



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-15; 90)$ ,  $Q(2; 90)$  и  $R(17; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

М7 Заметим, что  $a, b, c$  не содержат в себе простых делителей, отличных от 2, 3 и 5, иначе их можно упростить и уменьшить  $abc$ .

Умножая три выражения, получим следующие:

$(abc)^2 = 2^{36}$ ,  $(abc)^2 = 3^{59}$ . Из первого  $abc = 2^{18}$  (иначе естественно вхождений двух одинаковых меньших, а из второго, т.к. квадрат содержит все простые множители в чётной степени, то  $(abc)^2 = 3^{50}$  и  $abc = 3^{25}$ . Наконец, т.к.  $ac = 5^{20}$ , то  $abc = 5^{20}$ . Итого  $abc = 2^{18} 3^{30} 5^{20}$ .

$\Rightarrow abc \geq 2^{18} 3^{30} 5^{20}$ . Оценка достигается при

$$a = 2^4 3^9 5^{14}, \quad b = 2^2 3^4, \quad c = 2^{12} 3^{17} 5^{14}$$

Ответ:  $2^{18} 3^{30} 5^{20}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$   
Пусть  $y = \arccos(\sin x)$ ,  $y \in [0; \frac{\pi}{2}]$  и  $\cos y = \sin x$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \sin x \quad \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) - \sin x = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$2 \cos\left(\frac{x+y}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{y-x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k_1 \\ \frac{y-x}{2} + \frac{\pi}{4} = \pi k_2, \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k_1 \\ -x+y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - \frac{\pi}{2} - 2\pi k_1 \\ y = \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k_2 \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Заметим, что если  $x_0$  - корень исходного уравнения, то  $x_0 + 2\pi$  - не корень, т.е. левая часть не увеличивается, а правая увеличивается, и у области значений  $\arccos$   $k_1$  и  $k_2$  фиксированы, таким образом, у уравнения не более 2 корней.

Заметим, что  $-\frac{\pi}{2}$  и  $\frac{\pi}{6}$  не входят:

$$10 \arccos(\sin(\frac{\pi}{2})) = 10 \arccos(1) = 10\pi = 9\pi - 2\pi(\frac{\pi}{2})$$

$$10 \arccos(\sin(\frac{\pi}{6})) = 10 \arccos(\frac{1}{2}) = 10 \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{20\pi}{3} = 9\pi - 2\pi(\frac{\pi}{6})$$

Ответ:  $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

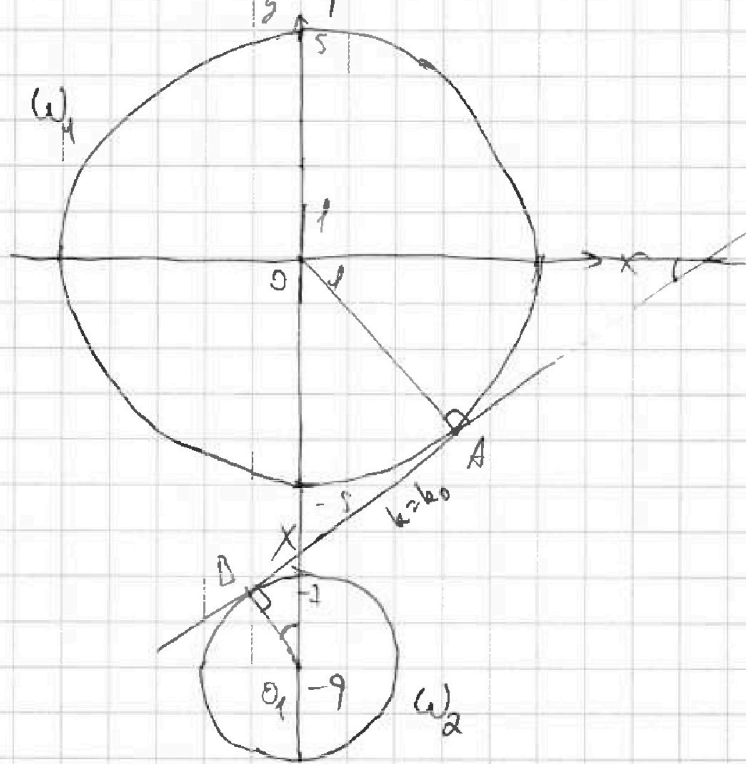
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{4} \begin{cases} 5x + 8ay - 6 = 0 & \textcircled{1} \\ 2(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 8y + 77) = 0 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Решим в  $xOy$ :  $\textcircled{2}$ :  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 8y + 77 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & \star \\ x^2 + (y+4)^2 = 4 & \star\star \end{cases}$

