



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

МОТОЦИКЛИСТА

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 3^{11} \cdot 7^{11}, \quad bc = 3^{18} \cdot 7^{16}, \quad ac = 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = (3^{11} \cdot 7^{11} \cdot 3^{18} \cdot 7^{16} \cdot 3^{21} \cdot 7^{38})$$

$$(abc)^2 = (3^{50} \cdot 7^{65}), \quad (abc)^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{65}$$

П.к. $(abc)^2$ — квадрат натурального числа,

то максимальная степень 7-ки, на

которую делится $(abc)^2$ должна быть чет-

ной. Значит $(abc)^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{66}$

$abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33}$, — на наименьшее

значение abc это $3^{25} \cdot 7^{33}$.

Ответ: $3^{25} \cdot 7^{33}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $a+b \text{ НОД}(a, b) = 1$,

иначе ~~дроби~~ $\frac{a}{b}$ — сократима.

Из этого следует, что $(a+b) \nmid a$ и

$$(a+b) \nmid b \quad \text{НОД}(a+b, a) = 1 \quad \text{и} \quad \text{НОД}(a+b, b) = 1$$

по алгоритму Евклида.

$$a^2 - 8ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 10ab = (a+b)^2 - 10ab$$

Если мы можем сократить дроби на
наибольшее m , то это m должно делить
НОД(числителя и знаменателя $(a+b; a^2 - 8ab +$
 $+ b^2)$), иначе m не наибольшее.

$$\text{НОД}(a+b; a^2 - 8ab + b^2) = \text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 10ab) = m$$

$$(a+b) \div m, \quad (a+b)^2 \div m, \quad \text{зт. } m \mid 10ab \div m$$

Заметим, что $\text{НОД}(a; a+b) = 1$, $\text{НОД}(b; a+b) =$

$$= 1 \Rightarrow \text{НОД}(ab; a+b) = 1. \text{ И-по } \text{НОД}$$

$$m = \text{НОД}(10ab; a+b) \leq 10. \text{ И-по наибольшее}$$

$$m = 10. \text{ Пример: } a=1, b=9, a+b=10, a^2 - 8ab + b^2 =$$

$$= -10 \cdot 10, \text{ НОД}(10; -10) = 10.$$

Ответ: 10.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4|x|$ возведем обе части в квадрат

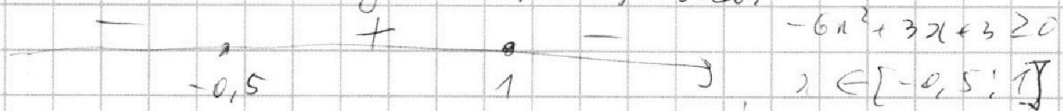
и получим: $2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 16x^2 - 8|x| + 1$

$-12x^2 + 6|x| + 6 = 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}$ / : 2, $-6x^2 + 3|x| + 3 = \sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}$ (1)

$-6x^2 + 3|x| + 3 \geq 0$, т.е. $\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} \geq 0$

$-6x^2 + 3|x| + 3 \geq 0$, $D = 9 + 18 = 27, D > 0$ $\begin{cases} x = 1 \\ x = -0,5 \end{cases}$

Решим методом интервалов:



Возведем в 2 степень обе части, получим квадрат

получим: $4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 = 36x^4 - 18x^3 - 27x^2 + 18x + 9$, $32x^4 - 14x^3 - 8x^2 + 23x - 3 = 0$, подложим $x = 1$

$32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = (x - 1)(32x^3 + 18x^2 - 20x + 3) = 0$

Рассмотрим уравнение: $32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 0$

Заметим, что при $x = -0,5$ это уравнение не выполняется. Заметим, что при $x < 0$, $18x^2 > |32x^3|$,

$-20x > 0, 3 > 0$, а значит $32x^3 - 18x^2 - 20x + 3 > 0$,

при $x \geq 0$. При $x = 0$, $32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 3 > 0$

Также заметим, что при $x > 0$, левая часть уравнения больше 0. Следовательно уравнение

$32x^3 + 18x^2 - 20x + 3$ не имеет корней на промежутке $[-0,5; 1]$

и при $x = 1$ Проверка: $\sqrt{2 - 3 + 4} = 1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Возведем в 4 в кубе: все части равны в кубе.

$$36x^4 - 36x^3 - 27x^2 + 18x + 9 = 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0, \quad x = -1 \text{ подходит}$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = (x+1)(32x^3 - 64x^2 + 26x - 3)$$

Рассмотрим ^{у-ние} $32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = 0$, при

$$x > 0, \quad 32x^3 > 0, \quad -64x^2 < 0, \quad 26x > 0, \quad -3 < 0$$

Сигмома ^{у-ние} меньше 0, меньше 0.

$$\text{При } x = 0, \quad 32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = -3$$

~~Рассмотрим ^{у-ние} $32x^2 - 64x + 26 = 0$,
 $D = 64^2 - 4 \cdot 32 \cdot 26$~~

Максимум заметим, что при $x > 0$,
мощно ^{у-ние} меньше 0.

