



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Первый член арифметической прогрессии равен

$a_1$ ; разность арифметической прогрессии равна  $d$ .  $a_n$ - $n$ -ый член прогрессии

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18$$

$$a_7 = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -3x^2$$

$$a_7 - a_5 = a_1 + 6d - a_1 - 4d = 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = a_1 + 6d + 4d = a_7 + 2 \cdot 2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36 = -3x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 48x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$* x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 * \end{cases}$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 3 = 7$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=2+\sqrt{7} \\ x=2-\sqrt{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2+\sqrt{7} \\ x=2-\sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: 2;  $2+\sqrt{7}$ ;  $2-\sqrt{7}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

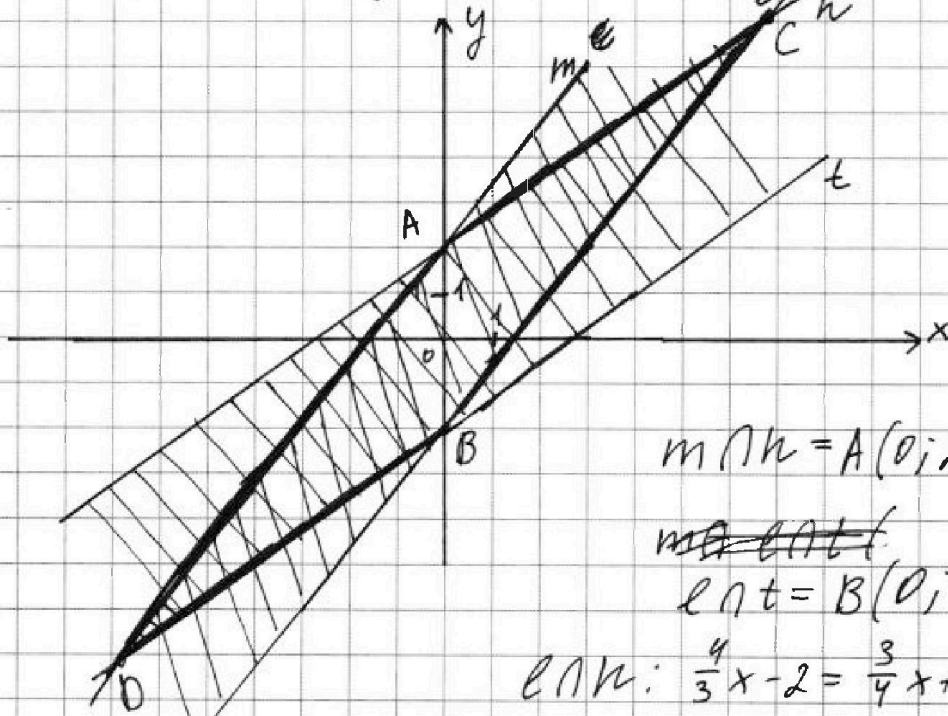
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 & (1) \\ |3x - 4y| \leq 8 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y \geq -6 \end{cases}; \begin{cases} y \geq \frac{4}{3}x - 2 \\ y \leq \frac{4}{3}x + 2 \end{cases} \quad \begin{aligned} & y = \frac{4}{3}x - 2 - \text{кр. } e \\ & y = \frac{4}{3}x + 2 - \text{кр. } m \end{aligned}$$

$$(2) \begin{cases} 3x - 4y \leq 8 \\ 3x - 4y \geq -8 \end{cases}; \begin{cases} y \geq \frac{3}{4}x - 2 \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases} \quad \begin{aligned} & y = \frac{3}{4}x - 2 - \text{кр. } t \\ & y = \frac{3}{4}x + 2 - \text{кр. } n \end{aligned}$$



