



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



$$ab: 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (1)$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{10} \quad (1)$$

$$ac: 2^{23} \cdot 7^{39} \quad (3)$$

(найти $abc(mn)^2$)

перемножим все алгебра и габитре формулы:

$$(ab \cdot bc \cdot ac) : (2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2^{17} \cdot 7^{10} \cdot 2^{23} \cdot 7^{39})$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+10+39}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{55} \cdot 7^{60}$$

Квадрат abc , наименьшими звеньями $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$ делит на mn^2 , куда

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 2^{55} \cdot 7^{60}$$

но! $a, b, c \in \mathbb{N}$ (по умр. abc), abc - кратна mn^2

А $2^{55} = 2^{54} \cdot 2$ Если abc или mn кратны 2 , то получится:

$$7^{39} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2}$$

но $\sqrt{2}$ - не натур. abc , или mn должно делиться 2^{55} (умножить)

минимум mn кратна 2^{55} , тогда abc делит 2^{55} (умножить)

Поэтому, что mn должно делиться 2^{55} на 2 . Тогда:

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 2^{56} \cdot 7^{60} \quad (abc > 0)$$

$$abc = 2^{28} \cdot 7^{30}$$

Проверим не a или mn кратны? По условию, у нас числа кратные из $(1), (2), (3)$ abc , значит a, b, c имеют этого делителя, но кратко делит mn (напримр: $ab = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}$, где k - abc , $(\in \mathbb{N})$)

abc , mn кратны $2^{28} \cdot 7^{30}$, куда все k делит равно 1 .

(k_1, k_2, k_3)
 $(1, 1, 1)$

но mn кратны $2^{28} \cdot 7^{30}$ рассмотрим mn уже выше. Но $2^{28} \cdot 7^{30}$

это $2^{28} \cdot 7^{30}$ abc кратны $2^{28} \cdot 7^{30}$ или abc

А mn кратны $2^{28} \cdot 7^{30}$ и может быть mn из $k(k_1, k_2, k_3)$

различны mn , abc кратны $2^{28} \cdot 7^{30}$

$$\text{Ответ } abc = 2^{28} \cdot 7^{30}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

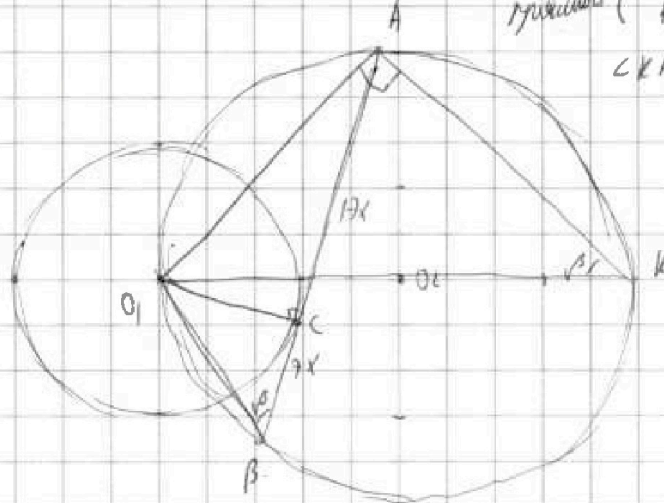
МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$O_1(w, R_1)$
 $O_2(a, R_2)$
 AB кас w/в.п.с
 $AC = 17$ ($AC = 17x$)
 $BC = 7$ ($BC = 7x$)
 $R_1 = 7$
 $R_2 = 13$
 AB - !