Сигмома корни только $x = -1$, Проверка!

$$\sqrt{2+3+4} - \sqrt{2-1+3} = 1+4,$$

$$3 - 2 = 1, \text{ это не правда, Сигмома}$$

Корней ^{нет} нет.

Ответ: Корней ^{нет} нет.

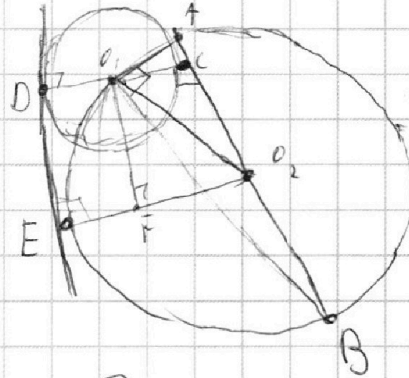
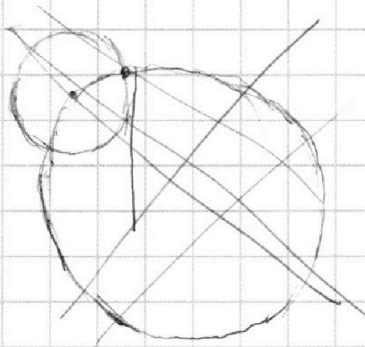
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O_1, O_2 - центры ω и Ω соответственно.
 Проведем отрезки $O_1C, O_1A, O_1B, O_1C \perp AB$, т.к.
 O_1C - радиус, провед. в точку касания. $\angle AO_1B = 90^\circ$, т.к. этот угол опирается на диам.

$O_1C = \sqrt{AC \cdot BC}$ - по св-ву высоты упр. опущенной из прямого угла на гипотенузу

$O_1C = \sqrt{1 \cdot 16} = 4$ - радиус окружности ω

$AB = 2R$, где R - рад. окружности Ω

$R = 8,5$. Проведем $O_1O_2, O_1O_2 = \frac{1}{2} AB = \frac{17}{2}$ - по т.к. это радиус оск. Ω .

Проведем общую касательную: Пусть она касается ω в точ. D, Ω - в E . Проведем

$O_1D, O_2E, O_1D \perp DE, O_2E \perp DE$ - радиусы в точки кас.

Проведем DE - хорду. Проведем O_1E - радиус оск. Ω в точке F, O_1EF - прямоугольник, $DE = O_1F, O_1D = EF = 4$ - радиусы ω , $O_2F = O_2E - EF = 4,5, O_1F^2 + O_2F^2 = O_1O_2^2$ - по теореме Пифагора для $\triangle O_1FO_2, \angle O_1FO_2 = 90^\circ, O_1F^2 = \frac{289}{4} - \frac{81}{4} = \frac{208}{4} = DE^2, DE = 2\sqrt{13}$

Проведем DE - хорду. Проведем O_1E - радиус оск. Ω в точке F, O_1EF - прямоугольник, $DE = O_1F, O_1D = EF = 4$ - радиусы ω , $O_2F = O_2E - EF = 4,5, O_1F^2 + O_2F^2 = O_1O_2^2$ - по теореме Пифагора для $\triangle O_1FO_2, \angle O_1FO_2 = 90^\circ, O_1F^2 = \frac{289}{4} - \frac{81}{4} = \frac{208}{4} = DE^2, DE = 2\sqrt{13}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x+2y=z, \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}, \quad \frac{3y+z}{xy} = \frac{2}{z} \Rightarrow \frac{2}{3x+2y}, \text{ Перемножим}$$

по пропорции:

$$2xy = 3x^2 - 9xy + 6y^2 + 2xy,$$

$$3x^2 - 9xy + 6y^2 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0,$$

$$(x-y)(x-2y) = 0$$

Рассмотрим 2 варианта: ① $x+y=0, x=-y, z=-3y+2y=-y$

Тогда:

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2y^2}{-5y^2} = 0,4$$

② $x+2y=0, x=-2y, z=-6y+2y=-4y$

Тогда:

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

Получим:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 0,4 \\ \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 4 \end{array} \right.$$

Согласно наоб. значение $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$ равно 4

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(км/ч)

Пусть x - скорость велосипедиста, y - мотоциклиста

$x, y > 0, y > x$ S - путь от А до В.