$\star$  - окружность  $\omega_1$  с центром  $O(0;0)$  и  $R_1 = 5$

$\star\star$  - окружность  $\omega_2$  с центром  $O_1(-4;0)$  и  $R_2 = 2$



При  $a=0$   $\textcircled{1}$  - прямая, при  $a=0$  и  $b=0$   $x=0$ ,  
и 4 пересечения с осью при  $a \neq 0$   $y = -\frac{5}{8a}x + \frac{6}{8a}$

Ясно, что можно подобрать такие  $b$  чтобы годиться  
любой сфера прямой. Значит, достаточно най-  
ти такие  $b$ , что при любом  $d$  прямая

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$y = kx + d$  не имеет 4 пересечений! <sup>Путь  $kx$  не больше, и надо чтобы прямая пересекла обе окружности</sup> Рассмотрим  $k > 0$   
(кво аналогично). Если наклон слишком маленький  
( $k \approx 0$ ), то прямая не пересечёт обе окружности.

Предельный случай - одна внутренняя касательная,  
пусть она кас.  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в  $A$  и  $B$ ,  $AB \cap O_1X = P$ ,  $AB \cap O_2X = R$

$$\Rightarrow O_1X + O_2X = 4 \text{ и } \frac{O_1X}{O_2X} = \frac{O_1B}{O_2A} = \frac{2}{5} \text{ (из подобия } \triangle O_1AX \text{ и } \triangle O_2BX)$$

$$\Rightarrow O_1X + \frac{5}{2}O_2X = 4 \Rightarrow O_1X = \frac{18}{7}. \text{ Далее } k = \frac{PR}{O_1X}$$

$$\angle O_1PX = \alpha, \text{ тогда } k = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \angle O_1PX = \operatorname{tg}(90^\circ - \angle O_1XP) = \operatorname{tg}(90^\circ - \angle O_1XB) = \operatorname{tg} \angle BO_1X$$

$$\Rightarrow \cos \angle BO_1X = \frac{PO_1}{O_1X} = \frac{2}{18/7} = \frac{7}{9} \Rightarrow \sin \angle BO_1X = \frac{4\sqrt{2}}{9} \Rightarrow \operatorname{tg} \angle BO_1X = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

Значит,  $k > \frac{4\sqrt{2}}{7}$ . Аналогично при  $k < 0$ ,  $k < -\frac{4\sqrt{2}}{7}$ .

$$\text{Итого } |k| > \frac{4\sqrt{2}}{7} \text{ и } \left| -\frac{5}{6a} \right| > \frac{4\sqrt{2}}{7} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \\ \frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a > \frac{-35}{24\sqrt{2}} \end{cases}. \text{ Обобщая с } a = 0: a \in \left( \frac{-35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}} \right).$$

Ответ:  $\left( \frac{-35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\log^4 x - 6 \log x = \log x^3 \cdot \frac{1}{2} - 5$ ;  $\log_{0.5}^4 (0.5y) + \log_{0.5} (0.5y) = \log_{0.5}^3 (0.5y) \cdot (-13) - 5$

Пусть  $\log_{0.5} x = z$  и  $\log_{0.5} (0.5y) = v$   $xy = ?$

Тогда уравнение ① можно переписать в виде

~~$z^4 - \frac{6}{z} = \frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot \log x^3 - 5 \Leftrightarrow$~~

$\Leftrightarrow z^4 - \frac{6}{z} = -\frac{2}{3z} - 5$  при  $x > 0$  и  $x \neq 1$ .

