



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

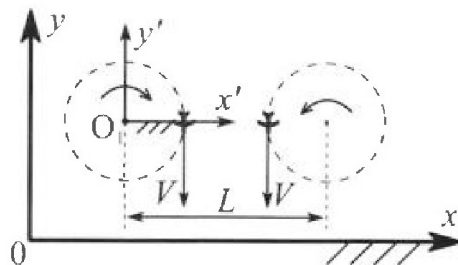
Вариант 10-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Во время выполнения пилотажного упражнения два самолёта летят в горизонтальной плоскости с одинаковыми по модулю скоростями $V = 60$ м/с (см. рис.) по окружностям одинакового радиуса $R = 360$ м. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

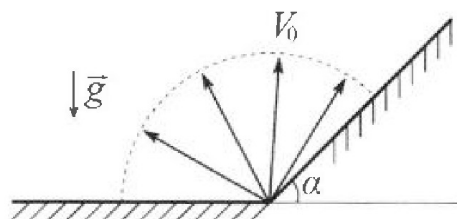
1. На сколько δ процентов сила тяжести, действующая на каждого летчика, меньше его веса?



В некоторый момент времени самолёты оказались на прямой, проходящей через центры окружностей, в положении максимального сближения. Расстояние между центрами окружностей $L = 1,8$ км. Вектор скорости каждого самолёта показан на рисунке.

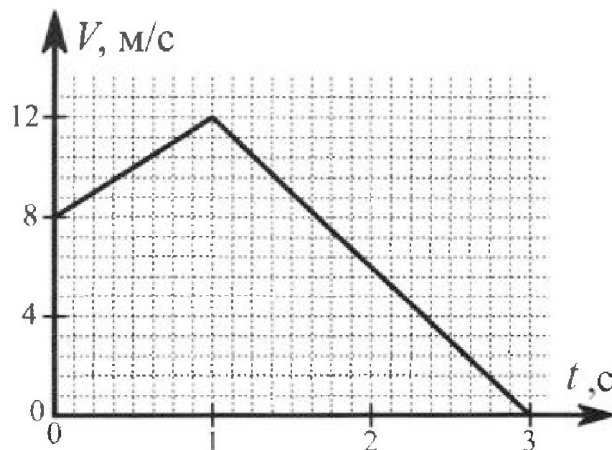
2. Найдите в этот момент скорость $\vec{U}$ второго (правого на рис.) самолёта во вращающейся системе отсчёта $x'O_1y'$, связанной с первым (левым на рис.) самолётом. В ответе укажите модуль и направление вектора $\vec{U}$.

2. Плоская поверхность склона образует с горизонтом угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$. У подножья склона разрывается фейерверк. Осколки летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по модулю скоростями. Наибольшая высота полета одного из осколков $H = 45$ м. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.



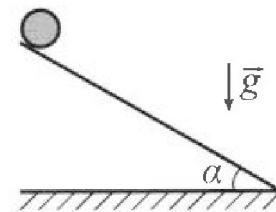
1. Найдите начальную скорость V_0 осколков.
2. На каком максимальном расстоянии S от точки старта упадет осколок на склон?

3. В первом опыте на шероховатую наклонную плоскость кладут шайбу и сообщают шайбе начальную скорость. Шайба движется по плоскости, сталкивается с упором, отскакивает от него и продолжает движение по плоскости. Часть зависимости модуля скорости шайбы от времени представлена на графике к задаче. Движение шайбы происходит вдоль одной и той же прямой. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1. Найдите $\sin \alpha$, здесь α – угол, который наклонная плоскость образует с горизонтом.

Во втором опыте с той же наклонной плоскости скатывается без проскальзывания тонкостенная однородная цилиндрическая бочка, полностью заполненная водой. Начальная скорость нулевая. Масса воды в $n = 3$ раза больше массы бочки. Упор удален с наклонной плоскости. Воду считайте идеальной жидкостью. Масса торцов бочки пренебрежимо мала.



2. С какой по величине скоростью V движется бочка в тот момент, когда горизонтальное перемещение бочки равно $S = 1$ м?
3. Найдите ускорение a , с которым движется бочка.
4. При каких величинах коэффициента μ трения скольжения бочка катится без проскальзывания?



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 10-03

*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.*



4. В изохорическом процессе к смеси идеальных газов гелия и кислорода подводят $Q = 960$ Дж теплоты. Температура смеси увеличивается на $\Delta T_1 = 48$ К. Если к той же смеси подвести то же самое количество теплоты в изобарическом процессе, то температура смеси повысится на $\Delta T_2 = 30$ К.

