



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



31

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CAM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
- он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.



Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$x^2 + 2\sqrt{3} \cdot t \cdot x + (4t^2 - 4) = 0$$

т.к. имеем 2 различных корня, то $D > 0$.

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = -4t^2 + 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -4t^2 + 16 > 0 \Rightarrow 4t^2 < 16 \quad | :4$$

$$t^2 < 4$$

⇓

$$t > -2 \text{ и } t < 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \in (-2; 2)$$

Также по теореме Виета, если x_1 и x_2 - корни, то $x_1 \cdot x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4 \Rightarrow$ то же $x_1 \cdot x_2 > 0$ (дальше)

$$\text{дальше} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow 4t^2 - 4 > 0 \Rightarrow 4(t^2 - 1) > 0 \quad | :4$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$\Rightarrow t^2 > 1$$

⇓

$$t < -1 \text{ или } t > 1 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \Rightarrow$$

\Rightarrow



$$\Rightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$\text{Ответ: } t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$a+b=40 \text{ (по ум.)}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a \cdot 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$\text{Пусть } a-b=x \Rightarrow \begin{cases} a+b=40 \\ a-b=x \end{cases}$$

$$2a=40+x$$

$$a = \frac{40+x}{2}$$

$$; a - \text{нечетн.} \Rightarrow (40+x):2 = x:2$$

$$\Rightarrow (a-b):2$$

Заменим, что $m.k. a-b:2$ и $(a-b)(a-b+15) = 17p^5$

$\Rightarrow 17p^5:2; 17:2 \Rightarrow p^5:2$, а $m.k. y p$ - делителем $17p$ и

всё по $p:2$, а единств. тем. простое число $2 \Rightarrow p=2$

$$\Rightarrow x(x+15) = 17 \cdot 2^5 = 17 \cdot 32 = 544$$

$$x^2 + 15x - 544 = 0 \quad D = 15^2 + 544 \cdot 4 = 2401 = 49^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-15 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow x = \frac{-15 \pm 7}{2} = -11 \text{ или } x = \frac{-15+7}{2} = -4$$

1. Если $a-b=x$ $x=-11$, то $x:2$ - нецелое. $\Rightarrow x=-4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = \frac{40+x}{2} = \frac{40-4}{2} = \frac{36}{2} = 18, \text{ а } b = 40 - 18 = 22.$$

Ответ: $a=18; b=22$.

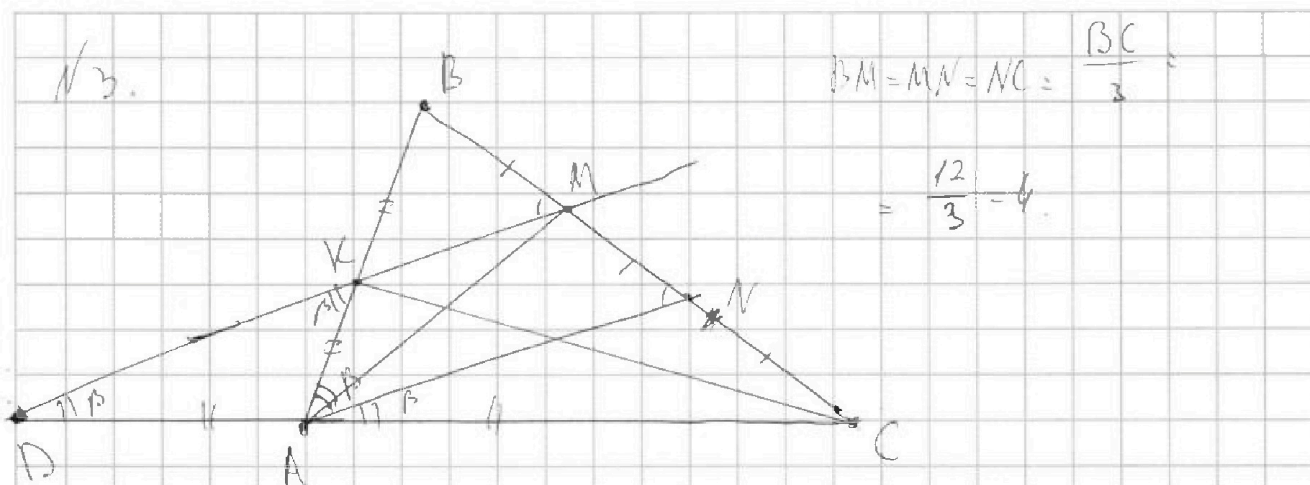


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть прямая MD пересек. AB в т. K.