А ②:  $\log_{0.5}^4 (0.5y) + \frac{1}{\log_{0.5} (0.5y)} = \frac{1}{3} \cdot (-13) \cdot \log_{0.5}^3 (0.5y) - 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow v^4 + \frac{1}{v} = \frac{-13}{3v} - 5$  при  $0.5y > 0$  и  $0.5y \neq 1$

Преобразуем при  $z \neq 0$  и  $v \neq 0$ :  $\begin{cases} z^4 - \frac{6}{z} = -\frac{2}{3z} - 5 \quad / \cdot 3z \\ v^4 + \frac{1}{v} = \frac{-13}{3v} - 5 \quad / \cdot 3v \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3z^5 - 18z = -2 - 15z \\ 3v^5 + 3 = -13 - 15v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3z^5 + 15z - 16 = 0 \quad (*) \\ 3v^5 + 15v + 16 = 0 \quad (**)$

Заметим, что  $f(x) = 3x^5 + 15x - 16$  — возрастающая, т.к.  $f'(x) = 15x^4 + 15 > 0$ , поэтому (\*) и (\*\*) имеют не больше 1 корня каждое  $\Rightarrow$   ~~$z = v = 0$~~  ① и ②

также не имеют более 1 корня  $\Rightarrow$  преобразование  $xy$  принимает не более 1 значения. Далее сложим (\*) и (\*\*):  $3(z^5 + v^5) + 15(z + v) = 0$ . Заметим, что  $z + v = 0$  не подходит.

Значит  $z + v = 0 \Leftrightarrow \log_{0.5} x + \log_{0.5} \frac{y}{2} = 0 \Leftrightarrow \log_{0.5} \frac{xy}{2} = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{xy}{2} = 1 \Leftrightarrow xy = 2$

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$SABC$  - тр. шпр.

$AA_1, BB_1, CC_1$  - медианы

$M$  - центр тяжести

$SL$  кас. к  $AS$ ,  $BC$  и  $AA_1$ ;  $BK$

$SM \perp SL = P, Q; SP = MQ$

$S_{ABC} = 180; SA = BC = 20$

а)  $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = ?$

$S_{\text{ок}}(SBC|ABC) = ?$  и кас.

$SM = 6; R_{\Omega} = 8$

Решение:  $\square$

а)  $AL = AK$

как отрез.

касательных

к  $SL$ . Далее

по теореме о

касательных к

окруж. в  $(SLM)$  и  $(SKM)$ :

$SL^2 = SP \cdot SQ; MK^2 = MQ \cdot MP$

$SL^2 = SP(SP + PQ) = MQ(MQ + PQ) = MQ \cdot MP = MK^2 \Leftrightarrow SL = MK$

$\Leftrightarrow AM = SA = 20 = BC$ . Рассмотрим  $\triangle ABC$ :

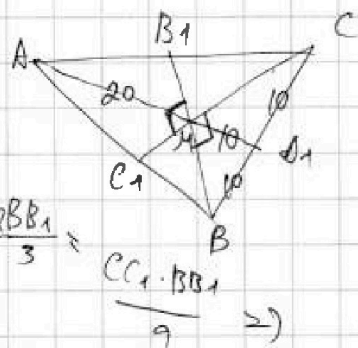
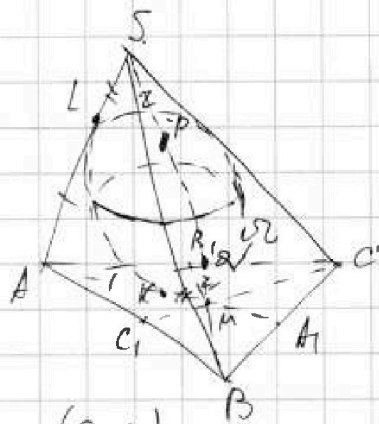
$AM = 20 \Rightarrow MA_1 = \frac{AM}{2} = 10 = \frac{BC}{2} = BA_1 = CA_1$

$\Rightarrow \angle BMC$  - прямой. Далее,

$S_{ABC} / 6 = S_{C_1MB} = \frac{1}{2} \cdot C_1M \cdot MB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot BB_1 = \frac{CC_1 \cdot BB_1}{9} \Rightarrow$

$\Rightarrow CC_1 \cdot BB_1 = \frac{3}{2} S_{ABC} = 270 \Rightarrow AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot 270 = 8100$ .