1. Найдите работу A смеси газов в изобарическом процессе.
2. Найдите теплоемкость C_V смеси в изохорическом процессе.
3. Найдите отношение $\frac{N_{He}}{N_K}$ числа атомов гелия к числу молекул кислорода в смеси.

Указание: внутренняя энергия двухатомного газа кислорода $U = \frac{5}{2}PV$.

5. Частица с удельным зарядом $\gamma = \frac{q}{m} > 0$ движется между обкладками плоского конденсатора. Конденсатор заряжен, расстояние между обкладками d . В некоторый момент частица движется со скоростью V_0 параллельно обкладкам на расстоянии $d/8$ от положительно заряженной обкладки. Радиус кривизны траектории в этот момент времени равен R .

1. Найдите напряжение U на конденсаторе.

Через некоторое время после вылета из конденсатора частица пересекает серединную плоскость конденсатора (плоскость, равноудаленную от обкладок).

2. С какой по величине скоростью V движется в этот момент частица?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Рассмотрим вид сбоку



m - масса лепешки

На ~~сфере~~ лепешка действует

магнитное =

сила тяжести mg и центробежная сила $\frac{mv^2}{R}$. Таким образом ускорение

лепешки является векторной суммой ускорений $\vec{g} + \frac{v^2}{R}$. Вес лепешки

P можно найти по теореме Пифагора: $P^2 = \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + (mg)^2$

Сила тяжести, действующая на лепешку $F_{\text{тяж}} = mg$

$$\text{Найдем отношение } \frac{P}{F_{\text{тяж}}} = \frac{P}{mg} = \frac{\sqrt{\frac{m^2 v^4}{R^2} + m^2 g^2}}{mg} = \frac{m \sqrt{\frac{v^4}{R^2} + g^2}}{mg} =$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{v^4}{R^2} + g^2}}{g} = \sqrt{\frac{v^4}{R^2 g^2} + 1} = \sqrt{\frac{60^4}{360^2 \cdot 10^2} + 1} = \sqrt{2} \Rightarrow P = F_{\text{тяж}} \sqrt{2}$$

Обозначим искоемое количество процентов за x . Тогда $P - x \cdot P = F_{\text{тяж}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow P - x \cdot P = \frac{P}{\sqrt{2}} \quad || : P$$

$$1 - x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Тогда искоемое кол-во процентов равно } 100x = \frac{200 - 100}{2} \frac{100(2 - \sqrt{2})}{2} = 50(2 - \sqrt{2}) =$$

$$= 100 - 50\sqrt{2} (\%)$$

1) Ответ: $100 - 50\sqrt{2} \%$

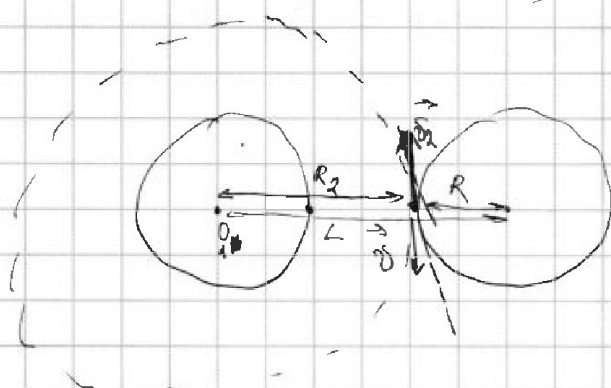


1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

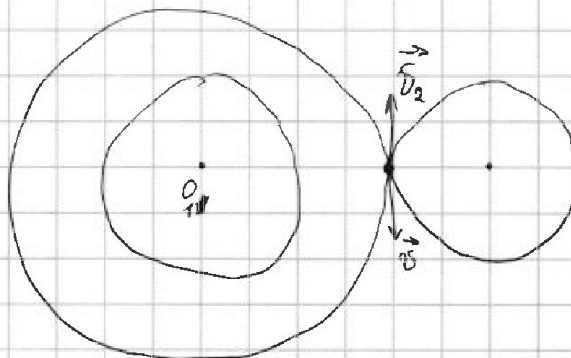
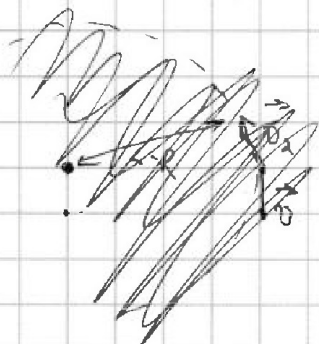
2. Во вр. Член перелета во вращающуюся ω , связанную с первым самолетом, необходимо учесть угловую скорость ω (такую же, как у первого самолета в ω -Земля). Таким образом в новой ω второй самолет кроме своей скорости $\vec{V}$ имеет скорости $\vec{v}_2$ направленную по касательной к окружности с центром O_1 , проходящую через второй самолет (в данный момент времени). Показано на рисунке:



Найдем ω . $\omega = \frac{v}{R}$
(угловая скорость вращения первого самолета в ω -Земля)

$$v_2 = \omega \cdot \underbrace{(L - R)}_{R_2} = \frac{v}{R} (L - R)$$

Скорости второго самолета в новой ω $\vec{U} = \vec{v}_2 + \vec{V}$



$$U = v_2 - V = v \left(\frac{L - R}{R} - 1 \right) = v \left(\frac{L}{R} - 2 \right) = 60 \cdot \left(\frac{1800}{360} - 2 \right) = \frac{1800}{6} - 120 =$$

$= 300 - 120 = 180$ (м/с). Направлена в сторону, противоположную той, в которую направлена $\vec{V}$ в ω , связанной с Землей, то есть вверх по оси y .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Ответ $u = 180 \text{ м/с}$, $\vec{u}$ направлен вверх по оси y .

Ответ: 1) $100 - 50\sqrt{2} \%$

2) $u = 180 \text{ м/с}$, $\vec{u}$ направлен вверх по оси y .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. На наибольшей высоте поднялся осколок, который полетел вертикально вверх. Рассмотрим его. Запишем закон сохранения энергии для него:

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g H$$

наибольшей высоте m - масса одного осколка состояние на высоте H . Это скорость v_0 на максимальной высоте равна 0, далее он начнет падать.

$$v_0 = \sqrt{2 g H} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 45} = \sqrt{900} = 30 \text{ (м/с)}$$

1) Ответ $v_0 = 30 \text{ м/с}$

2. Рассмотрим осколок, запущенный под углом φ к горизонту, и упавший на склон. Выразим расстояние между стартом и точкой падения на склон S .

t - время полета осколка.

по оси x : $v_0 \cos(\varphi) \cdot t = L = \cos \alpha S \quad (1)$

по оси y : $v_0 \sin(\varphi) t - \frac{g t^2}{2} = H = \sin \alpha S \quad (2)$

$$S^2 = H^2 + L^2 \text{ по теореме Пифагора}$$

$$S^2 = v_0^2 \cos^2 \varphi t^2 + v_0^2 \sin^2 \varphi t^2 - 2 v_0 \sin \varphi t \cdot \frac{g t^2}{2} + \frac{g^2 t^4}{4}$$

Выразим t из (1): $t = \frac{\cos \alpha S}{v_0 \cos \varphi}$

Подставим в (2):

$$\frac{v_0 \sin \varphi \cdot \cos \alpha S}{v_0 \cos \varphi} - \frac{g}{2} \frac{\cos^2 \alpha S^2}{v_0^2 \cos^2 \varphi} = \sin \alpha S$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Мы рассматриваем угол α :

$$S \neq 0$$

Разделим на S :

$$S \cdot \frac{g \cos^2 \alpha}{2 \cos^2 \varphi} \cdot \frac{S}{v_0^2} = \sin \alpha$$

$$\frac{g \cos^2 \alpha}{2 \cos^2 \varphi} \cdot \frac{S}{v_0^2} = \sin \alpha$$

$$\frac{g \cos^2 \alpha - \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha} \cdot (2 \cos^2 \varphi v_0^2) = S$$

$$2 v_0^2 \cdot \left(\cos^2 \varphi \left(\frac{g \cos^2 \alpha}{g \cos^2 \alpha} - \frac{\sin \alpha}{g \cos^2 \alpha} \right) \right) = S$$

Также, $\varphi \geq \alpha$.

Чтобы найти φ при котором S - максимум, а производную S по φ

приравняем к 0 ~~и найдем~~ (и найдем экстремум)

$$(S)'_{\varphi} = 0$$

$$2 v_0^2 \left((\cos^2 \varphi)' \cdot \left(\frac{g \cos^2 \alpha}{g \cos^2 \alpha} - \frac{\sin \alpha}{g \cos^2 \alpha} \right) + \cos^2 \varphi \cdot \left(\frac{g \cos^2 \alpha}{g \cos^2 \alpha} - \frac{\sin \alpha}{g \cos^2 \alpha} \right)' \right) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2\delta_0^2 \left(2\cos\varphi \cdot (-\sin\varphi) \left(\frac{\operatorname{tg}\varphi}{g\cos\alpha} - \frac{\sin\alpha}{g\cos^2\alpha} \right) + \cos^2\varphi \cdot \frac{1}{g\cos\alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2\varphi} \right) = 0$$

$\delta_0 \neq 0$, значит

$$-2\sin\varphi \cos\varphi \left(\frac{\operatorname{tg}\varphi}{g\cos\alpha} - \frac{\sin\alpha}{g\cos^2\alpha} \right) + \frac{1}{g\cos\alpha} = 0$$