Искомое:
 $BC = 7x$



O_1, O_2, K - на одной прямой!
 (A, K - диаметр)
 $\angle KAO_1 = 90^\circ$

• пусть $\angle O_1BA = \beta$, $\cos \beta =$

$$\angle O_1BA = \angle O_1KA = \beta, \quad (90^\circ); (\beta)$$

• $\cos \beta = \frac{BO_1}{KO_1} \sim \frac{AO_1}{AK}$ (по л-у Пифагора)

$$\frac{BO_1}{KO_1} = \frac{AO_1}{AK} \quad \text{по л-у Пифагора}$$

$$KO_1 = 26, \quad (= 2R_2)$$

$$O_1C = 7 = R_1 \text{ (кас. AB)}$$

$$\frac{BO_1}{26} = \frac{7}{AO_1}$$

$$AO_1 \cdot BO_1 = 7 \cdot 26$$

$\cos \beta = \frac{BO_1}{26}$ кас и сн (где BO_1 и AO_1):

$$49x^2 = (BO_1 - 7) \cdot (BO_1 + 7)$$

$$289x^2 = (AO_1 - 7) \cdot (AO_1 + 7)$$

$$289x^2 = (AO_1 - 7) \cdot AO_1$$

$$(x^2 + 1)AO_1 = 26^2$$

$$x^2 = \frac{26^2}{AO_1} - 1$$

$$49x^2 = BO_1^2 - 49$$

$$289x^2 = AO_1^2 - 49$$

$$49x^2 = \frac{49 \cdot 26^2}{AO_1^2} - 49$$

$$289x^2 = AO_1 - 49$$

или

$$AO_1 = \frac{26^2}{x^2 + 1}$$

$$289x^2 = \frac{26^2}{x^2 + 1} - 49$$

$$289x^4 + 289x^2 = 26^2 - 49x^2 - 49$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$x = \frac{-169 \pm \sqrt{169^2 - 289 \cdot 627}}{289}$$

$$x_{1,2} = \frac{\sqrt{289 - 169}}{289}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 = \frac{207 - 169}{289}$$

$$207 = 169^2 + 289 \cdot 627$$

$$y = \frac{\sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169}{17}$$

$$AB = \frac{24}{17} \cdot \sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169$$

$$\text{Ответ: } \frac{24}{17} \cdot \sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169$$

$$\frac{24}{17} \sqrt{209707} - 169$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

ОДЗ: $\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 & \textcircled{1} \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 & \textcircled{2} \\ 3x^2 + 3x + 1 = 0 & \textcircled{3} \end{cases}$ $\textcircled{3}$ $\frac{3x^2 + 3x + 1}{2 \cdot 3 - 12}$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x + 1 = -9x + 1 \quad (1 - 9x) : \text{умнож}$$

пусть $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = t$ $t \geq 0, p \geq 0$ $\textcircled{3}$ $3x^2 - 6x + 2 \geq 0$

$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = p$

$$t - p = t^2 - p^2 \quad ; \quad t - p = (t - p)(t + p)$$

$$(t - p)(t + p - 1) = 0$$

$\textcircled{1} \quad t - p = 0$
 $t = p$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

возводим в квадраты ($6x \geq 0$)

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$1 = 9x$$

$$x = \frac{1}{9}$$

(проверим ОДЗ)

$\textcircled{2} \quad t + p = 1$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

возведем в квадраты (левая часть ≥ 0)

$$3x^2 - 6x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0$$

$$2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -6x^2 + 3x - 2$$

умнож: $6x^2 - 3x + 2 \leq 0$ ($-6x^2 + 3x - 2 \geq 0$)
 $6x^2 - 3x + 2 < 0$)

но: $6x^2 - 3x + 2 > 0$

$D = 9 - 12 \cdot 4 < 0$, умнож

$6x^2 - 3x + 2 > 0$ (всегда)

умнож: $\textcircled{2} \quad \emptyset$ (корней нет)

Ответ: $\frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O(0,0)$, $P(-13,26)$, $Q(3,26)$, $R(16,0)$

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$\tau A, B \in \text{паралл}$

$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$, *состав*
 $2(x_2 - x_1) = 14$, *состав*

увели коэффициентов.