Ответ: а) 8100.



$$SL^2 = SP(SP + PQ) = MQ(MQ + PQ) = MQ \cdot MP = MK^2 \Leftrightarrow SL = MK$$

$\Leftrightarrow AM = SA = 20 = BC$ . Рассмотрим  $\triangle ABC$ :

$$AM = 20 \Rightarrow MA_1 = \frac{AM}{2} = 10 = \frac{BC}{2} = BA_1 = CA_1$$

$\Rightarrow \angle BMC$  - прямой. Далее,

$$S_{ABC} / 6 = S_{C_1MB} = \frac{1}{2} \cdot C_1M \cdot MB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot BB_1 = \frac{CC_1 \cdot BB_1}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CC_1 \cdot BB_1 = \frac{3}{2} S_{ABC} = 270 \Rightarrow AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot 270 = 8100.$$

Ответ: а) 8100.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



$AF^2 = EF \cdot CF$      $AC^2 = AD \cdot DB$      $\frac{CF}{CF} = \frac{CE}{EC}$      $SO = MO = 0$      $\sin \alpha = \frac{a}{2R}$      $196$   
 $\frac{AC}{CF} = \frac{CE \cdot CC'}{CF^2}$      $a = 2RS \sin \alpha$      $\frac{64}{7}$      $\frac{AF}{FB} = \frac{CF}{AF}$   
 $\cos^2 \alpha = \dots$      $AP^2 = CF \cdot FB'$   
 $\frac{CF}{AF} = \frac{AF}{2R}$      $CF \cdot 2R$   
 $AC = \sqrt{14}$   
 $\triangle AFC \sim \triangle \dots$   
 $AC^2 = \sqrt{14} \cdot m$   
 $2R = AF \cdot m$   
 $\frac{1}{2} \cdot m_c \cdot 2m_b = 30 \Rightarrow CF \cdot m^2$   
 $\Rightarrow m_c \cdot m_b = 30$   
 $(m_a m_c m_b)^2 = 30^3$   
 $2R = CF \cdot m^2$   
 $CM \cdot MB = CM \cdot MB_1 = 60$   
 $AM \cdot MB = AM \cdot MA_1 = 60$   
 $m_a m_c m_b = \sqrt{30^3} = 30\sqrt{30}$   
 $(\frac{AC}{CF})^2 = ?$   
 $(E \cdot CC') = AD \cdot DB$   
 $\frac{CE \cdot CC'}{CF \cdot CF} = \frac{AC^2}{CF^2}$



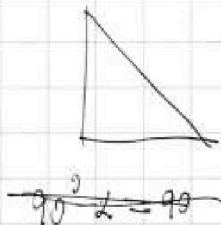
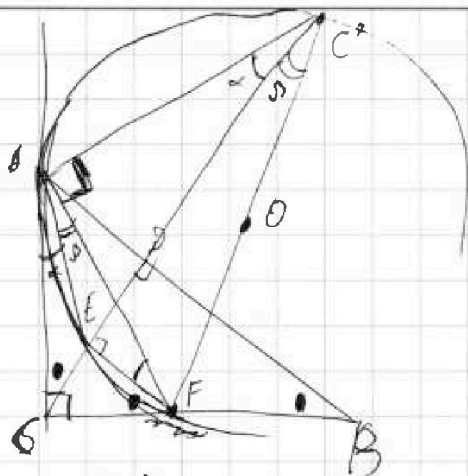
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

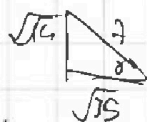
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{ctg } \alpha = \text{tg } 2\beta$$



$$\text{tg } 2\beta$$

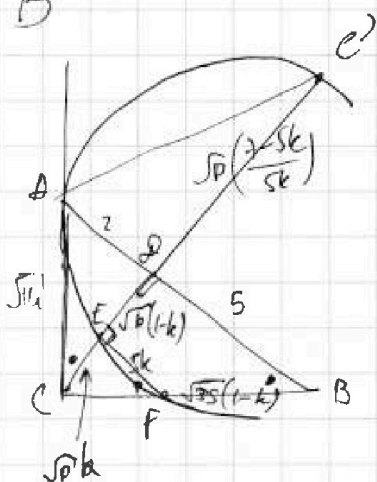
$$\text{tg } \alpha = \frac{5}{5}$$

$$\frac{AF}{\sin \alpha} = 2k$$

$$\text{tg } 2\beta = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{2}{3}}$$

$$\frac{AF^2}{k^2} = 4 \sin^2 \alpha$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$