Тогда т.к. $DM \parallel AN$, то $\angle BMK = \angle BNA$

Тогда у $\triangle BKM$ и $\triangle BAN$ - $\angle B$ - общий и $\angle BMK = \angle BNA$

$\Rightarrow \triangle BKM \sim \triangle BAN$ (по 2 уг.) \Rightarrow т.к. $\frac{BM}{BN} = \frac{BK}{AB} \Rightarrow \frac{BK}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = 2BK \Rightarrow$ т.к. $AB = BK + KA \Rightarrow KA = BK$.

т.к. $DM \parallel AN \Rightarrow \angle MDC = \angle NAC \Rightarrow \triangle DMC$ и $\triangle ANC$:

$\angle MDC = \angle NAC$ и $\angle DMC = 180^\circ - \angle BMK = 180^\circ - \angle BNA = \angle ANC \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle DMC \sim \triangle ANC$ (по 2 уг.) $\Rightarrow \frac{DM}{MC} = \frac{AN}{NC} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Нет $DC = 2AC = DA + AC \Rightarrow DA = AC$, а т.к.

по усл. $AB = CD \Rightarrow KA = BK = CA = DA = \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow DA = AC \Rightarrow \triangle DAK - \text{рав.} \Rightarrow \angle ADK = \angle DKA = \angle NAC = \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DAK = 180^\circ - 2\beta \Rightarrow \angle BAN = 180^\circ - \angle DAK - \angle NAC = 180^\circ - 180^\circ + 2\beta - \beta =$

$= \beta \Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN = 2\beta \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Пусть $PK = AK = AC = a \Rightarrow$ по теореме косинусов для

$$\triangle BAC: BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$144 = (2a)^2 + a^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \cos 2\angle CAN$$

$$144 = 4a^2 + a^2 - 4a^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$144 = 5a^2 + a^2 = 6a^2$$

$$a^2 = \frac{144}{6} = \frac{42 \cdot 12}{6} = 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \Rightarrow AB = AK + KB = 2a = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

Ответ: $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

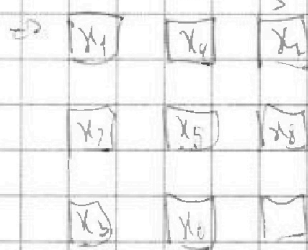
СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Заметим, что расклад 8 человек за 3 парт, раскл. как в ун-м, мы можем записать 2 ряда людей:

(море человек $2+2+3=7$ - тримир-е) \Rightarrow



Тогда пусть ростки людей x_1, x_2, \dots, x_8

и в 1-ом и 2-ом ряду $x_1 < x_2 < x_3$ и

$x_4 < x_5 < x_6$ соответственно.

Рассм. 3-ий ряд. Пусть $x_7 < x_8$ Тогда у нас 4 кар-ки расклад:



Теперь пронумеруем ростки всех людей от меньшего к большему. Он 1 до 8 и раскл. кар-ки раскладки

людей в 4-ом ряду. Если 1-ое место - 1 и 2-ое место 2,

то на 3-ем месте любой из оставш. - 6 кар.

Если 1-ое место - 1, и 2-ое место - 3, то на 3-ем месте любой от 4 до 8 - 5 кар. и т.д. Если на 1-ом месте сидит 1, то всего кар-ок - $(6+5+4+3+2+1)$ (опеушим).

Теперь пусть на 1-ом месте 2-ой. Тогда аналогичным

образом будем делать перебор случаев, что на 2-ом

и 3-ем месте, только теперь кол-во кар-ок на каждом

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 (меди-е)
= 6720 способов

Заметим, что не надо учитывать, что 1-ый и 2-ой ряд можно поменять местами, ведь мы уже это учли, т.к. среди ~~способов~~ не нужно учитывать. ~~Может так, что они все выданы на 1 ряду и 2-ый ряд, тогда они не поменяются. 1-ый и 2-ой~~

Рассмотрим все способы рассад людей на 1-ый и 2-ый ряды равномерно \Rightarrow если на 1-ом ряду люди посажены как-то и все выданы - значит это порядок №1, а на 2-ом месте все все выданы это порядок №2 \Rightarrow во всех способах рассад на 1 ряду есть порядок №1, а т.к. можно мы поменяем все способы рассад составов людей \Rightarrow среди них есть способ посадки - порядок №1 \Rightarrow \Rightarrow мы учли, что 1-ый и 2-ой можно поменять местами.