$$m \cap n = A(0; 2)$$

~~$$m \cap t = A(0; 2)$$~~

$$e \cap t = B(0; -2)$$

$$e \cap n: \frac{4}{3}x - 2 = \frac{3}{4}x + 2 \cdot 12$$

$$16x - 24 = 9x + 24$$

$$x = \frac{48}{7} \quad y = \frac{50}{7}$$

$$e \cap n = C\left(\frac{48}{7}; \frac{50}{7}\right)$$

$$m \cap t: \frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2 \cdot 12$$

$$16x - 9x = -48$$

$$x = -\frac{48}{7} \quad y = -\frac{50}{7}$$

$$m \cap t = D\left(-\frac{48}{7}; -\frac{50}{7}\right)$$

Решение системы - внутренняя  
штрихованная область

D - точка с наим. зн.  $x$  и  $y$   
 $14x + 7y = -96 + -50 = -146$

Ответ:  $-146$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

1 случай:  $A = 13p^2$ ;  $B = 3q^2$ ,  ~~$p \in \mathbb{P}$ ,  $q$ -простое~~

$$13p^2 = (m-n)(m-n+9)$$

Рассм. возможные значения  $m-n$

$$\textcircled{1} m-n=1 \Rightarrow m-n+9=13p^2$$

$$10 = 13p^2$$

$$p^2 = \frac{10}{13}$$

$p$ -простое  $\Rightarrow$  противоречие

$$\textcircled{2} m-n=13 \Rightarrow m-n+9=p^2$$

$$22 = p^2$$

$p$ -простое  $\Rightarrow$  противоречие

$$\textcircled{3} m-n=13p \Rightarrow m-n+9=p$$

$$13p+9=p$$

$$p = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$$

$p$ -простое  $\Rightarrow$  противоречие

$$\textcircled{4} m-n=13p^2 \Rightarrow m-n+9=1$$

$$13p^2 = -8 \Rightarrow$$
 противоречие

$p \in \mathbb{N}$

$$\textcircled{5} m-n=p \Rightarrow m-n+9=13p$$

$$p+9=13p$$

$$p = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$p \in \mathbb{N}$   $\Rightarrow$  противоречие

$$\textcircled{6} m-n=p^2 \Rightarrow m-n+9=13$$

$$p^2 = 4$$

$$p = 2$$

$$m-n=4$$

$$m=n+4$$

$$B = n(n+4) \cdot 7 = 3q^2 \Rightarrow q \neq 7, q\text{-простое}$$

$$\Rightarrow q \neq 7; q^2 = 49$$

$$n^2 + 4n = 21 \Leftarrow$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 + 4n = 21$$

$$\begin{cases} n = 3 \\ n = -7 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 7$$

2 случая:  $A = 3q^2$   $B = 13p^2$ ,  $q, p$  - простые  
 $q \in \mathbb{N}$   $p \in \mathbb{N}$

$$3q^2 = (m-n)(m-n+9)$$

①  $m-n=1 \Rightarrow m-n+9=3q^2$

$$q^2 = \frac{10}{3} \mid \Rightarrow \text{противоречие}$$

$$q \in \mathbb{N}$$

②  $m-n=3 \Rightarrow m-n+9=q^2=12 \mid \Rightarrow \text{противоречие}$   
 $q \in \mathbb{N}$

③  $m-n=3q \Rightarrow m-n+9=q=3q+9$   
 $q = -\frac{9}{2} \mid \Rightarrow \text{противоречие}$   
 $q \in \mathbb{N}$

④  $m-n=3q^2 \Rightarrow m-n+9=1$   
 $3q^2 = -8$   
 $q^2 = -\frac{8}{3} \mid \Rightarrow \text{противоречие}$   
 $q \in \mathbb{N}$

⑤  $m-n=q \Rightarrow m-n+9=3q$   
 $2q=9$   
 $q = \frac{9}{2} \mid \Rightarrow \text{противоречие}$   
 $q \in \mathbb{N}$

⑥  $m-n=q^2 \Rightarrow m-n+9=3$   
 $q^2 = -6 \mid \Rightarrow \text{противоречие}$   
 $q \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow$  из 2 случаев, подходит пара  $(7; 3)$