Из условия следует:

$$2 + \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \quad ① \quad 96 + x \cdot \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \cdot y \quad ② \quad \frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4} \quad ③$$

$$① \quad 2 + \frac{S}{y} = \frac{S}{x}, \quad S \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2, \quad S \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right) = 2$$

$$② \quad 96 + x \cdot \frac{S}{y} = \frac{S}{x} \cdot y, \quad 96 = S \cdot \left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y} \right) = S \cdot \left(\frac{y^2 - x^2}{xy} \right)$$

$$\frac{96}{2} = S \cdot \left(\frac{y^2 - x^2}{xy} \right) = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right) = 48 = x+y$$

$$③ \quad \frac{S}{x+6} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}, \quad S \cdot \left(\frac{y+6-x-6}{xy+6x+6y+36} \right) = \frac{5}{4}$$

$$S \cdot \left(\frac{y-x}{xy+6x+6y+36} \right) = \frac{5}{4} = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy+324} \right)$$

$$2 = \frac{5}{4} = \frac{8}{5} = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy} \right) = S \cdot \left(\frac{y-x}{xy+324} \right) = \frac{8(xy+324)}{xy}$$

$$8xy = 5xy + 1620, \quad 3xy = 1620, \quad xy = 540, \quad x+y = 48$$

$$x = 48 - y, \quad (48-y)y = 540, \quad -y^2 + 48y = 540$$

$$y^2 - 48y + 540 = 0, \quad D = 48^2 - 540 \cdot 4 = 2304 - 2160 = 144, \quad \sqrt{D} = 12$$

$$y = \frac{48 \pm 12}{2}$$

$$\begin{cases} y = 30 \\ y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y = 30 \\ x = 18 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 18 \\ x = 30 \end{cases} \\ y > x \end{cases}$$

В-тогда $y = 30$ км/ч
 $x = 18$ км/ч

$$2 + \frac{S}{30} = \frac{S}{18}$$

$$2 = \frac{S}{18} - \frac{S}{30} = \frac{2S}{90}$$

$$2S = 180, \quad S = 90 \text{ км.}$$

Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

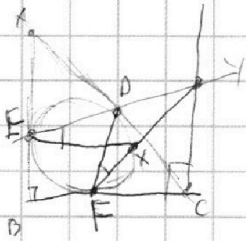
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Продлим DE и FX , $\angle DFX = \angle DEX$, м.к.
 для этих двух вписаны. и отщипываются
 на одну и ту же дугу

$\triangle YXE \sim \triangle YDE$ - по $\angle D$ 2 углам ($\angle DFX =$
 $= \angle DEX = \angle DEY$ - из вышесказан., $\angle EYX$ - общий)

$$\text{Следовательно } \frac{EX}{XY} = \frac{DE}{DY} = 2\sqrt{2}$$

$DC = FC$ - отрезки касательных $AB \parallel CY$, м.к.

$AB \perp BC$, $CY \perp BC$, следовательно $\angle AED = \angle YC$ - по
 со-вм. внутр. накрест. ветв. $\angle ADE = \angle YDC$ - по со-вм. верш.
 углов. $AE = AD$ - по со-вм. отрезк. касательных, м.к.

$\triangle AED$ - равностор. ($AE = AD$), следовательно $\angle AED = \angle ADE$, следовательно

$\angle DYC = \angle AED = \angle ADE = \angle YDC$, следовательно по признаку
 равно-сег. мн-ка $DF = DC = YC$, следовательно $YC = DC = FC$.

