \leq 2y - x \leq 2$$

$$x > 1$$

$$k = 3$$

$$l = -4$$

$$(x - y)k + l(x - 2y)$$

$$2k + l = 2$$

$$k = \frac{5}{3}$$

$$l = -\frac{4}{3}$$

$$-k - 2l = 1 \quad k + 2l = -1$$

$$k + l = -1 \quad k + l = \frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x + y$$

$$|x - 2y| \leq 2$$

$$|2x - y| \leq 1$$

$$\frac{x+y}{2} = A$$

$$\frac{x-y}{2} = B$$

$$A+B = x$$

$$A-B = y$$

$$|A+B - 2A + 2B| \leq 2$$

$$|3B - A| \leq 2$$

$$|2A + 2B - A + B| \leq 1$$

$$|A + 3B| \leq 1$$

$$3B - 2 \leq B \leq 3$$

$$B \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$$

Пример max $13/3$:

$$x - y \in [-1; 1]$$

$$x + y$$

121 y p.u.

$$|x - y - A| \leq 2$$

$$x - y \in 1$$

$$|A - y| \leq 2$$

$$3B - A \leq 2$$

$$y \leq 2 - A$$

$$x \leq 3 - A$$

$$x - y \geq 0$$

$$A + 3B \leq 1$$

$$y \geq 0$$

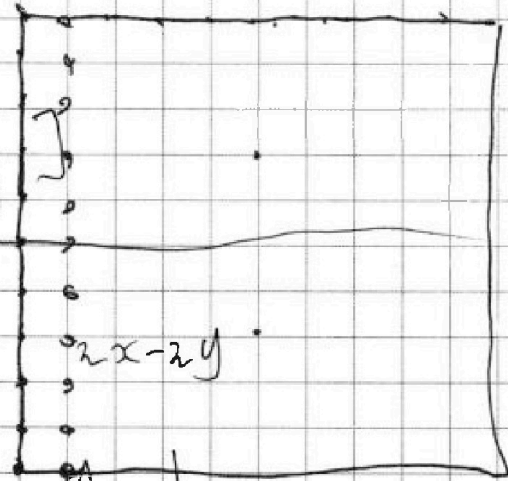
$$2(x - y) + 3y \leq 6 - A$$

$$3(x - y)$$

$$|A + x| \leq 1$$

$$x \leq 1 - A$$

$$2x + y \leq 4 - 3A$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$(x^2 - 2x)^2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d$$

$$a_k = a_1 + (k-1)d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

$$\Rightarrow 2d = a_6 - a_4$$

$$\Rightarrow 4$$

$$(x^2 - 2x)^2 = 3(x-1)^2 + 1$$

$$(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 3(x-1)^2$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 3$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x_{1,2} =$$

$$(x^2 - 2x)^2 = 3x^2 - 6x + 4$$

$$2(x^2 - 2x)^2 = 12 - 8 + 18x$$

$$9x^2 - (x^2 - 2x)^2$$

$$(x^2 - 2x)^2 = 3x^2 - 6x + 4$$

$$(ax + b)^2$$

$$3x^2 + 3$$

$$(x+1)(x-3)$$

$$a^2 = 3$$

$$b^2 = 4$$

$$ab = \frac{3}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$3x^2 - 6x + 4$$