Из этого уравнения можно выразить φ

$$-2 \frac{\sin^2\varphi}{g\cos\alpha} + \frac{2\sin\varphi \cos\varphi \sin\alpha}{g\cos^2\alpha} + \frac{1}{g\cos\alpha} = 0 \quad | \cdot g\cos\alpha$$

$$-2\sin^2\varphi + 2\sin\varphi \sqrt{1-\sin^2\varphi} \cdot \operatorname{tg}\alpha + 1 = 0$$

~~2sin~~ Обозначим $\sin^2\varphi = x$

$$-2x + 2\sqrt{x-x^2} \operatorname{tg}\alpha + 1 = 0$$

$$2\sqrt{x-x^2} \operatorname{tg}\alpha = 2x-1 \quad |^2$$

$$4(x-x^2) \operatorname{tg}^2\alpha = 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x - 4x^2$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{4}{3}$$

~~4x~~ $\frac{4-16}{9}(x-x^2) = 4x^2 - 4x + 1$

$$\frac{64}{9}x - \frac{64}{9}x^2 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{100}{9}\right)x^2 - \frac{100}{9}x + 1 = 0$$

$$x = \frac{\frac{100}{9} \pm \sqrt{\frac{10000}{81} - 4 \cdot \frac{100}{9}}}{\frac{200}{9}} = \frac{\frac{100}{9} \pm \frac{1}{9} \sqrt{10000 - 3600}}{\frac{200}{9}} = \frac{100 \pm 80}{200}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{180}{200} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{3}{\sqrt{10}} \\ x_2 = \frac{20}{200} = \frac{1}{10} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

Также, $\varphi \geq d$. Значит $\sin \varphi \geq d$

Значит $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{10}}$ не подходит

$$u_{\max} \sin \varphi = \frac{3}{\sqrt{10}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{3}{\sqrt{10}}}{1 - \frac{9}{10}} = \frac{\frac{3}{\sqrt{10}}}{\frac{1}{10}} = 3$$

Рассчитаем в варианте где $\sin \varphi$

$$S = 2 \sigma_0^2 \underbrace{\left(1 - \frac{9}{10}\right)}_{1 - \sin^2 \varphi} \cdot \left(\frac{3}{g \cos d} - \frac{\sin d}{g(1 - \sin^2 d)} \right) = 0,2 \cdot 30^2 \left(\frac{3}{6} - \frac{0,8}{3,6} \right) =$$

$$= \frac{180 \cdot 3}{6} - \frac{180 \cdot 8}{36} = 90 - 40 = 50 \text{ (Н)}$$

$$\cos d = \sqrt{1 - \sin^2 d} = 0,6$$

Ответ: 1) 30 м/с

2) 50 м



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

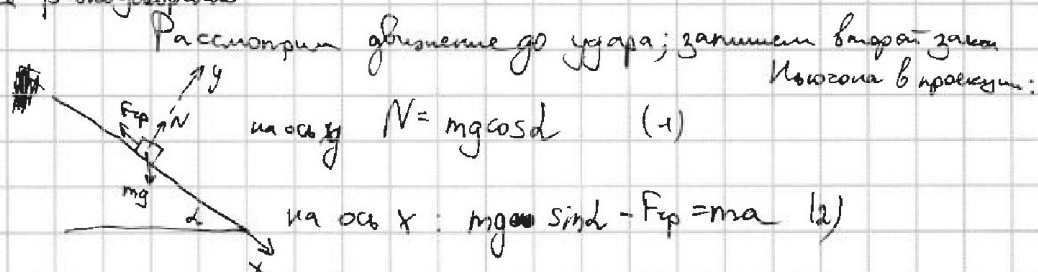
СТРАНИЦА

1 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Поскольку скорость шайбы сразу начала возрастать, это значит, что шайбу запустили вниз по наклонной плоскости.

Поскольку излом на графике обозначает ~~удар~~ удар с ускорением. Поскольку скорости до и после удара равны между собой (и равны 12 м/с), удар абсолютно упругий. Скорость линейно изменяется, значит и до, и после удара шайба движется равноускоренно.