1) ищем, что еще

$x_2 - x_1 = 7$, *состав*

$y_2 - y_1 = 14$, *состав*

$x_2 = 7$, $y_2 = -14$, *состав*

состав $x_1 = x_2 = 0$, *состав*

$x_1 = x_2 = 0$, *состав*

$y_2 - y_1 = 14$, *состав*

мин $y_1 = 0$, *состав*

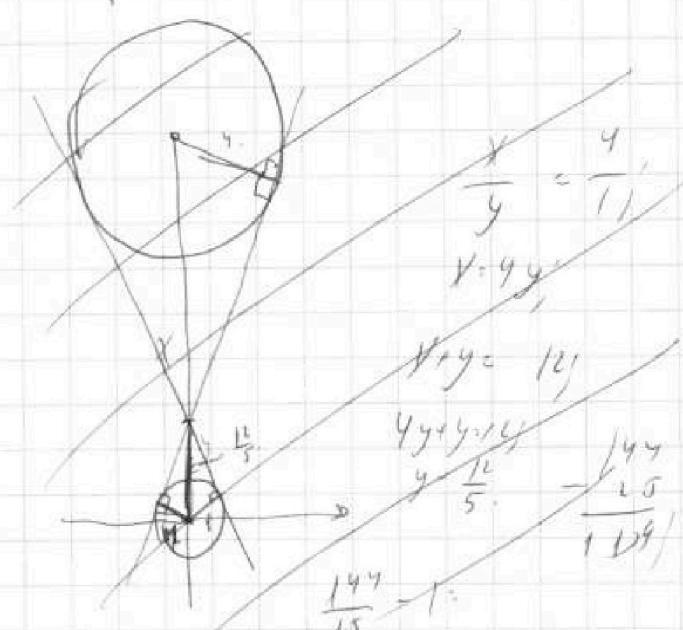
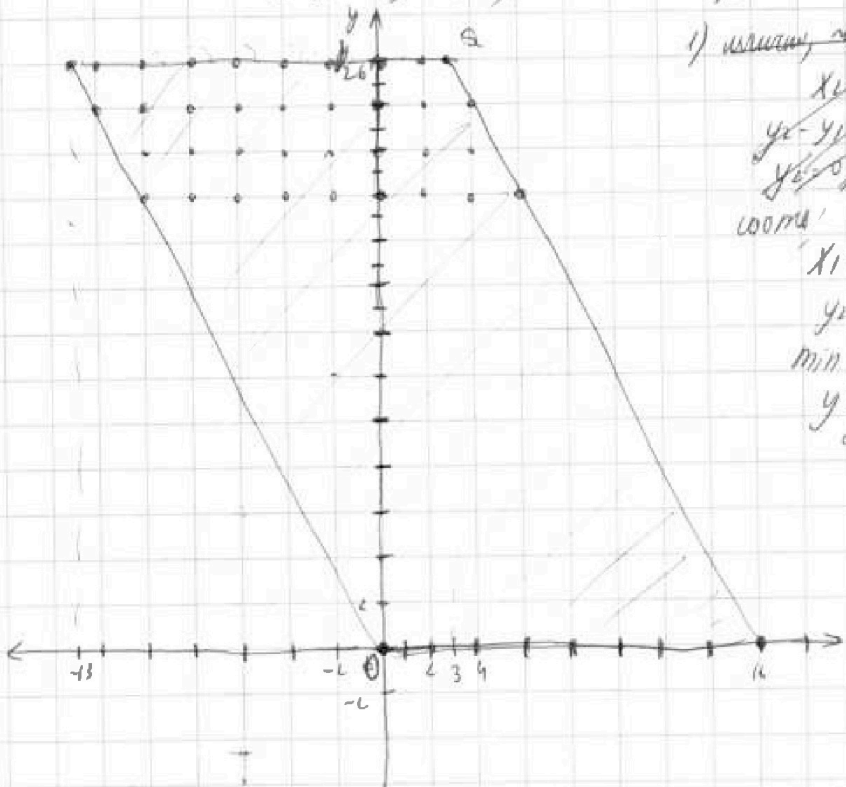
$y_2 = 14$, *состав*