$$\left(x^2 - 2x + \frac{4}{3}\right)$$

$$(3x-1)$$

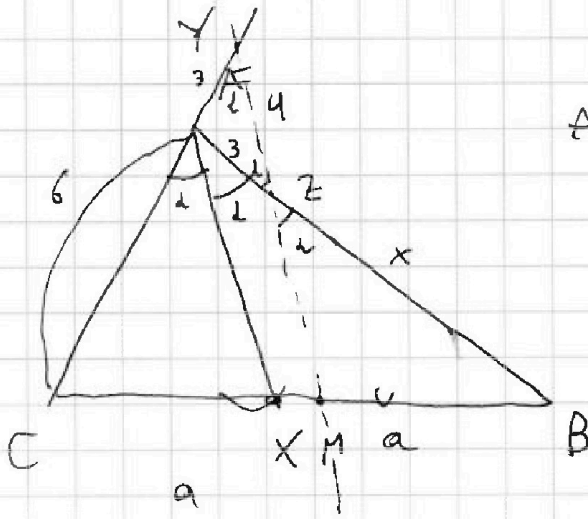


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



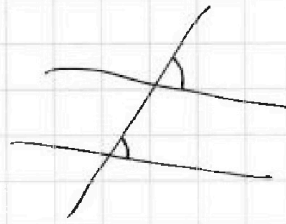
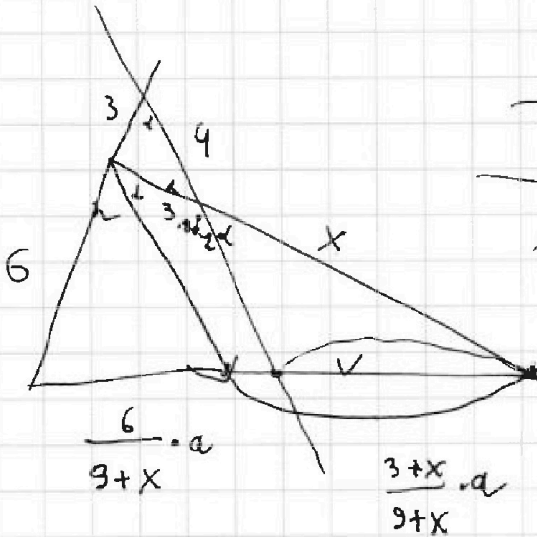
$$\triangle BMZ \sim \triangle BXA$$

$$\frac{3}{\sin d} = \frac{4}{\sin 2d}$$

$$\cos d = \frac{2}{3}$$

$$\Downarrow$$

$$\sin d = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



$$\frac{x}{x+3} = \frac{\frac{6}{9+x} \cdot a}{\frac{3+x}{9+x} \cdot a} = \frac{9+x}{6+2x}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 36 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 121 \cdot 120 \\ \hline 2 \\ \hline 121 \cdot 60 \end{array}$$

$$2x^2 + 6x = x^2 + 12x + 27$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$(x-9)(x+3) = 0$$

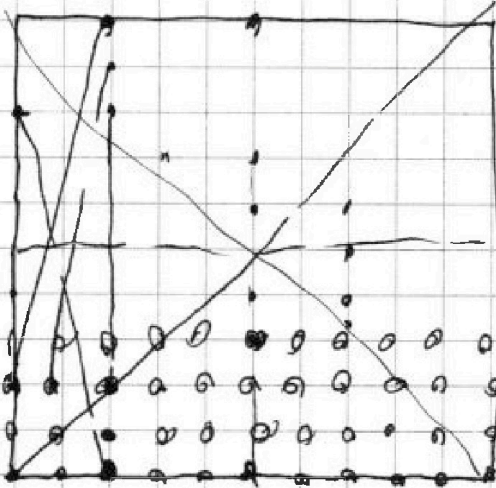


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$100 + 100 =$$

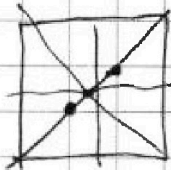
200 мамки.

200 тар'я.

$$121 \cdot 60$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 200 \end{array}$$

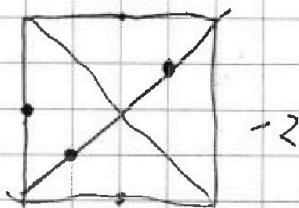
$$\begin{array}{r} 1 \\ 121 \\ \times 6 \\ \hline 7320 \end{array}$$



$$7120 \cdot 4 + 200 \cdot 2$$

$$7220 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 722 \\ \times 4 \\ \hline 28880 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 14 \\ 129 \\ \times 15 \\ \hline 645 \\ 129 \\ \hline 1935 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 60 \\ \hline 7260 \end{array}$$

$$121 \cdot 60$$

4

$$120 + 9x$$

$$119 \cdot 30 = 2x$$

$$119 \cdot 15 = x$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 119 \\ \times 15 \\ \hline 595 \\ 119 \\ \hline 1785 \\ 69 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 119 \\ \times 15 \\ \hline 595 \\ + 119 \\ \hline 1785 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 119 \\ \times 15 \\ \hline 595 \\ 119 \\ \hline 1785 \end{array}$$