Ответ: 6720 способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

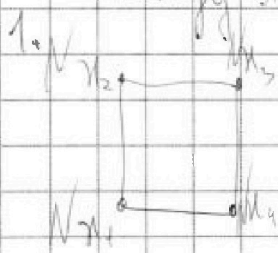
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Пусть деревья с 3, 4, 5 и 7 вершинами - деревья N_3, N_4, N_5 и N_7 соответственно. Тогда рассмотрим минимальное дерево между этими деревьями:



Если всего вершин 9, а N_3, N_4, N_5, N_7 - числа 3, 4, 5 и 7. В миним. дереве между деревьями N_3 и N_4 минимум 2 вершины - крайние.

2. Если между ними > 6 верш., то можно иметь 2 дерева между которыми 2 вершины иначе верш. между ними $\max(4 - \text{крайние})$, но если есть 2 дерева - есть 2 вершины между деревьями - крайние.

3. Если между N_3, N_4, N_5, N_7 всего 2 дерева, то есть 2 верш.:



Здесь N_3 и N_4 не соед. с N_5, N_7 и N_7 и из них если есть верш. в др. дереве, то из этой деревки всегда можно проверить, сколько верш. в дереве и из этой деревки можно проверить, сколько верш. в дереве N_3, N_4, N_5, N_7 .
 $\rightarrow N_3$ и все деревья с ним соед. не соединяет с N_4, N_5, N_7 - крайние.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На 2-ом рисунке N_{x_1} и N_{x_2} соединим с деревнями, из которых макс (деревя) \Rightarrow из этих деревень и деревень N_{x_1} и N_{x_2} нельзя попасть в деревни N_{x_3} и N_{x_4} - противоречие.

4. Если же между $N_{x_1}, N_{x_2}, N_{x_3}, N_{x_4}$ только 1 деревня, то есть какой-то город N_{x_1} не соединяется с деревнями N_{x_2}, N_{x_3} и N_{x_4} \Rightarrow из него деревни вообще нельзя в город с деревней \Rightarrow из N_{x_1} нельзя попасть в города $N_{x_2}, N_{x_3}, N_{x_4}$ - противоречие.

5. Аналогичный город N_{x_1} , как в п. 4 найдем, если между ними с деревней - противоречие. \Rightarrow Остаются 1 вар-нт между N_{x_1}, \dots, N_{x_4} - 3 деревни

Заметим, что из 1 гор. в другой не может быть 2 деревень - противоречие возникает 2 пути из 1 гор. в другой - противоречие. (разницу в верхних пунктах я не решил.

вар-нт, когда между 2-мя городами ≥ 2 деревень) Тогда

в нашем случае суммарный вар-нт - центре города

соединим пешед-о: $N_{x_1} \rightarrow N_{x_2} \rightarrow N_{x_3} \rightarrow N_{x_4}$ или

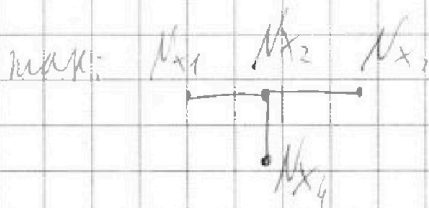


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

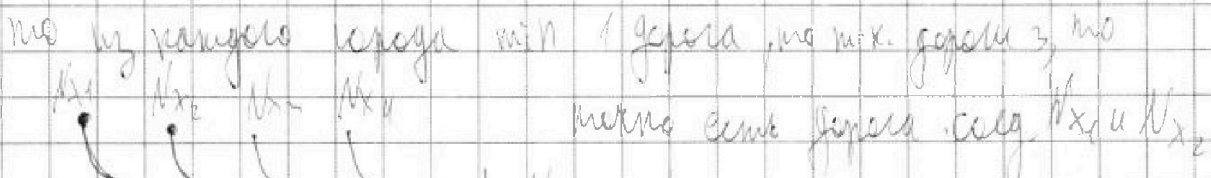
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