$F_{\text{тр}}$ — скольжение; $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$
По графику, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12-8}{1} = \frac{4}{1} = 4 \text{ (м/с}^2\text{) до удара.}$

$$(2): mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma \quad | : mg$$

$$\sin \alpha - \mu \cos \alpha = \frac{a}{g} \quad (5)$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha - \mu \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{a}{g}$$

$$\sin \alpha - \frac{a}{g} = \mu \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \quad |^2$$

$$\sin^2 \alpha - \frac{2 \sin \alpha a}{g} + \frac{a^2}{g^2} = \mu^2 - \mu^2 \sin^2 \alpha$$

$$(1 + \mu^2) \sin^2 \alpha - \frac{2a}{g} \sin \alpha + \frac{a^2}{g^2} - \mu^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите **номер страницы** и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
6 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 1) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ 2) $\sqrt{\frac{160}{13\sqrt{3}}}$ 3) $\frac{80}{13\sqrt{3}}$ м/с



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \alpha = \frac{2a}{g} \pm \sqrt{\frac{4a^2}{g^2} - \frac{4a^2}{g^2}(1+\mu^2)}$$

$$= \frac{2a}{g} \pm \frac{2a}{g} \sqrt{2+2\mu^2}$$

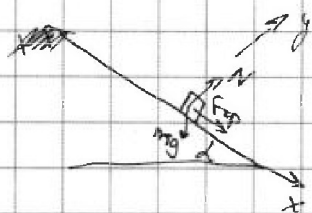
$$\sin \alpha = \frac{2a}{g} \pm \sqrt{\frac{4a^2}{g^2} - 4(1+\mu^2)\left(\frac{a^2}{g^2} - \mu^2\right)}$$

$$= \frac{a}{g} \pm \sqrt{\frac{a^2}{g^2} - \frac{a^2}{g^2} - \frac{4a^2}{g^2} + \mu^2 + \mu^2}$$

$$= \frac{a}{g} \pm \mu \sqrt{\frac{-a^2}{g^2} + 1 + \mu^2}$$

$$= \frac{a}{g} \pm \mu \sqrt{\frac{-a^2}{g^2} + 1 + \mu^2} \quad (4)$$

Распишем движение после удара:



Вспомогательные уравнения Ньютона в проекции на оси x и y:

$$mg \cos \alpha = N$$

$$mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = ma_2$$

$F_f = \mu N$
(сопротивление)

По заданию $a_2 = -12 = -6 \text{ м/с}^2$
Знак минус означает, что происходит замедление, но a_2 направлено по оси. Поэтому, в дальнейшем будем считать $a_2 = |a_2|$

$$\mu = \frac{a_2 - g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \quad (3)$$

Подставим в (4) (5):



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

3 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin d = \frac{a_2 - a}{g}$$

$$\sin d - \cos d \frac{a_2 - g \sin d}{g \cos d} = \frac{a}{g}$$

$$\sin d - \frac{a_2 - g \sin d}{g} = \frac{a}{g}$$

$$\sin d - \frac{a_2}{g} + \sin d = \frac{a}{g}$$

$$2 \sin d = \frac{a_2 + a}{g} = 1$$

$$\sin d = \frac{1}{2}$$

1) Ответ: $d = 30^\circ$

2. момент инерции бочка $I = I_S + I_B$

$I_S = mR^2$
 $\approx$ момент инерции
 (масса шарика = 0)

I_S — момент инерции шарика
 I_B — момент инерции бочка

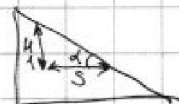
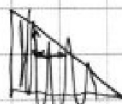
$I_B = \frac{1}{2} m R^2$

$\approx$ диск или цилиндр

$I = \frac{5}{2} m R^2$

Запишем 3СЗ: $4mgH_1 = \frac{4m\delta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$

δ — скорость центра бочка
 ω — угловая скорость бочка
 } в момент, когда
 вертикальное
 перемещение



$H_2 = \frac{1}{2} L \cdot S$

$\omega = \frac{\delta}{R}$



$\omega = \frac{2\delta - 0}{2R} = \frac{\delta}{R}$

в СО — центр
 скорости точки воды δ .
 значит $\omega = \frac{\delta}{R}$

без проскальзывания!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4mg \operatorname{tg} \alpha S = 2m\vec{v}^2 + \frac{5}{2} m R^2 \cdot \frac{\vec{v}^2}{R^2}$$

$$4mg \operatorname{tg} \alpha S = 2m\vec{v}^2 + \frac{5}{4} m \vec{v}^2 = \frac{13}{4} m \vec{v}^2$$

$$16 \operatorname{tg} \alpha S = 13 \vec{v}^2$$

$$\vec{v}^2 = \frac{16 \operatorname{tg} \alpha S}{13} = \frac{160}{13\sqrt{3}} \left(\frac{m}{c} \right)^2 \Rightarrow \vec{v} = \sqrt{\frac{160}{13\sqrt{3}}} \text{ м/с}$$