состав $y_2 = 26$, *состав*

состав $y_2 = 26$, *состав*

состав $x = \text{sup} = 13$, *состав*

$x = \text{sup} = 13$, *состав*



$\frac{x}{y} = \frac{4}{11}$

$x = 4y$

$x + y = 12$

$4y + y = 12$

$5y = 12$

$$\begin{array}{r} 144 \\ - 25 \\ \hline 119 \end{array}$$

$\frac{144}{25} = 5.76$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

④[∞]

$$x^2 + (8b + ax + 12)^2 = 16$$

$$x^2 + (64b^2 + 8abx + 96b^2 + 8abx + a^2x^2 + 12ax + 96b^2 + 12ax + 144) = 16$$

$$x^2 + x^2(a^2 + 1) + 16abx + 64b^2 + 192b + 240x + 121 = 0$$

$$y'(a^2 + 1) + x(16ab + 240) + 64b^2 + 192b + 121 = 0$$

$$D = 8^2 \cdot (8ab + 120)^2$$

$$D = (16ab + 240)^2$$

$$D_1 = (8ab + 120)^2 - (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 121) = 0$$

$$(8ab + 120)^2 = (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 121)$$

$$a^2(8b + 12)^2 = (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 121) \quad \text{так как } a^2 = 1 - 64b^2$$

$$a^2(2b + 3)^2 = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 8)$$

$$a^2(2b + 3)^2 = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 8)$$

$$a^2(4b^2 + 12b + 9) = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 8)$$

$$a^2(4b^2 + 12b + 8) + a^2 = a^2(4b^2 + 12b + 8) + 4b^2 + 12b + 8$$

$$a^2 = 4b^2 + 12b + 8$$

$$1 - 64b^2 = 4b^2 + 12b + 8$$

$$68b^2 + 12b + 7 = 0$$

пусть:

$$\begin{cases} y^2 + (8b - ax)^2 = 1 \\ x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + a^2 = 64b^2 \\ a^2 = 4b^2 - 12b + 8 \\ a^2 = 64b^2 - 1 \end{cases}$$

(из двух уравнений тут, решим их)

$$64b^2 - 1 = 4b^2 - 12b + 8$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$D = 36 + 9 \cdot 60 = 6016 = 6^2 \cdot 4^2$$

$$b_{1,2} = \frac{-6 \pm 24}{60}$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{1}{2} \\ b_2 = \frac{3}{10} \end{cases}$$

$$b_1 = \frac{1}{2}, \quad a_1^2 = \frac{64 \cdot 1}{4} - 1 = 15$$

$$a^2 = 15, \quad a = \pm \sqrt{15}$$

$$b_2 = \frac{3}{10}, \quad a_2^2 = \frac{64 \cdot 9}{100} - 1 = \frac{16 \cdot 9}{25} - 1 = \frac{71}{25}, \quad a = \pm \sqrt{\frac{71}{25}}, \quad \text{Ответ } a = \pm \sqrt{15}, \quad a = \pm \frac{\sqrt{71}}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



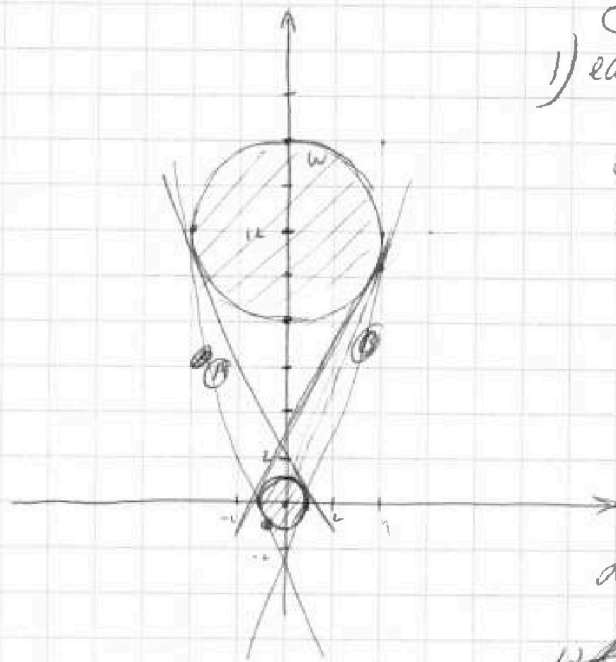
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax+by \\ a(x+y-8b)=0 \quad (1) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y+1)^2-16)=0 \quad (2) \end{cases} \quad y = 786 - ax$$