Пусть $\angle DCF = \alpha$, тогда $\angle DCY = 90^\circ - \alpha$, $\angle FDC = \angle DFC$

(м.к. $\triangle FDC$ - рав.-сег.), $\angle FDC = 90^\circ - 0,5\alpha$, $\angle YDC = \angle DYC$

$= 45^\circ + 0,5\alpha$ (при этом мы использовали то, что сумма
 углов мн-ка равна 180°). Обозначим углы для

$$\triangle DFC \text{ и } \triangle DYC: \textcircled{1} \frac{DF}{\sin(90^\circ - 0,5\alpha)} = \frac{DC}{\cos 0,5\alpha} = \frac{DE}{2 \cos 0,5\alpha \cdot \sin 45^\circ}$$

$$\textcircled{2} \frac{DY}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{DC}{\sin(45^\circ + 0,5\alpha)} = \frac{DC}{\cos(45^\circ - 0,5\alpha)}$$

$$2 \cdot DC = \frac{DF}{\sin(45^\circ - 0,5\alpha)} = \frac{DY}{\sin(45^\circ - 0,5\alpha)}$$

$$2 \cdot DC = \sin(45^\circ - 0,5\alpha) = DY$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin(45^\circ - 0,5\alpha) = \sin 45^\circ \cdot \cos 0,5\alpha - \cos 45^\circ \cdot \sin 0,5\alpha =$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha)$$

$$DY = 2DC \cdot \sin(45^\circ - 0,5\alpha) = DC \cdot \sqrt{2} (\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha)$$

$$DF = 2DC \cdot \sin 0,5\alpha$$

$$\frac{DF}{DY} = 2\sqrt{2} = \frac{2 \sin 0,5\alpha}{\sqrt{2} (\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha)} = \frac{\sin 0,5\alpha \cdot \sqrt{2}}{\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha}$$

$$2 = \frac{\sin 0,5\alpha}{\cos 0,5\alpha - \sin 0,5\alpha}, \quad 2 \cos 0,5\alpha = 3 \sin 0,5\alpha$$
$$\cos 0,5\alpha = \frac{3}{2} \sin 0,5\alpha$$

$$\cos^2 0,5\alpha + \sin^2 0,5\alpha = 1,$$

$$\frac{9}{4} \sin^2 0,5\alpha + \sin^2 0,5\alpha = 1, \quad \frac{13}{4} \sin^2 0,5\alpha = 1,$$

$$\sin 0,5\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}, \quad \cos 0,5\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} \quad \sin \alpha = 2 \cos 0,5\alpha \cdot \sin 0,5\alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{12}{13}, \quad \cos \alpha = 2 \cos^2 0,5\alpha - 1 = \frac{5}{13}$$

III. ΔABC - прямоугольный ($\angle ABC = 90^\circ$), тогда $\sin \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$,

$$\cos \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}, \quad AB = \frac{12}{13} \cdot AC, \quad BC = \frac{5}{13} \cdot AC$$

$$AD = \frac{AB + AC - BC}{2}, \quad DC = \frac{AB - BC - AC}{2} \quad \text{— по свойству}$$

треугольников касательных, образованных вписанной окружностью со сторонами.

$$AD = \frac{\frac{12}{13} AC + AC - \frac{5}{13} AC}{2} = \frac{\frac{20}{13} AC}{2} = \frac{10}{13} AC$$

$$DC = \frac{\frac{5}{13} AC + AC - \frac{12}{13} AC}{2} = \frac{3}{13} AC$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Ответ: $3\frac{1}{3}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4)} = 4x^2 - 8x + 7$$

$$-12x^2 + 6x + 6 = 2\sqrt{(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4)}$$

32-6,668
с, 128

$$(-6x^2 + 3x + 3)^2 = 36x^4 + 9x^2 + 9 - 36x^2 - 18x^3 + 18x$$

0,4

-8+3

$$(2x^2 + x + 3)(2x^2 - 3x + 4) = 4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 2x^3 - 3x^2$$

$$+ 6x - 6x^2 - 9x + 12 = 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12$$

11

11

3 > 20x

$$36x^4 - 48x^3 - 27x^2 + 18x + 9$$

x < 3/20

$$32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ - 23 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 7x \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32x^4 - 14x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \\ - 32x^4 - 32x^3 \\ \hline 18x^3 - 38x^2 \\ - 18x^3 - 18x^2 \\ \hline -20x^2 + 23x \\ - 20x^2 - 20x \\ \hline 3x - 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} x-1 \\ \hline 32x^3 + 8x^2 - 20x + 3 \end{array}$$