Ответ:  $(7; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

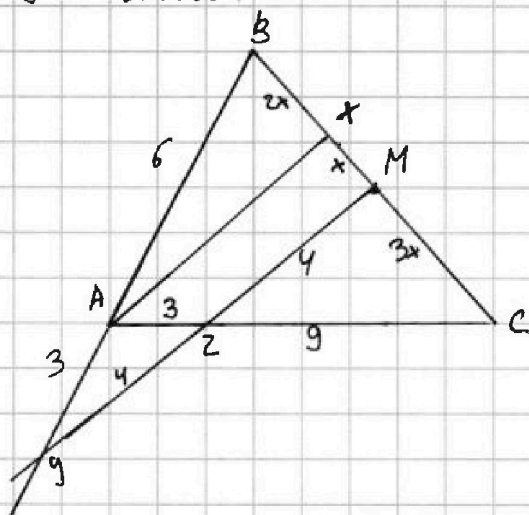
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

**Дано:**  
 $\triangle ABC$   
 $AH$ -бис.  
 $MZ \parallel AH, Z \in AC$   
 $MZ \cap AB = Y$   
 $AC = 12$   
 $AZ = 3$   
 $YZ = 4$

**Решение:**



1)  $AH \parallel ZM \Rightarrow \angle AXC = \angle ZMC$  (по соответств. углам при пересечении паралл. пр. и сек.)  
 $BC$ -сек.

2)  $\triangle AXC \sim \triangle ZMC$  ( $\angle C$ -общ.,  $\angle AXC = \angle ZMC$ )  
 $\Rightarrow$  по крест. пропорц. треугол.)

$$\Rightarrow \text{по сир.}, \frac{MC}{XC} = \frac{ZC}{AC} = \frac{9}{12}$$

$$ZC = AC - AZ = 12 - 3 = 9$$

$$\frac{MC}{XC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}; \quad MC + XM = XC \Rightarrow XM = XC - MC$$

$$\text{Пусть } MC = 3x, \quad XC = 4x \Rightarrow XM = 4x - 3x = x$$

3)  $M$ -сер.  $BC$  (по усл.)  $\Rightarrow BM = MC = 3x, \quad BX = 2x$

4)  $AH$ -бис. по усл.  $\Rightarrow$  по св. бис.,  $\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{2} AC = 6$$

5)  $AH \parallel YM \Rightarrow$  по теореме о пропорц. сир.,  $\frac{BY}{YM} = \frac{AB}{AY} = \frac{2x}{x}$

$$\Rightarrow AY = \frac{1}{2} AB = 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) По т. Менелая для  $\triangle MYB$  и пр.  $AC$ :

$$\frac{YA}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1$$

$$\frac{MZ}{ZY} = \frac{CM}{BC} \cdot \frac{AB}{AY} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 1 \Rightarrow MZ = ZY = Y$$

7) По т. косинусов для  $\triangle AZY$ :

$$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2 \cdot AY \cdot YZ \cdot \cos \angle Y$$

$$\cos \angle Y = \frac{AY^2 + YZ^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot YZ}$$

$$\cos \angle Y = \frac{AY^2 + YZ^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot YZ}$$

$$\cos \angle Y = \frac{9 + 16 - 9}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{16}{8 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

8) По т. косинусов для  $\triangle BYM$ :

$$BM^2 = BY^2 + MY^2 - 2 \cdot BY \cdot MY \cdot \cos \angle Y$$

$$BM^2 = 81 + 64 - 2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} = 145 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 49$$

$$BM = 7 = \frac{1}{2} BC$$

$$BC = 14$$

Ответ: ~~14~~  $BC = 14$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~С учётом ограничений:~~

