МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 12

1. [4 балла] Решите неравенство

$$\left|x^3-9\right|+\left|x^2-1\right| \leqslant \left|x^3-x^2-8\right|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел $(a;b;c)$ таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение abc равно $5^{360}\cdot 7^{90}$?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x;y)$, удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y-3)-x(11y-34)+32y-101=0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника ABC описана окружность Ω. Точки D и E – середины сторон AB и AC соответственно, CF – биссектриса угла C треугольника ABC. Прямые ED и CF пересекаются в точке G, принадлежащей Ω. Найдите углы треугольника ABC, если известно, что площадь треугольника BCF в 25 раз больше площади треугольника DGF.

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции $y=-x^5+ax$. Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой $y=2x$, а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра a и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа a, b и c не все равны между собой, и при этом

$$a+\frac{7}{b}=b+\frac{7}{c}=c+\frac{7}{a}.$$

Найдите максимально возможное значение произведения abc.

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник ABC $(AB=BC)$ вписан в окружность ω, а на дуге AC, не содержащей точку B, взяты точки E и D так, что отрезки AD и CE пересекаются в точке F. На лучах EA и DC отметили точки X и Y соответственно таким образом, что $AX=CF$ и $CY=AF$. Найдите площадь четырёхугольника $BXFY$, если $BF=19$, $XY=36$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

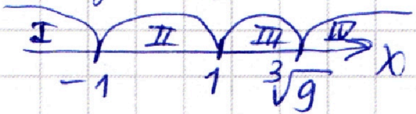
№1.

$$|x^3-9| + |x^2-1| \le |x^3-x^2-8|$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}|x^3-9|+|x^2-1| \le x^3-x^2-8 \\ x^3-x^2-8 \geq 0\end{cases} \quad \textcircled{1} \\ \begin{cases}|x^3-9|+|x^2-1| \le -(x^3-x^2-8) \\ x^3-x^2-8<0\end{cases} \quad \textcircled{2}\end{array}\right.$$

$\textcircled{1}$ $\begin{cases}|x^3-9|+|x^2-1| \le x^3-x^2-8 \\ x^3-x^2-8 \geq 0 \text{ ОДЗ} \Rightarrow\end{cases}$

Найдем нули $x^3=9 \Rightarrow x=\sqrt[3]{9}$ $x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$



I обл-ть $x \in (-\infty; -1]$

$-x^3+9+x^2-1 \le x^3-x^2-8$

$2x^3-2x^2-16 \geq 0$

$x^3-x^2-8 \geq 0$

ОДЗ уд. $\Rightarrow$ решением явл. вся область $x \in (-\infty; -1]$

II обл-ть $x \in (-1; 1)$

$-x^3+9-\cancel{x^2}+1 \le x^3-\cancel{x^2}-8$

$2x^3-18 \geq 0$

$x^3 \geq 9 \Rightarrow x \geq \sqrt[3]{9}$

– не удовл. промежутку $\Rightarrow \varnothing$

III обл-ть; $x \in [1; \sqrt[3]{9}]$

$-x^3+9+x^2-1 \le x^3-x^2-8$

$2x^3-2x^2-16 \geq 0$

$x^3-x^2-8 \geq 0$

удовл. ОДЗ $\Rightarrow$ решением явл. вся область $x \in [1; \sqrt[3]{9}]$

IV обл-ть; $x \in (\sqrt[3]{9}; +\infty)$

$\cancel{x^3}-9+x^2-1 \le \cancel{x^3}-x^2-8$

$2x^2-2 \le 0$

$x^2-1 \le 0$

$x^2 \le 1 \Rightarrow x \in [-1; 1]$, что не уд. промежутку $\Rightarrow \varnothing$

Т.е. в $\textcircled{1}$ случае $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \sqrt[3]{9}]$

продолжение задачи на след. странице

→

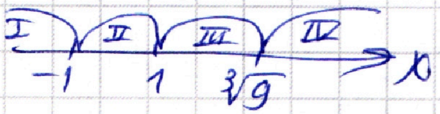
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

② $\begin{cases} |x^3-9|+|x^2-1| \leq -(x^3-x^2-8) \\ x^3-x^2-8<0 \leftarrow \text{ОДЗ} \end{cases}$

Найдём нули: $x^3=9 \Rightarrow x=\sqrt[3]{9}$, $x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$



I обл-ть: $x\in(-\infty;-1]$:

$\cancel{-x^3}+9+\cancel{x^2}-1 \leq \cancel{-x^3}+\cancel{x^2}+8$

$8 \leq 8$

x - любое ОДЗ уд.

$\Rightarrow x\in(-\infty;-1]$

II обл-ть; $x\in(-1;1)$

$\cancel{-x^3}+9-x^2+1 \leq \cancel{-x^3}+x^2+8$

$2x^2-2 \geq 0$

$x^2 \geq 1$

$\Rightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

не удовл. рассматриваемому промежутку $\Rightarrow \varnothing$

III обл-ть: $x\in[1;\sqrt[3]{9}]$

$\cancel{-x^3}+9+\cancel{x^2}-1 \leq \cancel{-x^3}+\cancel{x^2}+8$

$8 \leq 8$

x - любое ОДЗ уд-ет $\Rightarrow$

$x\in[1;\sqrt[3]{9}]$

IV обл-ть: $x\in(\sqrt[3]{9};+\infty)$

$x^3-9+\cancel{x^2}-1 \leq -x^3+\cancel{x^2}+8$

$2x^3-18 \leq 0$

$x^3 \leq 9 \quad x \leq \sqrt[3]{9}$

- не уд. промежутку

$\Rightarrow \varnothing$

Т.е в ② случае $x\in(-\infty;-1]\cup[1;\sqrt[3]{9}]$

Тогда решением [illegible] нер-ва:

$|x^3-9|+|x^2-1| \leq |x^3-x^2-8|$

$x\in(-\infty;-1]\cup[1;\sqrt[3]{9}]$

Ответ: $x\in(-\infty;-1]\cup[1;\sqrt[3]{9}]$

№2

$a, b, c \in N$ т.к. a, b, c обр. геом последовательность, то

$a, \ b = a\cdot q, \ c = a\cdot q^2 \Rightarrow a\cdot b\cdot c = a^3\cdot q^3 = 5^{360}\cdot 7^{90}$

$(a\cdot q)^3 = (5^{120}\cdot 7^{30})^3 \rightarrow a\cdot q = 5^{120}\cdot 7^{30}$

Если „a" состоит только из „5", то „a" может быть равно:

$5\cdot 1, \ 5\cdot 2, \ 5\cdot 3, \ \dots, \ 5\cdot 120 \rightarrow \boxed{120}$ вариантов

только из „7":

$7\cdot 1, \ 7\cdot 2, \ \dots, \ 7\cdot 30 \rightarrow \boxed{30}$ вариантов

Из 7 и 5: это варианты выбрать один из 120 вар-ов и из 30 в-ов, т.е. $\boxed{120\cdot 30}$ вар-ов

И еще остался случай, когда $a = \boxed{1}$

$\Rightarrow$ всего вар-ов: $120+30+120\cdot 30+1 = 3751$

Ответ: $\boxed{3751}$

№3.

$(x;y) \in \mathbb{Z}$

$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$

$D = (11y-34)^2 - 4(y-3)(32y-101) = 121y^2 - 22\cdot 34y + 34^2 -$
$-(4y-12)(32y-101) = 121y^2 - 748y + 1156 - (128y^2 - 404y - 384y +$
$+1212) = -7y^2 - 748y + 788y + 1156 - 1212 =$
$= -7y^2 + 40y - 56$

$$x_1 = \frac{11y-34+\sqrt{-7y^2+40y-56}}{2(y-3)}$$

$$x_2 = \frac{11y-34-\sqrt{-7y^2+40y-56}}{2(y-3)}$$

$x^2y - 3x^2 - 11xy + 34x + 32y - 101 = 0$

$x^2(y-3) - x(13y-39) + 32y - 101 + xy - 2x = 0$

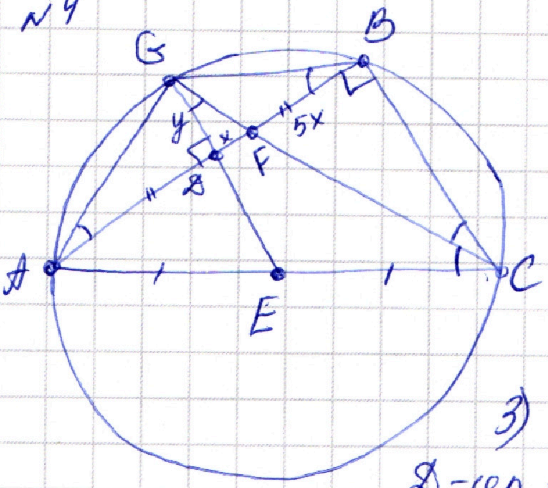
$x^2(y-3) - 12x(y-3) + 32y - 3x + xy - 101 = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4



1) Соединим AG - отрезок и GB

2) Заметим, что $\angle GBA = \angle GCA$, т.к опир. на одн. дугу $\breve{AG}$, аналогично $\angle GAB = \angle GCB$ - опир на $\breve{BG}$

т.к GF бис $\Rightarrow \angle GCB = \angle GCA \Rightarrow \angle GAB = \angle GBA$

3) $\triangle AGB$ - р/б, т.к $\angle GAB = \angle GBA$

D - сер AB $\Rightarrow$ GD - мед и высота (по св-ву р/б треуг.)

4) $DE \parallel BC$, т.к. D - сер AB и E - сер AC DE - ср. лин

$\Rightarrow \angle ABC = 90°$, т.к. $\angle ADG = \angle ABC$, как НЛУ

т.е. $\triangle ABC$ - прямоуг.

5) Рас-м $\triangle GFD$ и $\triangle CFB$; $\angle GFD = \angle CFB$ - вертик.

$\angle GDF = \angle CBF = 90°$ (док-но ранее) $\Rightarrow \triangle GFD \sim \triangle CFB$ по двум соотв. равным углам

$\Rightarrow$ верно $\frac{BF}{DF} = k$, где $k = \sqrt{25}$, т.к $\frac{S_{BCF}}{S_{DGF}} = 25 = k^2$

$\Rightarrow BF = 5DF$, пусть $DF = x$, тогда $BF = 5x$

$\Rightarrow \underline{DB = AD = x + 5x = 6x}$

6) $ED \parallel BC \Rightarrow$ при секущей GC $\angle EGC = \angle GCB$, как НЛУ

7) Рас-м $\triangle AGF$: $\angle GFA = 90 - \angle DGF$ (в $\triangle GDF$), а $\angle GAF + \angle GFA = 90°$, т.к $\angle GAF = \angle DGF$

$\Rightarrow \angle AGF = 90°$ - прямоуг. $\triangle AGF$

Тогда по св-ву высоты в пр. треуг. $GD^2 = AD \cdot DF$

$GD^2 = x \cdot 6x = 6x^2$, пусть $GD = y \Rightarrow y = \sqrt{6}\,x$

8) $\frac{DG}{BC} = \frac{1}{5}$ (из подобия) $\Rightarrow BC = 5y$

9) Рас-м $\triangle ABC$:

$tg\angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{5y}{12x} = \frac{5 \cdot \sqrt{6}\,x}{12x} = \boxed{\frac{5\sqrt{6}}{12}} \Rightarrow A = arctg\frac{5\sqrt{6}}{12}$

$tg C = \frac{AB}{BC} = \boxed{\frac{12}{5\sqrt{6}}} \Rightarrow C = arctg\frac{12}{5\sqrt{6}}$

Ответ: $\angle B = 90°$
$A = arctg\frac{5\sqrt{6}}{12}$, $C = arctg\frac{12}{5\sqrt{6}}$

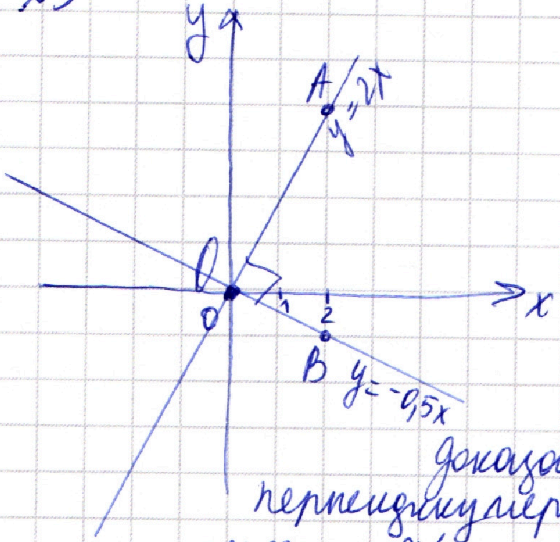
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5



Одна из диаг. квадрата по условию лежит на прямой $y=2x$, причем центр в нач. координат

Тогда по св-ву квадрата вторая диаг. перпендикулярна первой и лежит на прямой $y=-0,5x$, нетрудно доказать, что прямые $y=2x$ и $y=-0,5x$ перпендикулярны.

$y=2x$ проходит. ч/з точки $O(0;0)$ и $A(2;4)$

$OA = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$y=-0,5x$ проходит ч/з $O(0;0)$ и $B(2;-1)$

$OB = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$ AB [illegible] $= 5$

$OA^2+OB^2 = 4\cdot5+5 = 25$, $AB^2=25$ ⇒ по обр. т. Пиф.

$OA \perp OB$ ⇒ $y=-0,5x \perp y=2x$, т.е вторая диаг. лежит на прямой $y=-0,5x$

1) Рас-м точки пер-ия с $y=-x^5+ax$ $y=2x$

$2x=-x^5+ax$ $x^5+(2-a)x=0$ $x(x^4+(2-a))=0$

$x=0$ и $x=\pm\sqrt[4]{-(2-a)} = \pm\sqrt[4]{(a-2)}$, где коорд. двух противоположных вершин $\boxed{x_1=\sqrt[4]{a-2}}$ $\boxed{x_2=-\sqrt[4]{a-2}}$

$x=0$ – коорд. центра.

$y=-x^5+ax$ имеет вид неч. функции, т.к $f(-x)=-f(x)$

$f(-x)=x^5-ax$, $-f(x)=x^5-ax$

2) аналогично проделаем для $y=-x^5+ax$ и $y=-0,5x$

$-x^5+ax=-0,5x$

$x^5-(a+0,5)x=0$ ⇒ $x=0$

$x(x^4-(a+0,5))=0$ $x=\pm\sqrt[4]{a+0,5}$, где $x=0$ коорд. центра

⇒ $x_3=\sqrt[4]{a+0,5}$, $x_4=-\sqrt[4]{a+0,5}$

3) Диагонали квадрата точкой пересечения делятся

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пополам => нужно доказать, что отрезки диаг. равны (мт. на разных прямых)

$x_1 = \sqrt[4]{a-2}$ $\quad x_2 = -\sqrt[4]{a-2}$

$x_3 = \sqrt[4]{a+0,5}$ $\quad x_4 = -\sqrt[4]{a+0,5}$

$y_1 = 2\cdot\sqrt[4]{a-2}$ (принадл. $y=2x$) $\quad y_3 = -0,5\sqrt[4]{a+0,5}$ (принадл. $y=-0,5x$)

$y_2 = -2\sqrt[4]{a-2}$ $\quad y_4 = 0,5\sqrt[4]{a+0,5}$

$(x_0;y_0) = (0;0)$

Найдем длины отрезков: $O(x_0;y_0)$ и $T_1(x_1;y_1)$, где T_1 – точка $(x_1;y_1)$

① $\sqrt{(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2} = \sqrt{\sqrt{a-2}+4\sqrt{a-2}} = \sqrt{5}\cdot\sqrt[4]{a-2}$

③ $\sqrt{0,25\cdot\sqrt{a+0,5}+\sqrt{a+0,5}} = \sqrt{1,25}\cdot\sqrt[4]{a+0,5}$

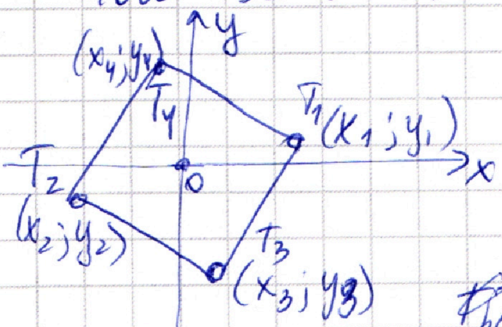
$\sqrt{5}\cdot\sqrt[4]{a-2} = \sqrt{1,25}\cdot\sqrt[4]{a+0,5}$ возведем обе части в квадрат