-3

$$50x^3 > 20x$$

$$5x^2 > 2 \Rightarrow x > \sqrt{0.4} \Rightarrow x > 0.5$$

3

$$32x^3 + 18x^2 - 20x + 3 = 0$$

$$-4 + 4.5 + 3 = 40$$

$$-4 + 4.5 + 10 + 3 > 0$$

$$18x^2 > 32x^3$$

$$18 > -32x$$

$$\frac{3}{16} > x$$

$$-\frac{3}{16} < x$$

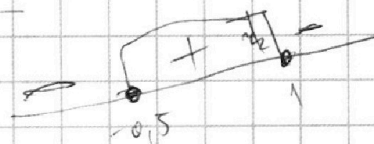
$$18x^2 - 20x + 3$$

$$-18x^2 - 20x > 0$$

$$18x > 20$$

$$x >$$

$$\begin{array}{l} 2x^2 - x + 1 \\ p = 1 + 8 \\ 1 \leq 9 \\ x = \frac{1}{4} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r}
 32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 \quad | \quad x+1 \\
 \underline{32x^4 + 32x^3} \\
 -64x^3 - 38x^2 \\
 \underline{-64x^3 - 64x^2} \\
 26x^2 + 23x - 3
 \end{array}$$

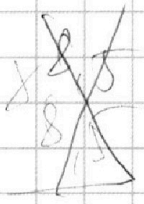
$\frac{64}{26}$

$$\begin{array}{r}
 32x^3 - 64x^2 + 26x - 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 26x^2 + 23x \\
 \underline{-26x^2 + 26x} \\
 -3x - 3
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 32x &\stackrel{?}{=} 64x + 26 = 0 \\
 \omega &= 64^2 = 64 \cdot 26
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 64 - 12 \\
 &= 8 \\
 x &= \frac{64 + 16 \cdot 13}{64}
 \end{aligned}$$



$$\begin{array}{r}
 \times 27 \\
 \times 32 \\
 \hline
 81 \\
 864
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 64 \\
 \hline
 576
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + 26 \\
 \hline
 3
 \end{array}$$

$$\frac{5^{13}}{24} = \frac{5^{12}}{36} \cdot \frac{5}{4} = \frac{264}{576}$$

$x > 0$

$$S\left(\frac{42}{72}\right) = \frac{5}{4} \cdot 288$$

$$S\left(\frac{1}{18}\right) = \frac{5}{4} \cdot 18 = 22.5$$

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{5} = \frac{16}{15} \cdot 90 = 96$$



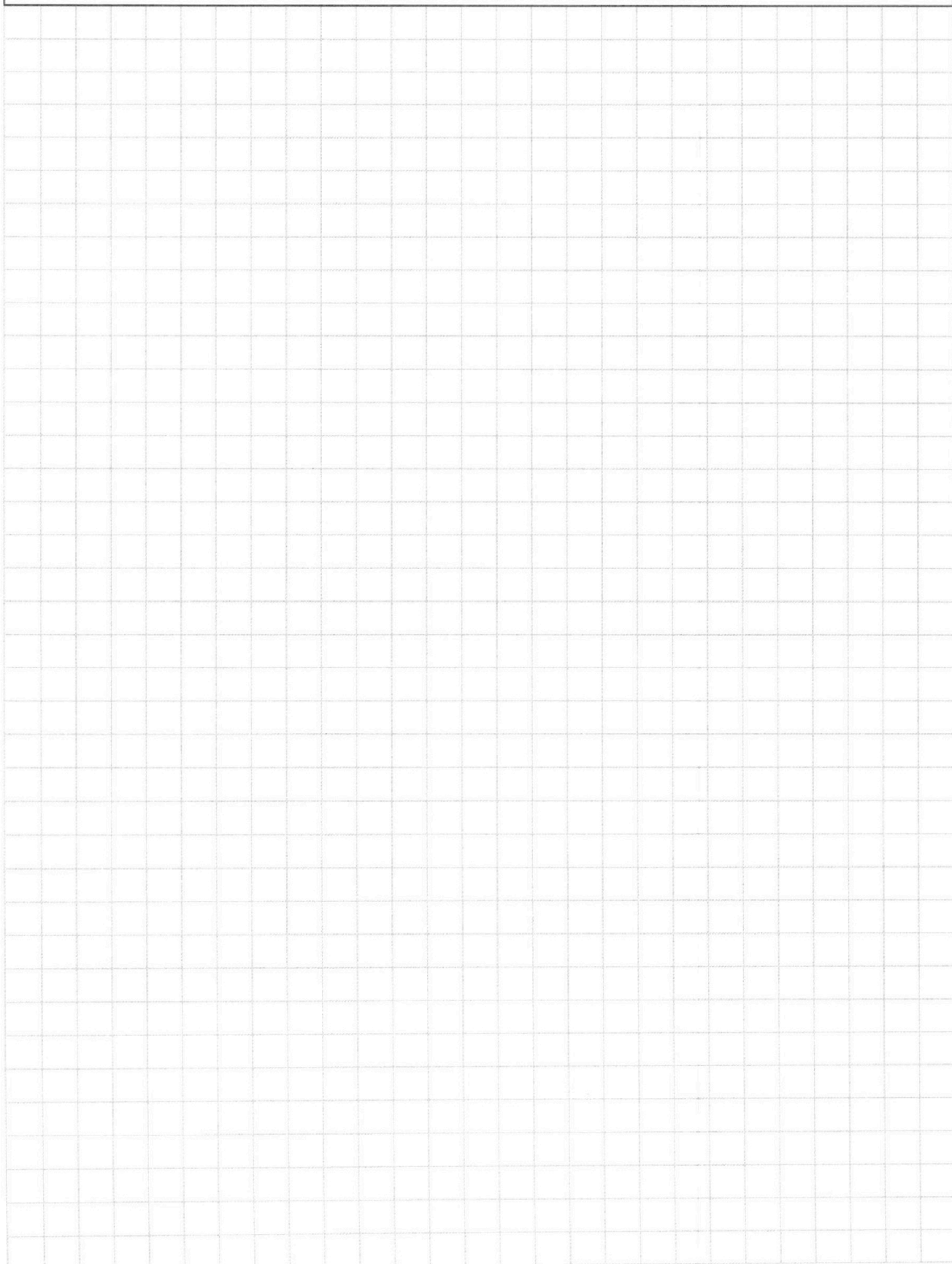
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