В других вар-ах, если нет середи, из которого 3 дерева в 3 семьи и нет середи из которого 0 дерев (максимум, тогда из этого середи можно ^{можно} не ~~связать~~ связать, 3 дерева или в п.в)



и N_{x3} и N_{x4} либо соединить и

тогда, чтобы из N_{x3} и N_{x4} можно было попасть

в N_{x1} и N_{x2} , то N_{x3} или N_{x4} севд. 1 деревом с N_{x2} или N_{x3} и образ 4 дерев-а севд. середи или N_{x3} севд. с N_{x2} ,

но тогда N_{x4} севд. севд. с N_{x1} , ~~иначе N_{x3} и N_{x4} не~~

в этом сл. N_{x3} и N_{x4} не севд., а из N_{x2} уже 2 деревца и снова образ 4 дерев-а севд. середи. Тогда если

4 севд. соединить полюб-о, то все семейств. деревья из N_{x1} , N_{x2} , N_{x3} и N_{x4} будут в деревце с 1 деревом, и из этих

деревцев только 3 деревца больше не можем тогда в том

случае деревцев макс ~~$N_{x1} + N_{x2} + N_{x3} + N_{x4}$~~ $3 + 3 + 3 + 3 = 12$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



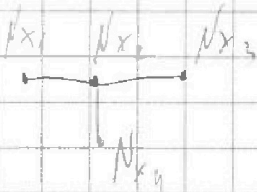
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

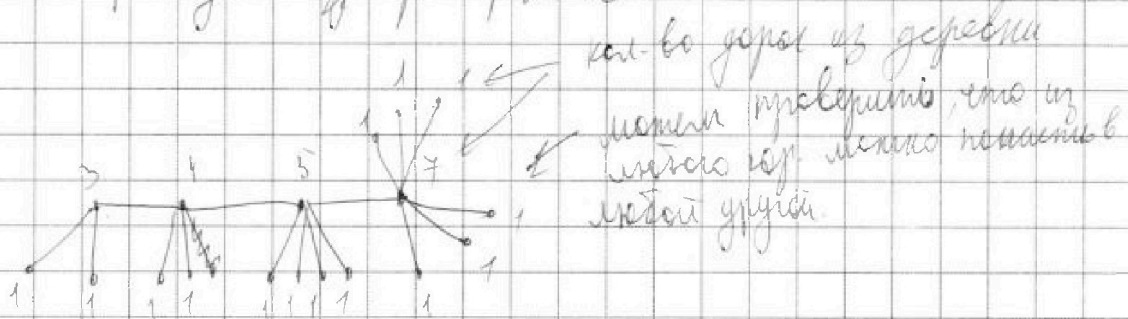
$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 4 - 5 = 3 + 4 + 5 + 7 + 4 - 5 = 18$

Теперь заметим, что в окруж.



Здесь всё аналогично предыд. случаю и деревьев max 18 =>

=> Приведем к примеру 18:



(в этой формуле +4 - города x_1, x_2, \dots, x_4 , $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ - деревья из этих городов - 5 - деревья между городами x_1, x_2, \dots, x_4 , но есть $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) - 5$ - количество городов с той деревней

Также заметим, что можно считать меньше деревьев, если убрать с той деревней с той городской окруж, это obviously не нарушится, но max. деревьев деревьев

min $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 5 + 4 = 18$

↑ столько городов можно с городской =>

=> Ответ: 18

Примечание: город и деревня одно и то же

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

МТ

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1.$$

ОДЗ: $1 - |x+y-2| \geq 0$ (и.к. под корнем)

$$|x+y-2| \leq 1.$$

$$-1 \leq x+y-2 \leq 1$$

$$x+y-2 \in (-1; 1)$$

$$(x+y) \in (1; 3).$$

и $2x+2y-x^2-y^2 \geq 0$ (и.к. под корнем)

$$x^2+y^2 \leq 2(x+y)$$

$$\Leftrightarrow 2(x+y) \geq 0$$

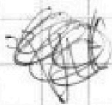
$$x^2 \leq 2|x| \quad \text{и.к. } y^2 \leq 2|y|$$

Заметим, что x и y можно менять местами, но значения

уравн-я не изменит. \Rightarrow пусть $x \leq y \Rightarrow x^2 \leq 2|x| \Rightarrow$

$$\Rightarrow |x|^2 \leq |x| \cdot 2 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow x \in [-2; 2] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{и } y^2 \geq 2|y| \Rightarrow |y| \geq 2, \text{ и.к. } x+y \in (1; 3)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)
иначе уменьш. на 1 \Rightarrow всего 30 вар-ов, когда на 1-ой
месте 2-ой - $(5+4+3+2+1)$.