(1) $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y+1)^2=16 \end{cases}$ две окр.

или попарно зипр - оба.



1) если $b=0$ то:

$y = -ax$
 100% min ширины - кас. к окр. w
 100% min

$$x^2 + (-ax-1)^2 = 16$$

$$x^2 + a^2x^2 + 24ax + 12 = 16$$

$$x^2(a^2+1) + 24ax + 4 = 0$$

$$D = 0 \text{ (одно реш.)}$$

$$D: 12a^2 - 4 \cdot 4 \cdot 8(a^2+1) = 0$$

$$12a^2 = 128$$

$$12a^2 = 4 \cdot 4 \cdot 8(a^2+1)$$

$$448a^2 = 448(a^2+1)$$

$$a^2 = 2 \Rightarrow a = \pm 2\sqrt{2} \rightarrow \text{но}$$

100% min
 этот вариант не подходит.
 миним. ширина
 у нас миним.
 миним. ширина

4 если

2) су. бцр, кас. кас. попарно $-a; 8$ - кас. к 2 окр. сразу (прямая (1) (2) кас. внешние кас. окр.)

ни ширины) кас.

$$\begin{cases} x^2 + (786 - ax)^2 = 1 \quad (1) \\ x^2 + (-8b - ax - 1)^2 = 16 \quad (2) \end{cases}$$

(1)

$$x^2 + 64b^2 + 16axb + a^2x^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + 16axb + 64b^2 - 1 = 0$$

$$D = 0 \quad D = 64$$

$$D_1 = 64a^2b^2 - (a^2+1)(64b^2-1) = 0$$

$$64a^2b^2 - 64a^2b^2 - a^2 - 64b^2 + 1 = 0$$

$$a^2 + 64b^2 = 1 \quad (1)$$

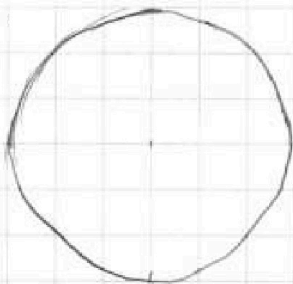
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 169 \\ x 169 \\ \hline 1521 \\ 10140 \\ 16900 \\ \hline 28561 \\ + 81143 \\ \hline 209704 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{289} \\ \phantom{\sqrt{}} 17 \\ \hline 1963 \\ 5780 \\ 173400 \\ \hline 181193 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 11 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 48 \\ \hline 53 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 14 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 16 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ x 45 \\ \hline 225 \\ 1820 \\ \hline 20415 \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 \\ x 45 \\ \hline 225 \\ 1820 \\ \hline 20415 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200000 \\ 360000 \\ \hline 560000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 500 \\ 250000 \\ \hline 400 \end{array}$$

250000

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 169 \\ \hline 1521 \\ 40 \end{array}$$