~~$$(1) x+6+25+10\sqrt{x+6} = 120-4x-4x^2+5-x+4\sqrt{(5-x)(6+x)}\sqrt{5-x}$$~~

~~$$4x^2+6x-94 = 4 \cdot (5-x) \sqrt{6+x} - 10\sqrt{x+6}$$~~

~~$$4x^2+6x-94 = \sqrt{x+6} (10-x)$$~~

~~$$16x^4+36x^2+8836+48x^3-1128x-752x^2 = (x+6)(100-20x+x^2)$$~~

~~$$16x^4+48x^3-716x^2-1128x+8836 = 100x-20x^2+x^3+600-20x+1x^2$$~~

~~$$16x^4+47x^3-702x^2-1108x+8236=0$$~~

С учётом ограничений:

$$(1) \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(5-x)(6+x)}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{5-x}(\sqrt{6+x} + 1)$$

$$x+11+2\sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} \left( \frac{12+2x+4\sqrt{6+x}+4}{4(5-x)(6+x+1+2\sqrt{6+x})} \right)$$

$$x+11+2\sqrt{x+6} = (20-4x)(x+7+2\sqrt{6+x})$$

$$x+11+2\sqrt{x+6} = 20x+140-16x-8x\sqrt{6+x}$$

$$\sqrt{x+6}(2+8x) = 3x+129$$

$$(x+6)(4+32x+64x^2) = 9x^2+774x+1664$$

$$4x+32x^2+64x^3+24+192x+384x^2 = 9x^2+774x+1664$$

$$64x^3+361x^2-578x-1664=0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (1)$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \quad (2)$$

$$(2) \quad 4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt[4]{y}$$

Ограничения:  $x \geq 0, y \geq 0$

Пусть  $f(t) = 4t^4 + t + 5\sqrt[4]{t}$

$f(t)$  <sup>монотонно</sup> ~~возр.~~ на промежутке  ~~$t \in (-\infty; 0]$~~   $[0; +\infty)$   
и <sup>монотонно</sup> ~~убывает~~ на промежутке  $(-\infty; 0]$

$f(x)$  ~~возр.~~ на при  $x \geq 0$ ,  $f(y)$  ~~возр.~~ при  $y \geq 0$

~~$f(x) = f(y)$  - ур-е имеет не более 1 решения~~

~~$$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$$~~

~~$$(1) \quad \sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} + \sqrt{5-y}$$~~

~~Ограничения:  $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 5-y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30-x-y^2 \geq 0 \end{cases}$~~

$$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$$

$$(1) \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} + \sqrt{5-x}$$

Ограничения:  $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x-5 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 30-x-x^2 \geq 0 \end{cases}; x \in [0; 5]$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего узлов  $10 \cdot 10 = 100$

Необходимо выбрать 2 узла, это можно сделать  $C_{100}^2$  способами

Квадрат может иметь 4 поворота, поэтому сред усложняется то, что расширения поворотами считаются одинаковыми, то способов сделать это равно  $\frac{C_{100}^2}{4}$

Ответ:  $\frac{C_{100}^2}{4}$  способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$(m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$   
 $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n)$   
 $B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$   
 $mn(m-n+3) = 30$   
 $m-n+3 = 3$   
 $m-n = 0$   
 $m=n$   
 $mn = 13$   
 $m=n=13$   
 $n=1$

$$6x+18 = a_1 + 4d$$

$$x^4 - 8x + 16x = a_1 + 6d$$

$$3x^2 = a_1 + 10d$$

$$2a_1 + 10d = x^4 - 2x + 16x + 18$$

$$a_1 = x^4 - 2x - 3x^2 + 16x + 18$$

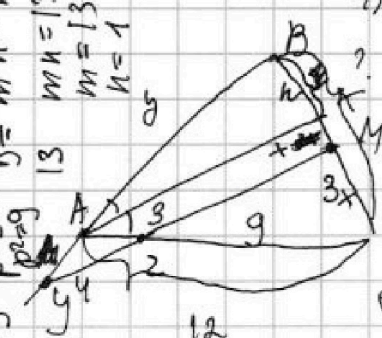
$$6x+18 = x^4 - 2x - 3x^2 + 16x + 18 + 4d$$