2) Ответ $\sqrt{\frac{160}{13\sqrt{3}}} \text{ м/с}$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\vec{v}(S) = \sqrt{\frac{16}{13} \operatorname{tg} \alpha S}$$

$$a = \left(\vec{v}(S) \right)'_t$$

ускорение - производная скорости по времени

ускорение направлено вдоль плоскости, но есть составляющая с вектором перемещения
движение равноускоренное $\Rightarrow S = \frac{at^2}{2}$ Возмем.

$$\vec{v}(S) = \sqrt{\frac{16}{13} g \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{at^2}{2}} = \pm \sqrt{\frac{8}{13} g \operatorname{tg} \alpha a}$$

$$a = \left(\vec{v}(S) \right)'_t = \sqrt{\frac{8}{13} g \operatorname{tg} \alpha a}$$

$$a^2 = \frac{8}{13} g \operatorname{tg} \alpha a$$

3) Ответ: $a = \frac{8}{13} g \operatorname{tg} \alpha = \frac{80}{13\sqrt{3}} \text{ (м/с}^2\text{)}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
5 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дополнительно к 3) пункту

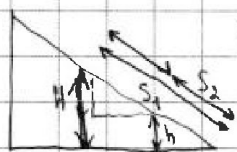
Запишем закон сохранения энергии (удар абсолютно упругий).
за "0" потенциальной энергии взята ~~начальная позиция~~ ^{высота центра тяжести упора}

$$mgH + \frac{m\bar{v}_0^2}{2} = \frac{m\bar{v}_k^2}{2} + mgh + |A_{тр}|$$

начальная высота
начальная скорость
конечная скорость
конечная высота
работа силы трения

$$2mgH + m\bar{v}_0^2 = m\bar{v}_k^2 + 2mgh + 2\mu mg \cos \alpha \cdot S$$

масса шара



$$S = S_1 + S_2$$

$$S_1 = \sin \alpha \cdot H$$

$$S_2 = \sin \alpha \cdot h$$

$$2mgH + m\bar{v}_0^2 = m\bar{v}_k^2 + 2mgh + 2\mu mg \cos \alpha \cdot \sin \alpha (H + h)$$

$$\bar{v}_0 = 8 \text{ м/с}$$

$$\bar{v}_k = 0 \text{ м/с}$$

$$\bar{v}_0^2 = 2g(h - H) + 2\mu g \cos \alpha \cdot \sin \alpha (H + h)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Первое начало по периодичности $\Delta Q = \Delta U + A_{\text{внеш}} + A_{\text{внутр}}$

Для изохорного процесса ($V = \text{const}$): $A_{\text{внеш}} = 0$, поскольку $V = \text{const}$

$$\Delta Q = \Delta U = \Delta U_{\text{внеш}} + \Delta U_{\text{внутр}} = C_V \cdot \Delta T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_V = \frac{\Delta Q}{\Delta T_1} = 20 \text{ (Дж/К)}$$

$$\Delta T = \frac{5}{2} \quad \text{Пример 2) } 20 \text{ Дж/К}$$

Для изобарного процесса ($p = \text{const}$): $A_{\text{внеш}} = p_1 \Delta V + p_2 \Delta V$

$$\Delta Q = \Delta U + A_{\text{внеш}}$$

p_1 - парциальное давление газа, p_2 - парциальное давление кислорода

p - давление в смеси. По закону Дальтона $p = p_1 + p_2$

$$\Delta Q = \Delta U + A_{\text{внеш}} = (U_{2\text{к}} - U_{1\text{к}}) + (U_{2\text{к}} - U_{1\text{к}}) + A_{\text{внеш}}$$

$U_{2\text{к}}$ - внутренняя энергия газа в конце процесса

$U_{2\text{к}}$ - внутренняя энергия смеси в конце процесса

$U_{1\text{к}}$ - внутренняя энергия газа в начале процесса

$U_{1\text{к}}$ - внутренняя энергия смеси в начале процесса.

$$\Delta Q = \frac{5}{2} p_2 \Delta V + \frac{3}{2} p_1 \Delta V + (p_1 + p_2) \Delta V = \Delta V \left(\left(\frac{5}{2} + 1 \right) p_2 + \left(\frac{3}{2} + 1 \right) p_1 \right) \quad (1)$$

$$\text{Кроме того, } \Delta U = C_V \Delta T_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кроме того, по закону Менделеева-Клапейрона:

для газа: $p_1 V_1 = \nu_1 R t_1$ ← температура в начале процесса
 $p_2 V_2 = \nu_1 R t_2$ ← температура в конце процесса
 начальная объем ν_1 количество вещества, моль
 конечный объем