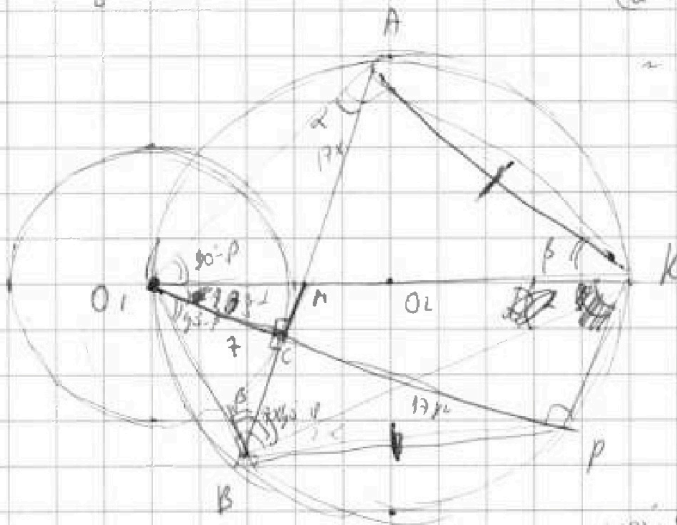
$$\begin{array}{r} 54 \\ + 8 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 7 \\ \hline 33 \end{array}$$

8

$$(26-7)(26+7) =$$

27



$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 19 \\ \hline 297 \\ 594 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 338 \\ \times 115 \\ \hline 21 \\ 13 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$13^4 + 17^4 = (26^2 - 7^2)$$

$$120^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

$$\angle \alpha = \frac{7}{17}$$

$\beta = 1$

$$43 \alpha^2 = BO_1$$

$$\triangle CBO_1 \sim \triangle AKO_1$$

$$\frac{CB}{AK} = \frac{BO_1}{KO_1} = \frac{CO_1}{AO_1}$$

$$\frac{7x}{AK} = \frac{BO_1}{26} = \frac{7}{AO_1}$$

$$AO_1 \cdot BO_1 = 7 \cdot 26$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ \times 46 \\ \hline 358 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 520 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ \times 49 \\ \hline 358 \end{array}$$

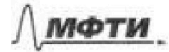
$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 520 \\ \hline 676 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 2x + y &= 14 \\
 y &= 14 - 2x
 \end{aligned}$$

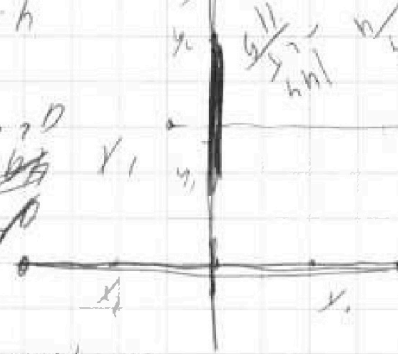
$$2x + y = 14$$

$$y = 14 - 2x$$

$$2x + y = 6$$

$$2x + y = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$



$$\begin{aligned}
 & x_2(14 - 2x_1) + x_1(2x_1 - 6) = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 \\
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 \\
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 \\
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 \\
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 \\
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 \\
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 \\
 & 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1 = 14x_2 + 2x_1^2 - 6x_1
 \end{aligned}$$

$$x_1 + 1$$

$$-1$$

$$2x_1 - 6 = 14$$

$$2x_1 + 50$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



15

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2-6x+2+9x-1} = 1-9x$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2-6x+2+9x-1} = 1-9x$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 3x^2-6x+2 - 3x^2-3x-1$$

$$3x^2+3x+1 - 3x^2+6x-2$$

$$-9x-1$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} = t$$

$$\sqrt{3x^2+3x+1} = p$$

$$a(y_1-x_1) + (y_1-y_1) \cdot 14$$

$$2x_1+y_2=k$$

$$2x_1+y_1=14-k$$

$$p = t^2 - p^2$$

$$t - t = t^2 - p^2 = (t-p)(t+p)$$

$$(t-p)(t+p-1) = 0$$

$$t-p$$

$$t+p-1$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} = 3x^2+2x$$

$$3x^2-6x+2 = 3x^2+2x$$

$$-9x+2=0$$

$$x = -\frac{2}{9}$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$

$$3x^2-6x+2 + 3x^2+3x+1 = 1$$

$$6x^2-3x+2 = 0$$

$$6x^2-3x+2 \leq 0$$

$$4(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1) = (3x^2-3x+2)^2$$

$$4(9x^4+9x^3+3x^2-18x^3-18x^2+2)$$

$$+ 6x^2 + 2$$

$$3-18x^2$$

$$y_2 = k - 2x_2$$

$$y_1 = 14 - k - 2x_1$$

$$\frac{3x^2}{36}$$

$$4(9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) =$$

$$\frac{3^2}{69}$$

$$36x^4 - 36x^3 - 36x^2 + 8 - 36x^4 - 36x^3 + 33x^2 - 12x + 4$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 69 = 312$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{312}}{69}$$