Далее, если на 1-ом месте 6-ий: $(4+3+2+1)$.

5-ий: $(3+2+1)$; 6-ий: $(2+1)$; 7-ий: 1; 8-ий: 0 \Rightarrow

\Rightarrow всего вар-ов различных людей на 1-ом ряду

$$(8+...+1) + (7+...+1) + (6+...+1) + \dots + (2+1) + 1 + 0 =$$

$$= 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 + 0 = 56.$$

Теперь оставшиеся людей пронумеруем по ряду от

1 до 5, от меньшего к большему. И, чтобы избежать,

сложно способов раскладки их, делаем явный переход,

как для 1-ого ряда (Пусть на 1-ом месте 1. Тогда если

на 2-ом месте 2-ой - 3 вар, если 3-ий - 2 вар, если 4-ий - 1 вар

Если на 1-ом месте 2-ой то ...)

$$\text{И всего вар-ов: } (3+2+1) + (2+1) + 1 + 0 = 6+3+1 = 10.$$

И как мы видим, вар-ов расклад оставш. на 3-ем ряду - 6

~~Также ряды можно менять местами - это 3! = 6 способов~~

~~Также заменим, что 3-ий ряд можем быть~~

$$\text{и 1-ый и 2-ый и 5-ый} \Rightarrow 3 \text{ вар-ов} \Rightarrow \text{всего способов: } 56 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 3 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

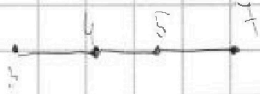
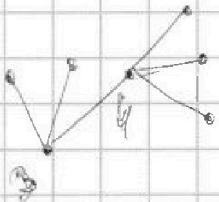
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}t \cdot x + 4t^2 - 4 = 0$$

$$1 \cdot x^2 + 2\sqrt{3}t \cdot x + (4t^2 - 4) = 0$$

$$x_1, x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4 + 6(t^2 - 4)$$



$$4 + 2 + 2 + 3 + 6 = 17$$

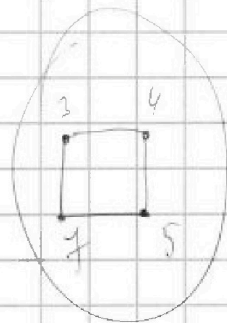
$$x_1 \cdot x_2 \geq 0$$

$$4(t^2 - 1) \geq 0$$

$$t^2 - 1 \geq 0$$

$$t^2 \geq 1$$

$$t \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$$



~~$$x^2 + 15x + 4 = 0$$~~

~~$$x^2 + 15x + 4 = 0$$~~

~~$$D = 25 - 16 = 9$$~~

~~$$x = \frac{-15 \pm 3}{2}$$~~

~~$$x_1 = -1 \quad x_2 = -4$$~~

$$D = 12t^2 - 6(4t^2 - 4) = 12t^2 - 24t^2 + 24 = -12t^2 + 24$$

$$2 \text{ корня} \Rightarrow D \geq 0$$

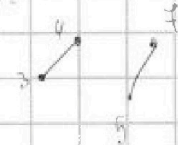
$$-12t^2 + 24 \geq 0$$

$$24 \geq 12t^2 \quad | :12$$

$$t^2 \leq 2 \Rightarrow t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$$

$$t \in (-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2})$$

~~$$t \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$$~~





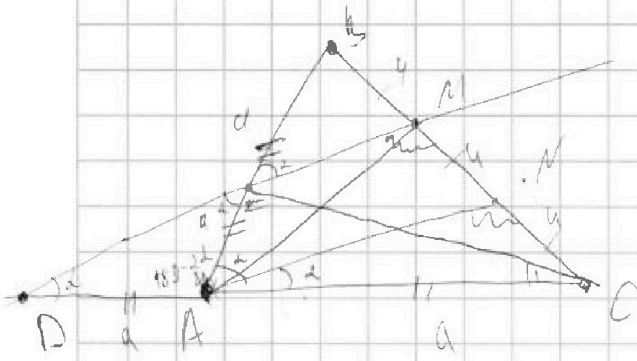
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a + b = 40$