Возьмем из второго уравнения:

$$p_1 (V_2 - V_1) = \nu_1 R (t_2 - t_1)$$

$$p_1 \Delta V = \nu_1 R \Delta T_2 \quad (2)$$

Аналогично для второго газа: $p_2 \Delta V = \nu_2 R \Delta T_2 \quad (3)$

Подставим в уравнение (1):

$$\Delta Q = \left(\frac{5}{2} + 1\right) \nu_2 R \Delta T_2 + \left(\frac{3}{2} + 1\right) \nu_1 R \Delta T_2 \Rightarrow \frac{\Delta Q}{R \Delta T_2} = \frac{7}{2} \nu_2 + \frac{5}{2} \nu_1 \Rightarrow$$

$$\nu_1 = \frac{2 \Delta Q}{5 R \Delta T_2} - \frac{7 \nu_2}{5} \quad (5)$$

$$(2) : (3) \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} \Rightarrow p_1 = p_2 \cdot \frac{2 \Delta Q}{5 R \Delta T_2 \nu_2} - \frac{7}{5}$$

$$(3) : \Delta V = \nu_2 R \Delta T_2 / p_2$$

Подставим в уравнение для работы системы газов $A_{\text{систем}} =$

$$= \frac{\nu_2 R \Delta T_2}{p_2} p_2 \left(1 + \frac{2 \Delta Q}{5 R \Delta T_2 \nu_2} - \frac{7}{5}\right) = \frac{2}{5} \Delta Q - \frac{2}{5} \Delta T_2 R \nu_2 \quad (4)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в изохорич. процессе

$$\Delta Q = C_V \cdot \Delta T_2 = 60 \text{ (Дж)}$$

Значит, по первому $\Delta Q = \Delta U + A_{\text{изох.}}^{\text{изох.}}$

$$A_{\text{изох.}}^{\text{изох.}} = \Delta Q - \Delta U = 960 - 60 = 900 \text{ (Дж)}$$

$\parallel A = 900 \text{ Дж}$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

умножив (4) и (5):

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\Delta Q}{5R\Delta T_2 V_2} - \frac{7V_2}{5V_2}$$

$$\Rightarrow (4) V_2 = \frac{-A_{\text{изох.}} + \frac{2}{5} \Delta Q}{\frac{2}{5} \Delta T_2 R}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\Delta Q}{5R\Delta T_2 \left(\frac{2\Delta Q - A}{\frac{2}{5}\Delta T_2 R} \right)} - \frac{7}{5} = \frac{2\Delta Q \cdot 5}{2 \cdot 5 \left(\frac{2}{5}\Delta Q - A \right)} = \frac{\Delta Q}{\frac{2}{5}\Delta Q - A}$$

$$= \frac{960}{\frac{2}{5}960 - 900} - \frac{7}{5} = \frac{960}{384 - 900} - \frac{7}{5}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \left| \frac{960}{384 - 900} - \frac{7}{5} \right|$$

Ответ: 1) 900 Дж 2) 20 Дж/К 3) $\left| \frac{960}{384 - 900} - \frac{7}{5} \right|$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$U = C \cdot q$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

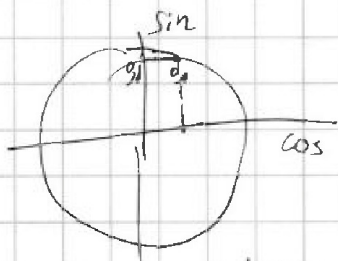
СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2016

36

6400
80



$$\frac{180}{36} = \frac{30}{6} = 5$$

$1 - \sin^2$

0,8

0,64

$$PV = DRT$$
$$V = \text{const}$$
$$\frac{P}{T} = \text{const}$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{4}{36} = \frac{4}{18}$$
$$\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

900
#

1800
,

$$PV = DRT$$

$$\frac{DRT}{V}$$

P

$$P = \frac{DRT}{V}$$

108

180

190

195

192

$$V_1(t_1 + t_2) = t_1(V_1 + V_2)$$
$$V_1 t_1 + V_1 t_2 = t_1 V_1 + t_1 V_2$$
$$V_1 t_2 = t_1 V_2$$
$$\frac{t_1}{V_1} = \frac{t_2}{V_2}$$