$$9 - 11.3$$

$$6 = 2\sqrt{78}$$

$$\frac{276}{36}$$

$$\frac{312}{78}$$

$$\frac{312}{78}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



46
+ 25
51

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

3x² - 6x + 1 = 2 D = 9 - 12 = -3
D = 9 - 6 = 3

23
x

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

3x² + 3x + 1 = 4 1 - 9x = p

$$\sqrt{t - p} - \sqrt{t} = p$$

t - p > 0

71
43
+ 501
101

45
45
101

45
45
101

$$\sqrt{t - p} - \sqrt{t} = p$$

$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

t - p = 2\sqrt{t} \sqrt{t + p} - p^2

t + p = 2\sqrt{t} \sqrt{t - p} + p^2

501 - 101

45
45
101

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

t + p = 2\sqrt{t} \sqrt{t - p} + p^2

t - p = 2\sqrt{t} \sqrt{t + p} - p^2

45
45
101

$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

$$\sqrt{t + p} = p + \sqrt{t}$$

$$t + p = p^2 + 2p\sqrt{t} + t$$

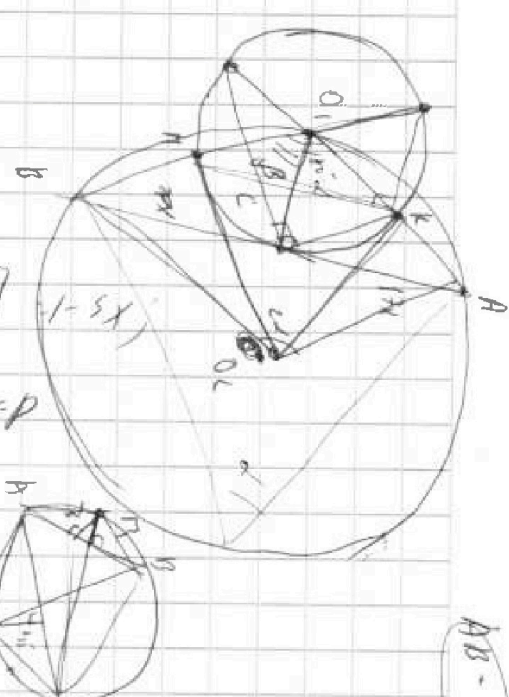
$$p^2 + 2p\sqrt{t} - p^2 = 0$$

$$p(p + 2\sqrt{t} - p) = 0$$

p = 0

p + 2\sqrt{t} = 1 - p

4t = 1 - 4p + p^2



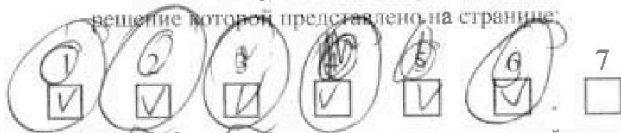
AB = 2\sqrt{x}

R1 = 7
R2 = 1/3
R3 = 1/3
R4 = 1/3
R5 = 1/3
R6 = 1/3
R7 = 1/3
R8 = 1/3
R9 = 1/3
R10 = 1/3
R11 = 1/3
R12 = 1/3
R13 = 1/3
R14 = 1/3
R15 = 1/3
R16 = 1/3
R17 = 1/3
R18 = 1/3
R19 = 1/3
R20 = 1/3
R21 = 1/3
R22 = 1/3
R23 = 1/3
R24 = 1/3
R25 = 1/3
R26 = 1/3
R27 = 1/3
R28 = 1/3
R29 = 1/3
R30 = 1/3
R31 = 1/3
R32 = 1/3
R33 = 1/3
R34 = 1/3
R35 = 1/3
R36 = 1/3
R37 = 1/3
R38 = 1/3
R39 = 1/3
R40 = 1/3
R41 = 1/3
R42 = 1/3
R43 = 1/3
R44 = 1/3
R45 = 1/3
R46 = 1/3
R47 = 1/3
R48 = 1/3
R49 = 1/3
R50 = 1/3