$AB = CN$

$BM = MN = NC$

$BC = 12$

$\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$

$AB = ?$

$AB = 2a$

~~$4a^2 + a^2 + AN^2 = 2a \cdot AN$~~

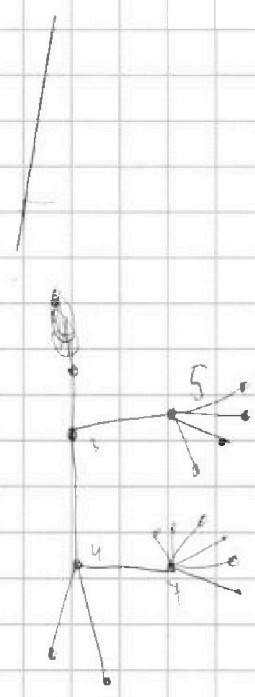
$12^2 = a^2 + (2a)^2 - 2 \cdot a \cdot 2a \cdot \cos(2\angle A)$

$144 = a^2 + 4a^2 - 4a^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$

$144 = 5a^2 + a^2 - 6a^2$

$a^2 = \frac{144}{6} = \frac{12 \cdot 12}{6} = 24$

$a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$





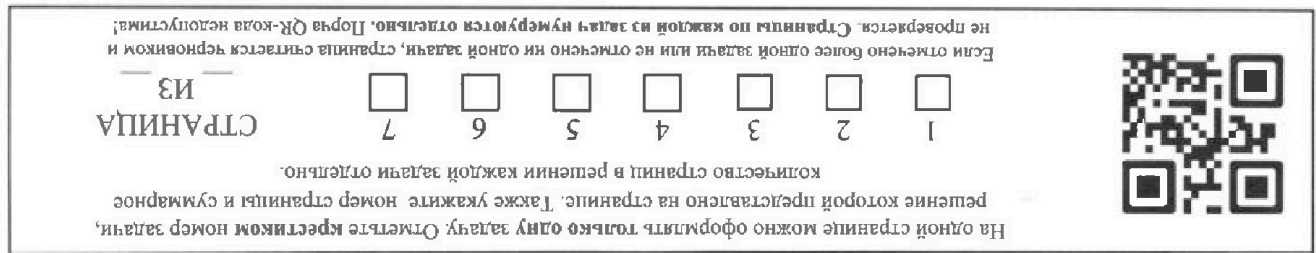
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представляло на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Лоры QR-кода недопустимы!



Handwritten mathematical work on grid paper. It includes several geometric diagrams of triangles with points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z. There are also various algebraic equations and calculations, including a quadratic equation $x^2 + 2y + x - k = 0$ and a discriminant calculation $\Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-k) = 4k + 1$. The work is annotated with circled numbers 1 through 8. There are also some scribbles and a small table of numbers at the bottom left.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 560 \\ \hline 2240 \\ \times 223 \\ \hline 6720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26001 \\ \times 1007 \\ \hline 180007 \\ 260010 \\ 2600100 \\ \hline 2626007 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3 & 6 10 15 21 \\ 1+2+3+4+5+6 &= 21 \\ 1+...+5 &= 15 \\ 1+...+4 &= 10 \\ 1+2+3+4 &= 10 \\ 1+2 &= 3 \end{aligned}$$

$$21+15+10+6+3+0$$

$$\begin{array}{r} 24001 \\ \times 1007 \\ \hline 168007 \\ 240010 \\ 2400100 \\ \hline 2424007 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2184 \\ \times 1007 \\ \hline 15288 \\ 21840 \\ 218400 \\ \hline 219584 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 15 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \\ & \dots \cdot p^2 \cdot p^1 \cdot p^0 = p^3 \end{aligned}$$