$$\frac{5}{2} = \Delta P_1 V + \frac{3}{2} \Delta P_2 V$$

194
#

V

$$\frac{t_1}{V_1} = \frac{t_2}{V_2}$$

$$\frac{192}{384}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

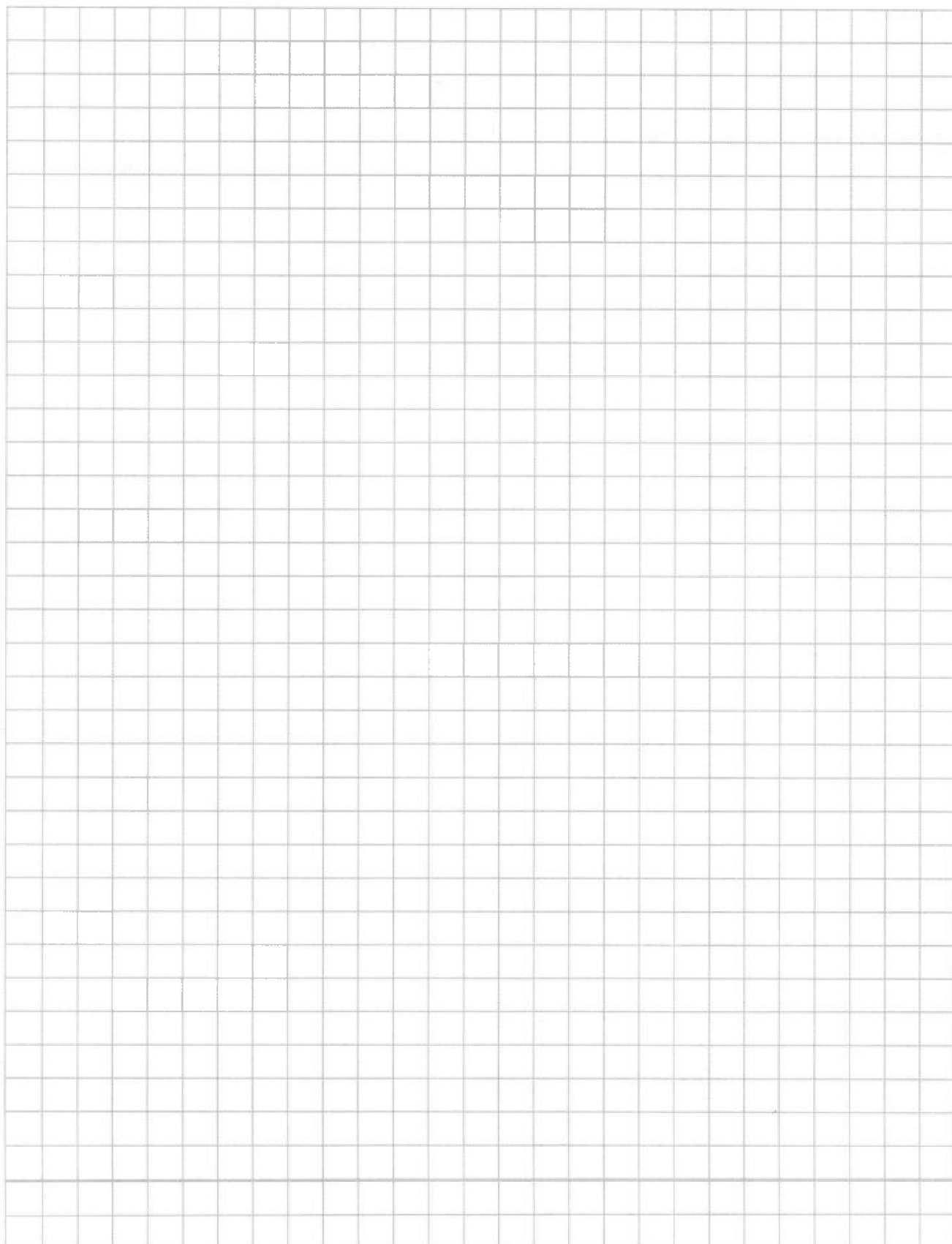
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper:

Diagram 1: A small square with a right angle symbol, labeled mg and mg with arrows pointing down.

Diagram 2: Two circles of radius R touching at a point. A line segment of length $2R$ connects the centers. A point is marked on the line segment at a distance R from each center.

Diagram 3: A circle of radius R with a point on its circumference. A line segment of length $2R$ connects the center to the point. A right angle symbol is shown at the center.

Equations and calculations:

$$5 + 0,05 \cdot 5$$

$$X, y, pr$$

$$P, F_{\text{пр}}, P$$

$$F_{\text{пр}} \uparrow$$

$$P - pr \cdot P = F_{\text{пр}}$$

$$10$$

$$5$$

$$10$$

$$\frac{60^2}{360} \quad \frac{3600}{360} = 10$$

$$\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \tan \varphi$$

$$\sqrt{2} F_{\text{пр}} = P$$

$$\sqrt{\frac{5^4}{R^2 g^2} + 1}$$

$$\sqrt{\frac{60^4}{360^2 \cdot 10^2} + 1}$$

$$\frac{60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60}{3600 \cdot 3600}$$

$$\frac{360 \cdot 360 \cdot 100}{3600 \cdot 3600}$$

$$\frac{1800}{360} - 2$$

$$\frac{(\sqrt{2} - 1) \sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$$

3