$$\frac{7}{5k} - 1 + 1 - k = \frac{7 - 5k^2}{5k}$$

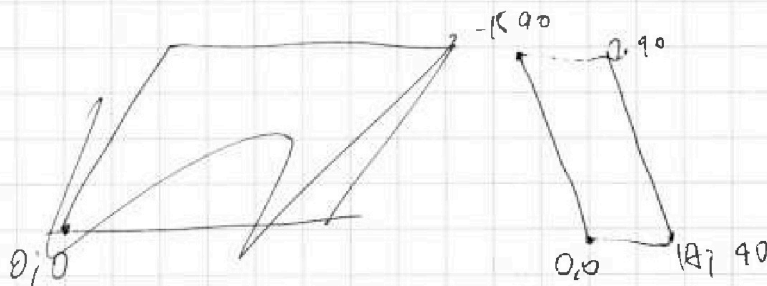
$$\frac{14}{50k} - \sqrt{10} =$$

$$= \sqrt{10} \left( \frac{7}{5k} - 1 \right)$$

$$25k^2 + 10k + 2 + 10k^2 - 20k + 10 = -35k^2 - 10k + 12$$

$$k^2 = 10 \left( \frac{7 - 5k^2}{5k} \right)^2 + 25k^2$$

$$6x_2^2 - 6x_1 + 6y_2^2 - y_1 = 6(x_2 - 1) - 6x_1 + (y_2 + 6) - y_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



11:52

$$ab = 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc = 2^4 3^{21} 5^{13}$$

$$ac = 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

	2	3	5
a	4	13	11
b	2	21	13
c	16	25	28

	2	3	5
a	4	13	11
b	2	21	13
c	16	25	28

$$x+y=15$$

$$y+z=21$$

$$x+z=25$$

$$(a^2 bc): 2^{27} 3^{38} 5^{39}$$

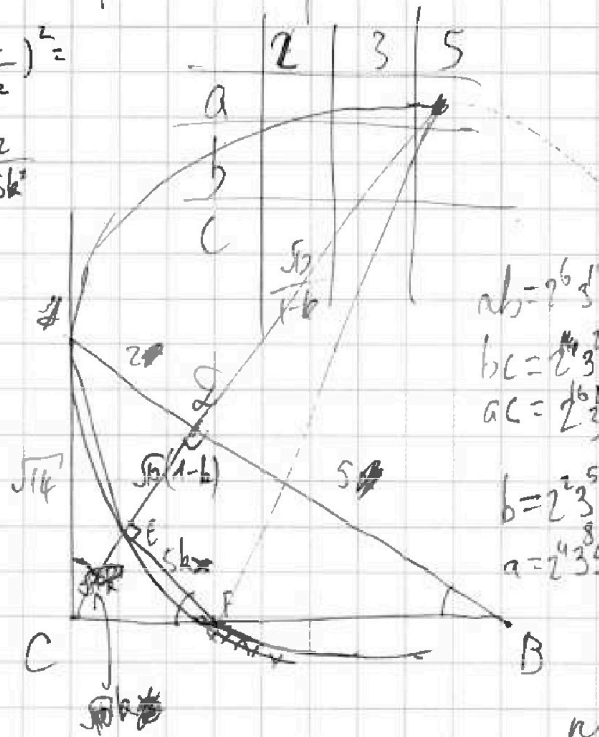
abc

$$k^2 - 2k - \frac{7}{5}k + \frac{7}{5} = 0$$

$$(abc)^2: 2^{36} 3^{59} 5^{52} \Rightarrow abc: 2^{18} 3^{30} 5^{28}$$

$$t^2 = p^3 \Leftrightarrow t = p^{3/2}$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt{p}k}\right)^2 = \frac{2}{5k^2}$$