$$4d = -x^4 + 3x^2 - 8x$$

$$6d = -1,5x^4 + 4,5x^2 - 12x$$

$$x^4 - 8x + 16 = x^4 - 2x - 3x^2 + 16x + 18 - 1,5x^4 + 4,5x^2 - 12x$$

$$1,5x^4 - 3x^2 - 10x - 2 = 0$$



$$\frac{YA}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1$$

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{9} = 1$$

$$\frac{4}{8} \cdot \frac{9}{9} \cdot \frac{9}{9} = 1$$

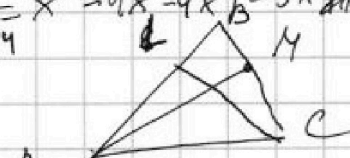
$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y}$$

$$4x^2 + 5\sqrt{x+x} = 2\sqrt{30-x-y}$$

$$(x^2-4x+4)(x^2-4x-3) = 0$$

$$x^2-4x+4 = 0 \Rightarrow x=2$$

$$x^2-4x-3 = 0 \Rightarrow x=2+\sqrt{7}$$



$$a_1 + 4d = 6x + 18$$

$$a_1 + 6d = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$4d = 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = 2 + \sqrt{7}$$

$$|4x - 3y| \leq 6$$

$$|3x - 4y| \leq 8$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$y \geq \frac{4}{3}x - 2$$

$$y \leq \frac{4}{3}x + 2$$

$$(x^2-4x+4)(x^2-4x-3) = 0$$

$$x = 2 + \sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$$a_5 = 6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x + 18 = 2d$$

$$a_{11} = -3x^2 = a_1 + 10d \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(5-x)(6+x)}$$

$$-3x^2 = 6x + 18 + 3x^4 - 24x^3 + 48x^2 - 18x + 18$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x + 36 = 0 \quad 16 - 64 + 78 - 8 + 12$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$81 - 216 +$$

$$-2 = \frac{64-19}{7} = \frac{50}{7}$$

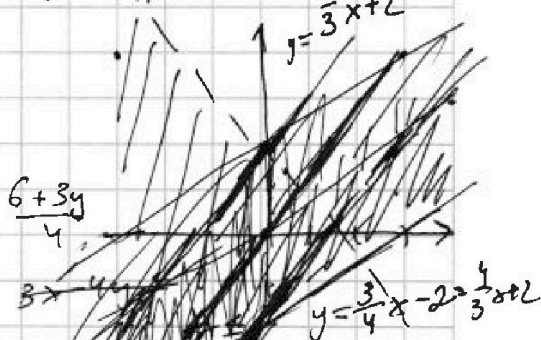
$$\frac{1}{16} - \frac{8}{8} + \frac{17}{4} - \frac{4}{2} + 12$$

$$6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 = a_1 + 6d$$

$$-3x^2 = a_1 + 10d$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 = 6x + 18 + 2d$$



$$|4x - 3y| \leq 6$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$|3x - 4y| \leq 8$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$7x \leq 14 + 7y$$