$4\cancel{5}\cdot\sqrt{a-2} = \cancel{1,25}\cdot\sqrt{a+0,5}$ возв. обе части в квадрат:

$16(a-2) = (a+0,5)$ $\quad => 15a = 32,5$

$16a - 32 = a + 0,5$ $\quad a = \frac{32,5}{15} = \frac{65}{30} = \boxed{\frac{13}{6}}$

ОДЗ: $a \geq 2$



~~Найдем длину стороны: это длина отрезка например T_1T_3 (т.к это соседние верш.)~~

~~$T_1T_3 = \sqrt{(x_3-x_1)^2+(y_3-y_1)^2} =$~~

~~$= \sqrt{\sqrt[4]{\frac{16}{6}}+\frac{1}{2}} -$~~ Найдем длину стороны по т. Пифагора это сумма квадратов половин диаг. и взять из этой суммы корень => длина стороны: $\sqrt{2(\sqrt[4]{a-2}\cdot\sqrt{5})^2} =$

$= \sqrt{2\cdot\sqrt{a-2}\cdot 5} = \sqrt{10\cdot\sqrt{2\frac{1}{6}-2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt[4]{6}}$

Ответ: $a = \frac{13}{6}$
сторона $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt[4]{6}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№6. a, b, c

$$a+\frac{7}{b}=b+\frac{7}{c}=c+\frac{7}{a}$$

$$a+\frac{7}{b}=b+\frac{7}{c}\ \Big|\cdot bc \Rightarrow abc+7c=b^2c+7b\ (1)$$

$$a+\frac{7}{b}=c+\frac{7}{a}\ \Big|\cdot ab \Rightarrow a^2b+7a=abc+7b\ (2)$$

$$b+\frac{7}{c}=c+\frac{7}{a}\ \Big|\cdot ac \Rightarrow abc+7a=ac^2+7c\ (3)$$

$$+\begin{cases} abc=b^2c+7b-7c \\ abc=a^2b+7a-7b \\ abc=ac^2+7c-7a \end{cases} \quad 3abc=b^2c+a^2b+ac^2$$

$$abc=\frac{b^2c+a^2b+ac^2}{3} \Rightarrow max(abc)=max\left(\frac{b^2c+a^2b+ac^2}{3}\right)$$

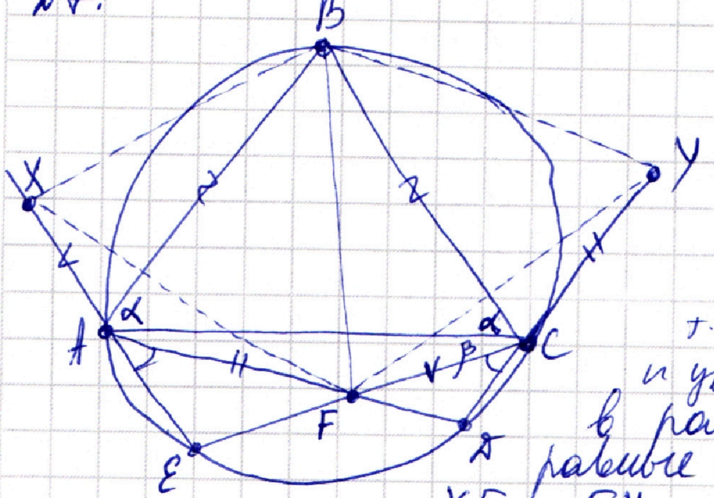
~~Докажем, что (a, b, c) либо все положительные, либо все отриц. Предп. противное~~
~~БОО пусть $a<0$, $b<0$, $c>0$, тогда $a+\frac{7}{b}<0$~~
~~$b+\frac{7}{c}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7.



1) Рас-м △AXF и △CYF:
AX = CY ← по усл. ⇒ AF = CY,
∠EAD = ∠ECD, т.к опир.
на общ дугу $\overset{\smile}{ED}$
⇒ смежные с ними равны,
т.е ∠XAF = ∠YCF
т.е. △AXF = △CYF по двум стор.
и углу между ними.
в равных треугольниках
равные элементы равны ⇒
XF = FY

2) Пусть ∠BAC = ∠BCA = α, ∠ACE = β
Тогда соотв. дуги: $\overset{\smile}{AB} = 2\alpha$, $\overset{\smile}{BC} = 2\alpha$, $\overset{\smile}{AE} = 2\beta$
⇒ $\overset{\smile}{EC} = 360° - \overset{\smile}{AB} - \overset{\smile}{BC} - \overset{\smile}{AE} = 360° - 4\alpha - 2\beta$ ⇒
∠EAC = 180° − 2α − β т.к. впис. угол равен половине дуги, на кот. опирается.

Тогда ∠XAB = 180° − ∠BAC − ∠CAE = 180° − α − (180 − 2α − β) =
= ~~180~~ − α − ~~180~~ + 2α + β = α + β

3) Рас-м △XBA и △FBC: XA = FC по усл, AB = BC, т.к по усл. △ABC − р/б
∠XAB = α + β = ∠BCF (доказано ранее)
⇒ △XBA = △FBC по двум соотв равным сторонам и углу между ними. ⇒ XB = BF т.к в равн. треуг. соотв. равн. элем. равны.