$$P_{n-1} = \frac{z}{4z+2} = 0$$

$$\begin{cases} a-b=2 \\ a-b=4 \\ a-b=8 \end{cases}$$

$$p^2 x - 17p - 15 = 0$$

$$\begin{aligned} 17p+15 &= p^2 \\ a-b &= 40 \\ 2 \cdot a - b &= 17p \\ a-b &= 15 - p^2 \end{aligned}$$

$$a-b=14 \quad a-b+15=32 = p^2 = 25$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^2$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^2$$

$$a-b=40$$

$$\begin{array}{r} 544 \\ \times 1007 \\ \hline 38208 \\ 5440 \\ 54400 \\ \hline 54744 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a-b &= 17 \\ a-b &= 40 \\ 2a &= 47 \\ a &= \frac{47}{2} \end{aligned}$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновой и не проверяется. Страницы по каждой из задач помечаются отдельно. Почта QR-кода неоплачена!

СТРАНИЦА №

1 2 3 4 5 6 7

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40 \quad b=40-a$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$a-b < a-b+15$$

$$x^2+y^2 \leq 2x+2y$$

$$x^2+y^2 = 2 \cdot 2(x+y)$$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 +55 \\
 \hline
 90 \\
 2200
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 a-b=17 \\
 a-b+15=p^5 \\
 17+15=p^5 \\
 32=p^5
 \end{array}$$

$$(40+2a)(40+2a+15) = 17p^5$$

$$22p^5 + 80a + 110a + 40^2 = 17p^5$$

$$4a^2 + 190a + 2200 = 17p^5$$

$$a-b=17 \cdot p \quad a-b+15=p^4$$

$$17p+15=p^4$$

$$p^4 - 17p - 15 = 0$$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 81-17-15 \\
 \hline
 51 \\
 +27 \\
 \hline
 78 \\
 +17 \\
 \hline
 95 \\
 +6 \\
 \hline
 101
 \end{array}$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$\sqrt{2(x+y)} \cdot \sqrt{(x+y-2)(x+y-2)} = x^2+y^2+x+y-2x-2y-4 = x^2+y^2+x+y-4$$

$$\begin{aligned}
 (x+y-2)(x+y-2) &= x^2+x+y-2x+x+y+y^2-2y-2x-2y+4 = \\
 &= x^2+y^2+2xy
 \end{aligned}$$

$$x+y \geq 2$$

$$1-x-y+2 = -x-y+3$$

$$-(x-1)^2 \quad -(y-1)^2$$

$$\begin{array}{l}
 x-1=0 \\
 y-1=0
 \end{array}$$

$$x^2 \leq 2|x|$$

$$y^2 \leq 2|y|$$

$$|x|^2 \leq 2|x|$$

$$|x| \leq 2$$

$$\sqrt{-(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$\sqrt{-a^2-b^2+2} + \sqrt{1-|a+b|} = 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40$$

$$a=9 \quad b=?$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 150 - 15b = 17p^2$$

p - перел. расстояние

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^2$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^2 = 17 \cdot p \cdot p$$

$$a-b=17 \Rightarrow a-b+15=p^2$$

$$\frac{CE}{CO} = \frac{EP}{PO}$$

$$17+15=p^2$$

$$32=p^2$$

$$BE^2 = AB^2 + AE^2 - 2AB \cdot AE \cdot \cos \alpha$$

$$2 \quad a-b=17 \cdot p \Rightarrow a-b+15=p^2$$

$$EP+PO = 180 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}$$

$$PE^2 = CP^2 + CE^2 - 2CP \cdot CE \cdot \cos \beta$$

$$17p+15=p^2$$

$$16p = -15$$

$$BE=10$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180$$

$$3 \quad a-b=p^2 \Rightarrow a-b+15=17$$

$$p^2+15=17$$

$$p^2=2$$

$$p=\sqrt{2} \quad \text{или} \quad p=-\sqrt{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} = \beta$$

$$180 - \beta - \frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2} + \gamma$$

$$= \frac{\beta}{2} + \gamma$$

$$4 \quad a-b=17p^2 \Rightarrow a-b+15=1$$

$$5 \quad a-b=1 \Rightarrow a-b+15=17p^2$$

$$16=17p^2$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \beta - \frac{\beta}{2} - \beta =$$

$$= \beta - \frac{\beta}{2}$$