	2	3	5
a	4	13	11
b	2	21	13
c	16	25	28

$$5k^2 - 17k + 7 = 0$$

$$D = 289 - 140 = 149$$

$$\frac{2}{5}(1-k) = k(1-k)$$

$$ab = 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc = 2^4 3^{21} 5^{13}$$

$$ac = 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$AB = 1,4 BD$$

$$AD = 0,4 BD$$

$$k = \frac{17 \pm \sqrt{149}}{10}$$

$$\frac{17 - \sqrt{149}}{10}$$

$$b = 2^2 3^5$$

$$a = 2^4 3^8 5^{11}$$

$$\frac{7}{5} = k(1 + \frac{1}{1-k})$$

$$\frac{S_{ACP}}{S_{CEF}} = ?$$

поэтому:

$$14 = \sqrt{10} \cdot k = \left( \sqrt{10} + \frac{\sqrt{10}}{1-k} \right)$$

$$\sqrt{14} =$$

$$2 - 5 = \sqrt{10}(1-k)$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{10}(1-k)} = \frac{\sqrt{10}}{1-k}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

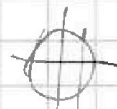


~~y = arcsin(x)~~  $y = \arccos(\sin x) = y$

$\sin x = \cos y$

$x = \arcsin(\cos y)$

$\sqrt{2}$



~~$\arccos(\sin x) = \arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$~~

~~$\sqrt{1-x^2} = \dots$~~   $\frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{2}$

$\sin x = \cos y$

$6a = \frac{35}{4\sqrt{2}}$

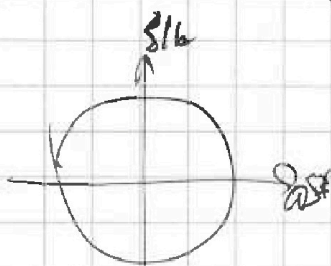
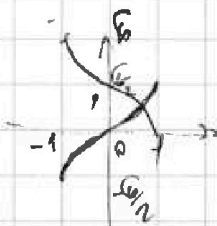
$\sin x = \sin(\frac{\pi}{2} - y)$   $a = \frac{35}{24\sqrt{2}}$

$x + \frac{\pi}{2} - y = 0 + 2\pi k$   $k \in \mathbb{Z}$   
 $x = \frac{\pi}{2} - y + 2\pi k$

$(y+9)^2 + x^2 = 24$

$6ay = b - \epsilon x$

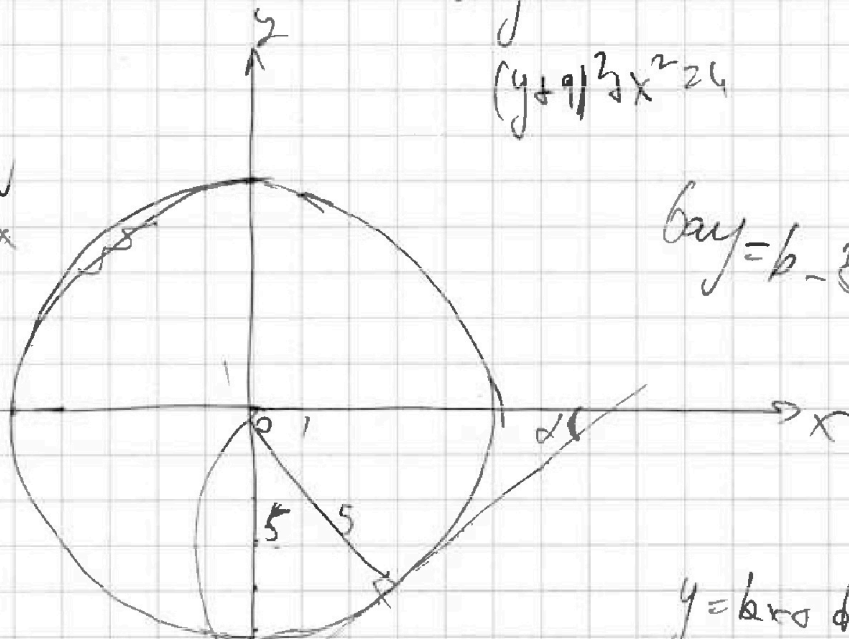
$\sqrt{1-x^2}$



$a=0 \Rightarrow \checkmark$

$x = \frac{b}{5}$   $b = 0 \checkmark$

$b \in (-1; 1)$   $\checkmark$   $\cos x$



$a \neq 0$

$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$

$y = k \cos \phi$

$\sin x =$

$\cos x = \frac{7}{9}$   $\sin x = \frac{4\sqrt{2}}{9}$

$x + \frac{7}{2}x = 9$   $x = \frac{18}{9}$

$\frac{1}{9}x = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$6a + b = 48$$