4) аналогичными симметричными рассуждениями можно доказать, что △BAF = △BCY откуда следует, что BF = BY

Из (3) и (4) пунктов следует, что XB = BF = BY
XB = BY

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

5) $XB = BY$ и $XF = FY$ $\Rightarrow$ $BXFY$ – дельтоид
диаг. дельтоида перпендикулярны

6) $S_{BXFY} = \frac{BF \cdot XY \cdot \sin(\widehat{BF;XY})}{2}$, где $\sin(\widehat{BF;XY}) = 1$
т.к угол между диаг. 90°

$\Rightarrow S_{BXFY} = \frac{19 \cdot 36}{2} = 19 \cdot 18 = 342$

Ответ: $S_{BXFY} = 342$

$a < 0$, $b<0$, $c>0$

1212
1156
56

34
22
68
68
748

34
34
136
102
1156

32
4
128

32
12
64
32
384

101
12
202
101
1212

$x^2(y-3) \quad -x\cdot 11(y-3) \quad +x+32y-101$

$x^2(y-3)-11x(y-3)+x+32(y-3)-5=0$

$(y-3)(x^2-11x+32)+x-5=0$

$x^2y-3x^2-11xy+34x+32y-101=0$

$xy(x-11)-3x^2+34x$

~~$-2\cdot-(11-34)+32-101$~~

~~$-4-2(22-34)+32\cdot 2-101$~~

34
~~22~~
~~12~~

64
~~24~~
88

$x^2y-3x^2-11xy+34x+32y-101=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$

$x^2y - 3x^2 - 11xy + 34x + 32y - 101 = 0$

$x^2y - 11xy + 32y - 3x^2 + 34x - 101 = 0$

~~$y\ x^2y - 12xy + 36y$~~ $+ xy - 4y - 3x^2 + 34x - 101 = 0$

~~$(x-6)^2 \cdot y$~~ $+ y(x-4)$

$1212 - 1156 = 56$

$34 \cdot 34 = 136 + 102\ \ 1156$

$34 \cdot 22 = 68 + 68\ \ \boxed{748}$

$56 \cdot 28 = 448 + 112\ \ 1568$

$404 - 384$

$32 \cdot 12 = 64 + 32\ \ 384$

$101 \cdot 12 = 202 + 101\ \ 1212$

$12 \cdot 101 = 12 + 12\ \ 1212$

$(11y-34)^2 - 4(y-3)(32y-101) = 121y^2 - 22 \cdot 34y + 34^2 -$

$-(4y-12)(32y-101) = 121y^2 - 748y + 34^2 + 788y -$

$-128y^2 + 12 \cdot 101 =$

$= -7y^2 + 40y + ~~1156 - 1212~~ - 56 = -7y^2 + 40y - 56 =$

$= -7y^2 + 5 \cdot 8y - 7 \cdot 8 =$

$7y^2 - 40y + 56 = 0 \quad D = 1600 - 28 \cdot 56 = 32$

$1600 - 1568 = 32$

$x^2y - 3x^2 - 11xy + 34x + 32y - 101 = 0$

$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a}$

$a + \frac{7}{b} = c + \frac{7}{a} \ \Big|\cdot ab$

$a^2b + 7a = abc + 7b$

$a + \frac{7}{b} = b + \frac{7}{c} \ \Big|\cdot bc$

$abc + 7c = b^2c + 7b$

$a = \frac{b^2c + 7b - 7c}{bc} = b + \frac{7}{c} - \frac{7}{b}$

$b + \frac{7}{c} = c + \frac{7}{a} \ \Big)\cdot ac$

$abc + 7a = ac^2 + 7c$

$$+\begin{cases} abc = a^2b + 7a - 7b \\ abc = b^2c + 7b - 7c \\ abc = ac^2 + 7c - 7a \end{cases}$$

$3abc = a^2b + b^2c + c^2a$

$3abc = \underline{a \cdot a \cdot b + b \cdot b \cdot c + c \cdot c \cdot a}$

$3abc = a^2 \cdot b + b^2 \cdot c + c^2 \cdot a$

$a > b > c \quad (a^2, b^2, c^2) \quad (a, b, c)$

$3abc = a^2b + b^2c + c^2a \le a^2 \cdot a + b^2 \cdot b + c^2 \cdot c$

$\left(\frac{a^2b + b^2c + c^2a}{3}\right)^2 \le a^4$ [illegible]

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$|x^3-9| + |x^2-1| \le |x^3-x^2-8|$$