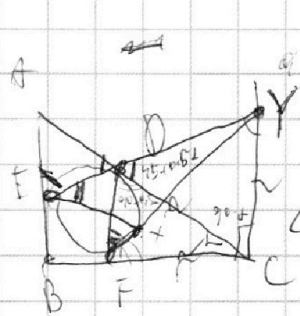
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

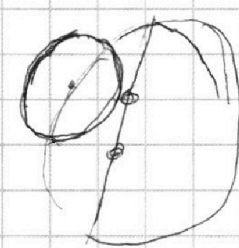
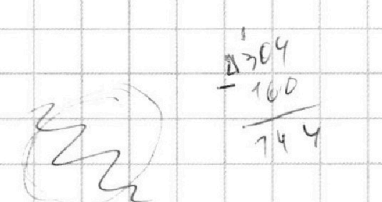
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a_1 = 3, a_2 = 7, a_3 = 3, a_4 = 7, a_5 = 14, a_6 = 16$$

$$a_1 + a_3 = 11, a_2 + a_4 = 14, a_3 + a_5 = 18, a_1 + a_5 = 21, a_2 + a_6 = 23, a_4 + a_6 = 32$$



$$\begin{array}{r} 25 \\ - 21 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 154 \\ - 216 \\ \hline -62 \end{array}$$

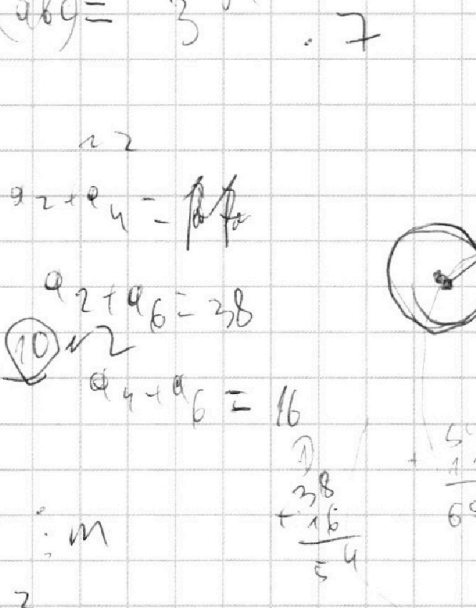
$$8 - 3 \cdot 6 = 11$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 48 \\ \hline 96 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$(abc)^2 = 3^{50} \cdot 7$$

$$FC = (a+b) : m$$

$$SPAK = (a+b)^2$$



$$DY = \sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$YC = \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$12 - 5 = x + 73$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 - x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 46x^2 - 8x + 1$$