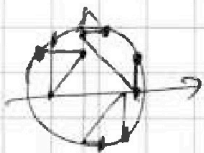
$$0 \leq \arccos \leq \pi$$

$$0 \leq 96 - 2x \leq \pi$$

$$-96 \leq -2x \leq 6$$

$$96 \geq 2x \geq -6$$

$$\frac{96}{2} \geq x \geq -\frac{6}{2}$$



$$10 \left( \frac{6}{2} - x \right) = 96 - 2x$$

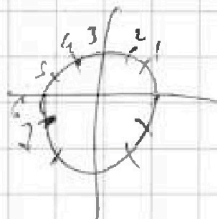
$$-60 = 8x$$

$$x = -\frac{15}{2}$$

$$10 \left( x - \frac{6}{2} \right) = 96 + 2x$$

$$12x = 146$$

$$x = \frac{73}{6}$$



$$\log_{(0.5)^3} (1 - 13)$$

$$\log_{(1-13)^3} (1)$$

$$-\frac{06}{3} = 15 - \frac{16}{3}$$

$$\frac{6}{2}$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$$

$$t^4 + \frac{1}{t} = -\frac{13}{3t} - 5$$

$$3t^5 + 3 = -13 - 15t$$

$$3t^5 + 15t + 16 \leq 0$$

$$\log_{11} X = Z \quad V$$

$$y = x - \frac{6}{2} + T$$

$$y = \frac{6}{2} - x + T$$

$$\sin\left(\frac{6}{2} - y\right) = \cos y$$

$$\begin{aligned} x+y &= \frac{6}{2} \\ x-y &= \frac{36}{2} \\ x-y &= -\frac{6}{2} \\ x+y &= -\frac{36}{2} \end{aligned}$$

$$2\sin$$

$$2\cos\left(\frac{x-y}{2} + \frac{6}{6}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2} + \frac{6}{6}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{6}{6} = \frac{6}{2} + 2k\pi \\ \frac{x-y}{2} + \frac{6}{6} = k\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = \frac{6}{2} + 2k\pi \\ -x-y = -\frac{6}{2} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - \frac{6}{2} + 2k\pi \\ y = \frac{6}{2} - x + 2k\pi \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - \log_{x^2} 11 = \log_{x^3} \frac{1}{24} - 5 \quad \begin{matrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{matrix}$$

$$14 - \frac{6}{t} = \frac{-2}{3t} - 5$$

$$\frac{1}{3} \log_x \left( \frac{1}{11} \right) = -2$$

$$3t^5 - 18 = -2 - 15t$$

$$\frac{-2}{3} \log_{x^2} 11 = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{t}$$

22 + 38

$$3t^5 + 15t - 16 = 0$$

$$\frac{13 + 21 + 25 + 1}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

~~255k~~

ab: 5<sup>11</sup>  
bc: 5<sup>13</sup>  
ac: 5<sup>28</sup>

abc: 7, 5<sup>28</sup>  
ab: 3<sup>13</sup>  
bc: 3<sup>24</sup>  
ac: 3<sup>26</sup>

255k

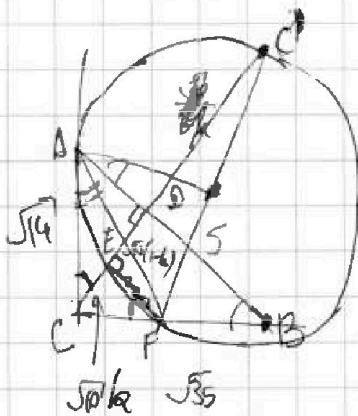
$$a = 2^4 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^4$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^7 \cdot 5^{14}$$



~~8 + 5 = 3~~    a    b    c  
~~5 + 6 = 11~~    9    4    17  
~~8 + 6 = 14~~  
2    a    b    c  
         4    2    12



$$14 = 10k \left( 1 - \frac{1}{k} \right)$$

$$x = \frac{14}{\sqrt{5}k}$$

$$\frac{7}{5} = k \cdot \frac{2-k}{1-k}$$

$$\frac{7}{5}(1-k) = 2k - k^2$$

$$k^2 - 2k - \frac{7}{5}k + \frac{7}{5} = 0$$

$$\sqrt{5}(1-k) =$$