① $\begin{cases} |x^3-9| + |x^2-1| \le x^3-x^2-8 \\ x^3-x^2-8 \ge 0 \end{cases}$

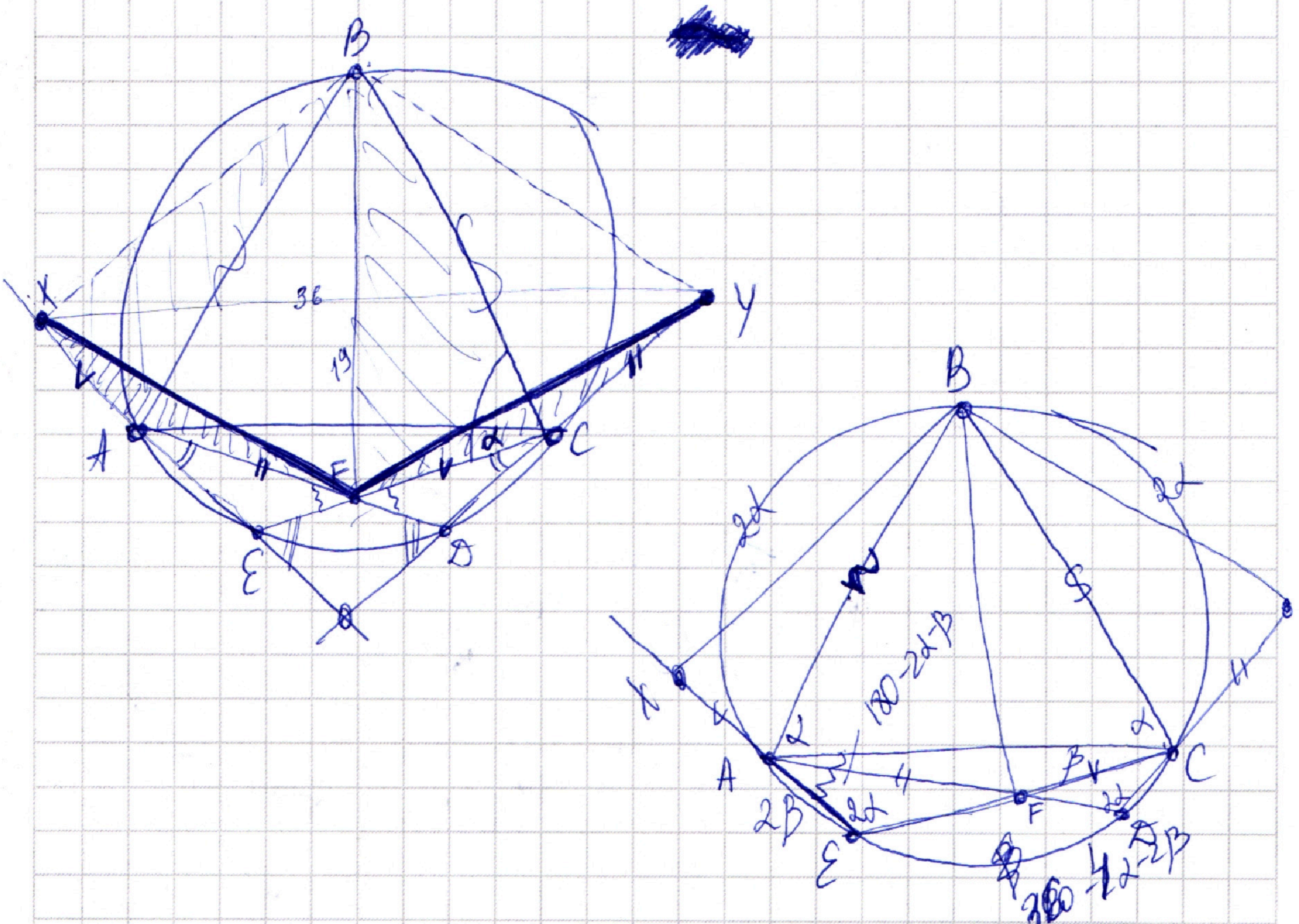
② $\begin{cases} |x^3-9| + |x^2-1| \le (x^3-x^2-8) \\ x^3-x^2-8 < 0 \end{cases}$

Рас-м ① случай:

$|x^3-9| + |x^2-1| \le x^3-x^2-8$ $\quad x^3-x^2-8 \ge 0$

Найдём нули: $x^2-1=0$ $\quad x=\pm 1$

$x^3-9=0$ $\quad x=\pm\sqrt[3]{9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$a+\frac{7}{b}=b+\frac{7}{c}=c+\frac{7}{a}=x$$

Пусть эти равные суммы равны некоторому x

$c+\frac{7}{a}=x \Rightarrow c=x-\frac{7}{a}$

$b+\frac{7}{c}=x \qquad b=x-\frac{7}{c}=x-\frac{7}{x-\frac{7}{a}}=x-\frac{7}{\frac{xa-7}{a}}=$

$=x-\frac{7a}{xa-7}$

$a+\frac{7}{b}=x \Rightarrow a=x-\frac{7}{b}=x-\frac{7}{x-\frac{7a}{xa-7}}=$

$=x-\frac{7}{\frac{x^2a-7x-7a}{xa-7}}=x-\frac{7xa-7\cdot7}{x^2a-7x-7a}$

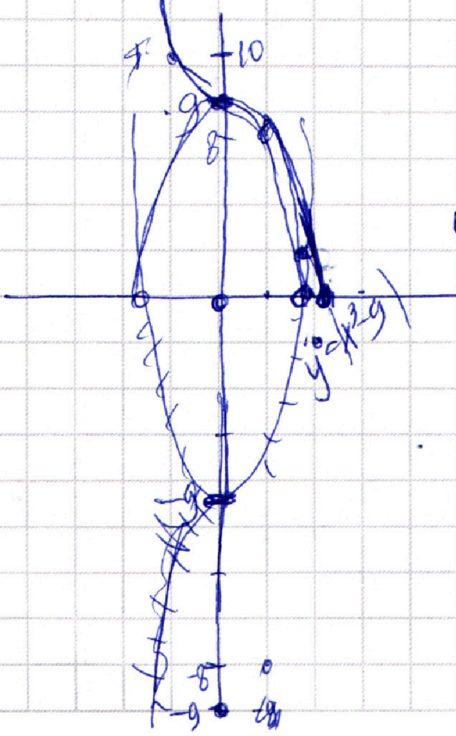
$a=\frac{x^3a-7x^2-7ax-7ax+7^2}{x^2a-7x-7a}$