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице.



МФТИ

Если отмечены более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

Handwritten mathematical work on grid paper. The main problem involves algebraic manipulation of the expression $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} \cdot \frac{b}{b} \cdot \frac{(a+b)^2 - 9ab}{b}$. The student uses the substitution $\frac{a}{b} = k$ and derives several equations for k , including $k^2 - 7k + 1 = 0$. They find $k = 8$ and $k = 5$. The final result is $abc = 2^{21} \cdot 7^{34}$. There are also calculations for $ab = 2^{15} \cdot 7^{11}$ and $bc = 2^{17} \cdot 7^{18}$. The work includes various arithmetic steps, such as $56 \cdot 12 = 672$, $41 \cdot 16 = 656$, and $17 \cdot 17 = 289$. A circled expression $(a+b) = \frac{9ab}{a+b}$ is also present.

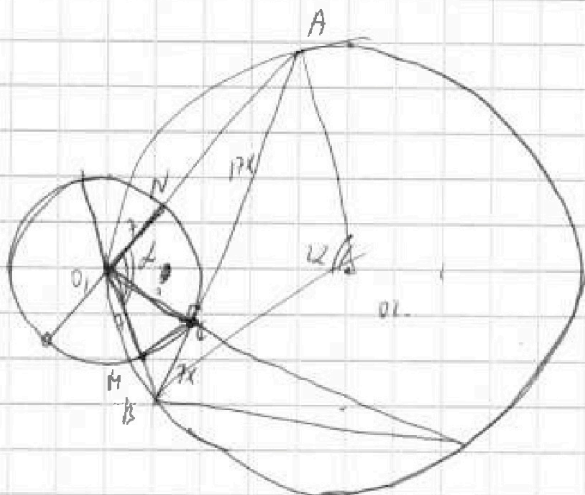
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$285x^2 + 45$$

$$\frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)} = 2 \cdot 13$$

$$\sin \alpha = \frac{2 \cdot 13}{24x}$$

$$\sin \alpha = \frac{13}{12x}$$

$$45 - 45x^2 = 45(1 - x^2)$$

$$O_1D = 7\sqrt{x^2 + 1}$$

$$O_1A = \sqrt{285x^2 + 45}$$

$$MB \cdot (MB + 14) = 45x^2$$

$$\frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)} = 2 \cdot 13$$

$$AB = 2 \cdot 26 \cdot \sin \alpha$$

$$24x = 2 \cdot 26 \cdot \sin \alpha$$

$$6x = 13 \sin \alpha, \quad \sin \alpha = \frac{6x}{13}$$

$$\cos \alpha =$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \left(\frac{6x}{13}\right)^2$$

$$1 - 2 \sin^2 \alpha$$

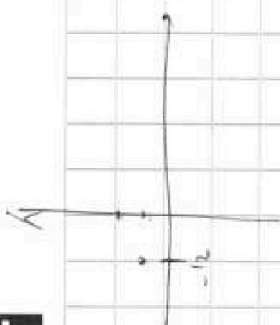
$$1 - 1 +$$

$$\sin \alpha = \frac{6x}{13}$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot (1 - \cos \alpha) = AB^2$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot \left(1 - \frac{6x}{13}\right) = AB^2$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot \frac{36x^2}{15} = AB^2$$



$$x \cdot 2 + \frac{x \cdot 28}{1 - x^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