$$14x \leq 28 + 14y$$

$$6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$x^2 - 4x = a_1 + 6d$$

$$-3x^2 = a_1 + 10d$$

$$2a_1 + 10d = x^2 + 2x + 18$$

$$a_1 + 10d = -3x^2$$

$$a_1 = 4x^2 + 2x + 18$$

$$6x + 18 = 4x^2 + 2x + 18 + 4d$$

$$4d = -4x^2 + 4x$$

$$d = -x^2 + x$$

$$x^2 - 4x = 4x^2 + 2x + 18 - 6x^2 + 6x$$

$$3x^2 - 12x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 6 = 10$$

$$x = 2 + \sqrt{10}$$

$$x = 2 - \sqrt{10}$$

$$3x - 4y \geq 0$$

$$y \leq \frac{3}{4}x$$

$$y \geq \frac{3}{4}x - 2$$

$$y > \frac{3}{4}x$$

$$y \leq \frac{3}{4}x + 2$$

$$9x - 24 = 16x + 24$$

$$7x = -48$$

$$x = -\frac{48}{7}$$

$$x = -\frac{48}{7}$$

$$x = -\frac{48}{7}$$

$$x = -\frac{48}{7}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

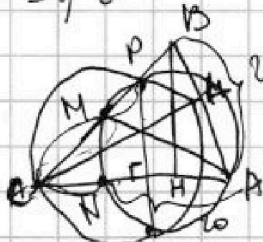
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

5)  $A = 13p^2$   
 $B = 3q^2$   
 CM.MP=CN.AN



1)  $m-n = 13$   
 $m-n+9 = p^2$   
 $22 = p^2$  W

2)  $m-3p = 13p$   
 $m-n+9 = p$   
 $13p+9 = p$   
 $12p = -9$

3)  $m-n = 13p^2$   
 $m-n+9 = 1$   
 $13p^2 = -8$   
 $p^2 = -\frac{8}{13}$  W

$m-n = 4$   $m = n+4$   
 $4 \cdot mn = 3q^2$   
 $q^2 = 7$   
 $q = 7$

$7mn = 147$   
 $mn = 21$   
 $n^2 + 4n - 21 = 0$   
 $(n+7)(n-3) = 0$   
 $n = 3$   
 $m = 7$

2)  $A = 3q^2$   
 $B = 13p^2$

1)  $m-n = 1$   
 $m-n+9 = 3q^2$   
 $3q^2 = 10$  W

2)  $m-n = 3$   
 $m-n+9 = q^2$   
 $q^2 = 12$  W

3)  $m-n = 3q$   
 $3q+9 = q^2$   
 $q^2 - 3q - 9 = 0$   
 $q = 9+81 = 100$   
 $q = \frac{3+10}{2} = 7,5$   
 $q = \frac{3-10}{2} = -3,5$

4)  $m-n = 3q^2$   
 $3q^2 + 9 = 1$

5)  $m-n = 9$   
 $q+9 = 3q^2$   
 $q^2 + 9 = 3$   
 $q^2 = -$

4)  $m-n = 9$   
 $m-n+9 = 13p^2$   
 $13p^2 = 10$  W

5)  $m-n = p$   
 $p+9 = 13p^2$

6)  $m-n = p^2$   
 $p^2+9 = 13$   
 $p^2 = 4$   
 $p = 2$

$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x}$   
 $x+6+25+10\sqrt{x+6} = 5-x+4\sqrt{30-x}$   
 $+4\sqrt{120-4x-4x^2+4\sqrt{30-x}}$   
 $\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x}$   
 $x+6+25+2\sqrt{x+6} =$   
 $= 120 - 4x - 4x^2 + 5 - x + 4\sqrt{5-x} \cdot 2(6+x)$   
 $x+31+2\sqrt{x+6} = 125 - 5x - 4x^2 +$

$\frac{4\sqrt{x+6}}{5-x}$   
 $\frac{2\sqrt{x+6}}{5-x} = 2h - x + 3 + 2$   
 $(5+x) \cdot x = 2h + 6$   
 $2(x^2 + 3x - 4) = 2$

$\frac{2h+6}{2h} = 4$   
 $2h+6 = 8h$   
 $6 = 6h$   
 $h = 1$   
 $0 < h$   
 $0 < x$

$\frac{1}{2} \sqrt{5+x} + \frac{1}{2} \sqrt{7+x} = \frac{1}{2} \sqrt{7+x}$   
 $\sqrt{5+x} + \sqrt{7+x} = \sqrt{7+x}$   
 $\sqrt{5+x} = 0$   
 $x = -5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