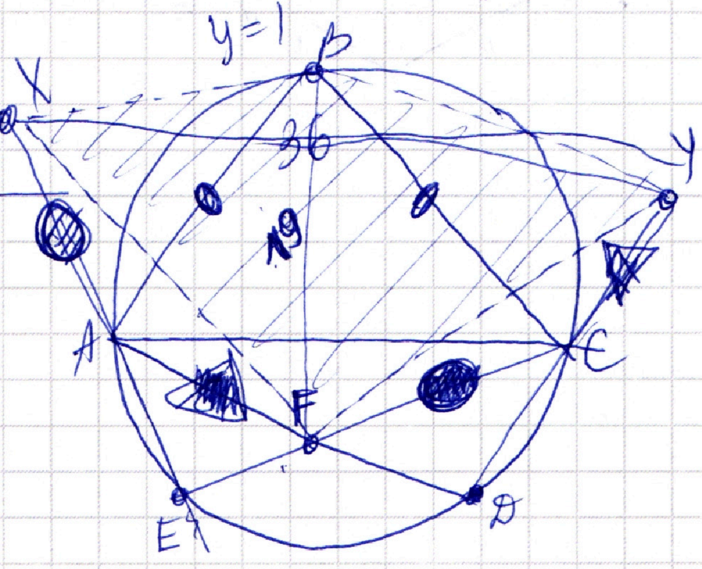
$x^2a^2-7ax-7a^2=x^3a-7x^2-14ax+49$

$x^2a^2-7a^2=x^3a-7x^2-7ax+49$

$y=(x^3-9)$

x	0	1	2
y	0	-8	-1



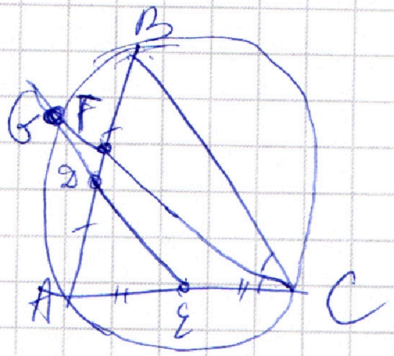


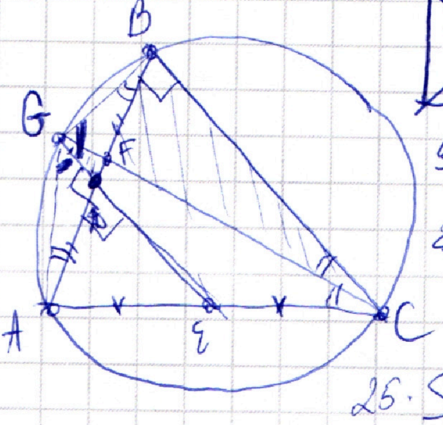
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

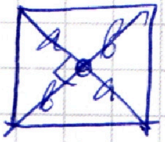
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$|x^3-9| + |x^2-1| \quad \le |x^3-x^2-8|$







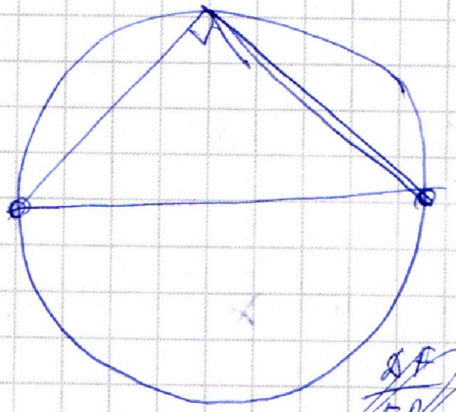
$\frac{a\cdot b}{2}\cdot 4 = 2ab$

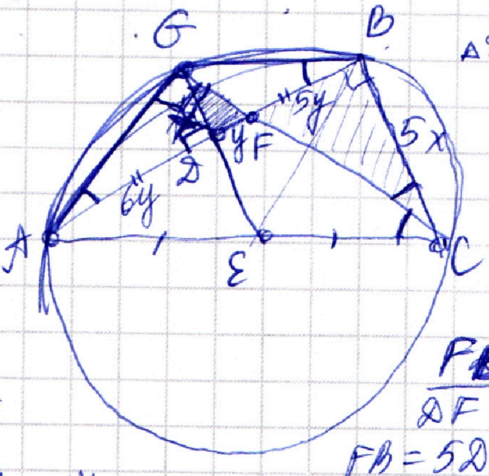
$\frac{2a\cdot 2b}{2} = \frac{4ab}{2}$

$S_{ƐGC} = \frac{1}{2} S_{AGC}$

$25\cdot S_{DGF} = S_{BCF}$

$\Delta DGF \sim \Delta BCF$





$\frac{FB}{DF} = 5$

$FB = 5DF$

$\Rightarrow DB = AD = FD + FB = 6DF$

~~$\frac{DF}{FB} = 3$~~

$\frac{y}{x} = \frac{x}{6y}$

$x^2 = 6y^2$

$x^2 = 6y^2$ $\quad \frac{5y}{5x} = tg\,\alpha = \frac{y}{x} = \quad x = \sqrt{6}\cdot y$

~~x=~~ $tg\,A = \frac{5x}{12y} = \frac{5\cdot\sqrt{6}\cdot y}{12y} =$

$5\cdot\sqrt{6}\,y \quad 12y$

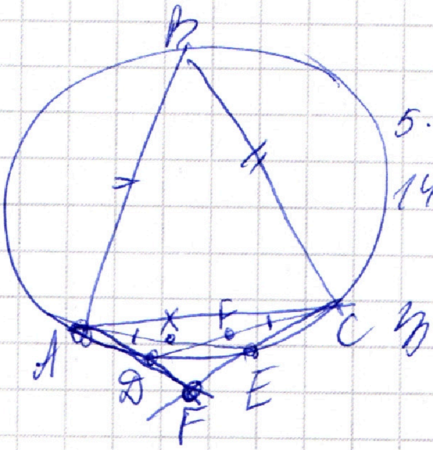
$144 + 25\cdot 6 = 294$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 6 \\ \hline 150 \\ +\ 144 \\ \hline 294 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 294 & 2 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$7\sqrt{6}$

$\sin\alpha = \frac{5\cdot\sqrt{6}\,y}{7\cdot\sqrt{6}\,y}$ $\quad \cos\alpha = \frac{12}{7\sqrt{6}}$



$\frac{\frac{\frac{v}{z}-x}{z}-x}{z}-x = v$ $\quad \frac{\frac{v}{z}-x}{z}-x = 9$

$\frac{v}{z}-x = ɔ \quad \frac{ɔ}{z}-x = 9 \quad \frac{9}{z}-x = v$ [illegible]

ɔ, 9, v $\quad x = \frac{v}{z}+ɔ = \frac{ɔ}{z}+9 = \frac{9}{z}+v$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

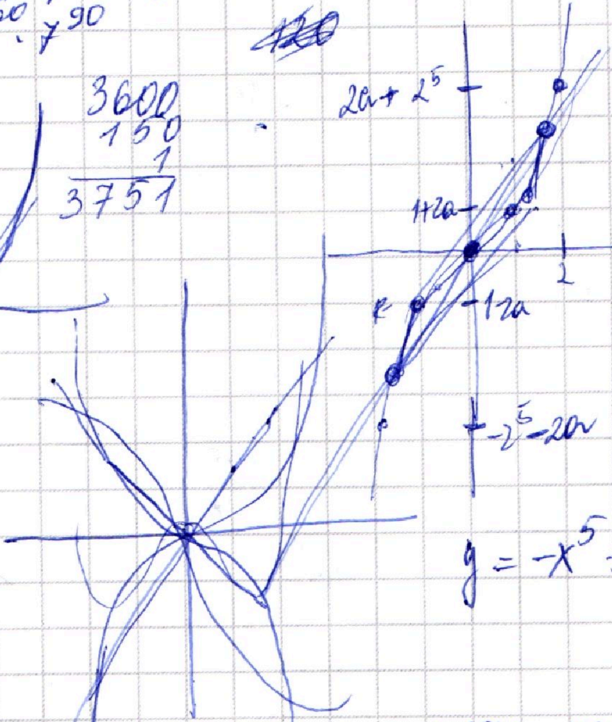
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

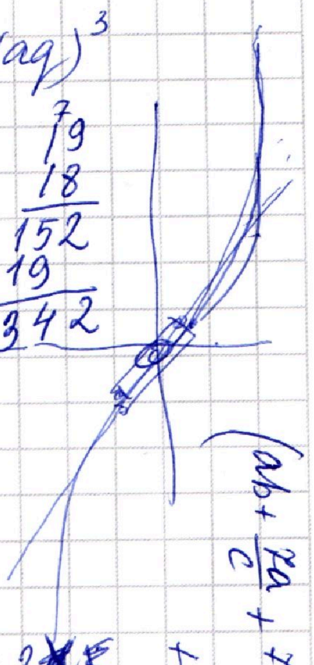
$a, b, c \quad a, a\cdot q, a\cdot q^2 \quad abc = a^3\cdot q^3 = (aq)^3$

$\Rightarrow (aq)^3 = 5^{360}\cdot 7^{90}$ ~~120~~

3600
150
1
3751

79
18
152
19
342

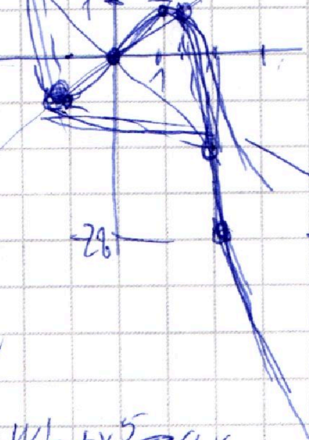




$y = -x^5 + 2\cancel{x}$

$(x^2-7)a^2 + \cancel{7x} + \ldots$

$(a+\frac{7}{b})(b+\frac{7}{c}) = 7 + \frac{49}{bc} + ab +$



$(ab + \frac{7a}{c} + 7 + \frac{49}{bc})(c + \frac{7}{a}) = abc + 7a + 7c + 7c + \frac{49}{b} + 7b + \frac{49}{c} + 7c + \frac{49}{b} +$

$abc + 7(a+b+c) + 49(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}) = x^3$

$abc = \cancel{x}^3$

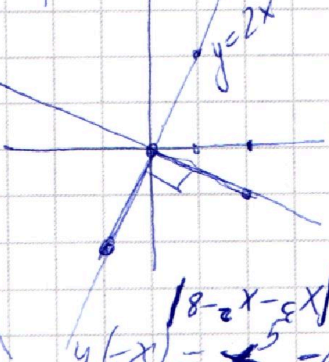
т.к. [illegible]

$y = kx + b$

~~$0 = 0 + b \quad b = 0$~~

$-1 = 2k \quad k = -$

$\Rightarrow y = -0{,}5x$



$-y(x) = +x^5 - ax$

$y(-x) = \cancel{x}^5 - ax$

$|x^3-9| + |x^2-1| \le |x^3-x^2-8|$

~~$(x\ldots)(y+xy) = 0$~~

~~$(\ldots)(y+xy-3x) = 0$~~

$D = (11y-34)^2 - 4(y-3)(32y-101)$

$121y^2 - 22\cdot34y + 34^2 - (4y-12)(32y-101)$

$\ldots 3 - 32\cdot4y^2$

$x^2(y-3) - x(11y-34) + 32y - 101 = 0$

$x^2(y-3) - x\cdot11y + x\cdot33 + x + 32y - 101 = 0$

$x^2y - 3x^2 + 11xy + 34x + 32y - 101 = 0$