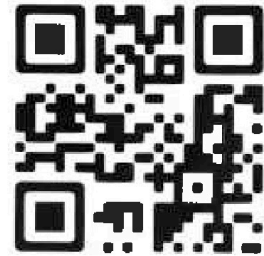




Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

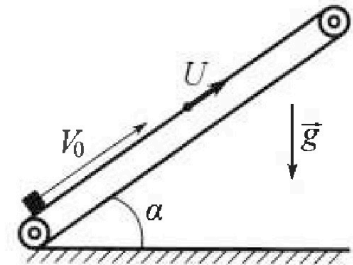
2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

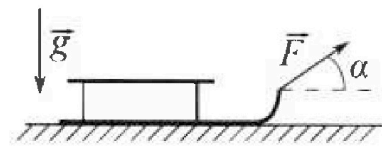
2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



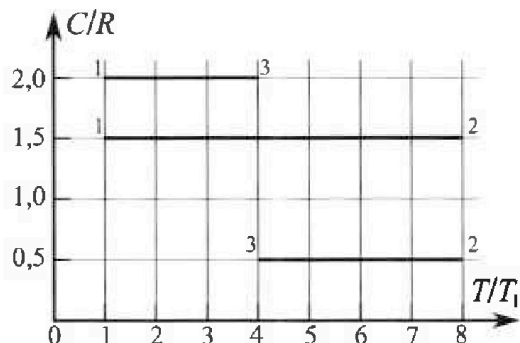
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02

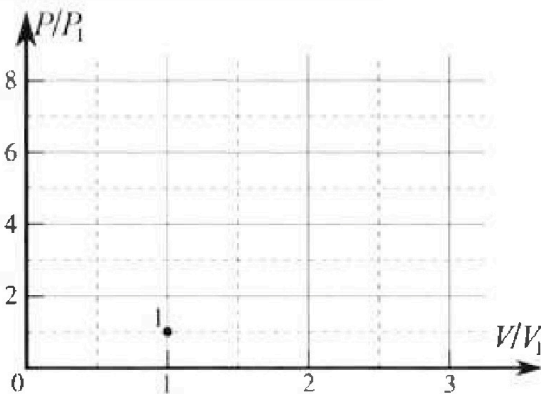


Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

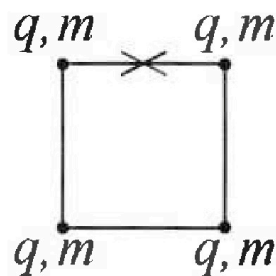


- 1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.
- 2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

- 1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика. Одну нить пережигают.
  - 2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
  - 3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?
- Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

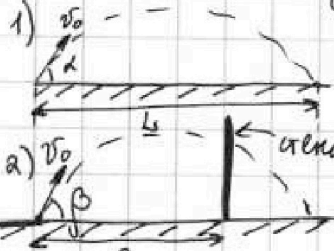
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №1

Дано:  
 $\alpha = 45^\circ$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$   
 $h = 20 \text{ м}$   
 $H = 3.6 \text{ м}$

Решение:



Пусть  $\tau$  - время полета, тогда получим систему:

$$\begin{cases} h = v_0 \cos \alpha \tau \\ 2 v_0 \sin \alpha = g \tau \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} \\ \tau = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g h}{\sin^2 \alpha}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{\sin^2 45^\circ}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Пусть  $\beta$  - угол под которым падает мяч на стену, а  $t$  - время полета мяча до удара со стеной.

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} h = v_0 \sin \beta t - g \frac{t^2}{2} \\ S = v_0 \cos \beta t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = S \tan \beta - g \frac{S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \beta} = S \tan \beta - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \tan^2 \beta \\ t = \frac{S}{v_0 \cos \beta} \end{cases}$$

Т.к. по условию максимальная высота это  $h_{\max} = H$ , и угол есть

функция  $h(\tan \beta)$ , то промаксимизируем ее относительно  $\tan \beta$ , взяв производную

$$h'_{\tan \beta} = S - 0 - \frac{g S^2}{v_0^2} \tan \beta \text{ и } h'_{\tan \beta} = 0, \text{ т.к. мы ищем максимум } \Rightarrow \tan \beta = \frac{v_0^2}{g S}$$

Тогда подставив данное значение  $\tan \beta$ , получим:  $H = S \cdot \frac{v_0^2}{g S} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2}$ , теперь выразим  $S$ :

$$2 g v_0^4 H = v_0^4 - g^2 S^2 \Rightarrow g^2 S^2 = v_0^2 (v_0^2 - 2 g H) \Rightarrow S = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 - 2 g H};$$

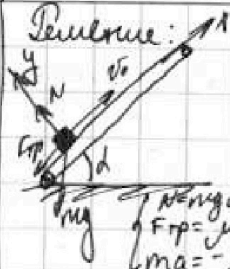
$$S = \frac{10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \cdot \sqrt{200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3.6 \text{ м}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{128} \text{ м} = 16 \text{ м}.$$

Ответ: 1)  $v_0 = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$ ; 2)  $S = 16 \text{ м}$ .

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!

Дано:  
 $\sin \alpha = 0,6$   
 $v_0 = 6 \text{ м/с}$   
 $\mu = 0,5$   
 $T = 1 \text{ с}$   
 $u = 1 \text{ м/с}$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$



Задача №2.

- 1) По основному тригонометрическому тождеству  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$ .
- 2) Запишем систему уравнений  $\vec{F} = m\vec{a}$  в проекциях на оси  $x$  и  $y$ , и найдем ускорение коробки, когда она идет вверх:

$$\begin{aligned} N &= mg \cos \alpha \\ F_{\text{тр}} &= \mu mg \cos \alpha \\ ma &= -mg \sin \alpha - \mu N \\ a &= -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \quad a = -10 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

- 1)  $S = ?$
- 2)  $T_1 = ?$
- 3)  $L = ?$

3) Теперь аналогично найдем ускорение когда коробка движется вниз и получим ускорение  $A$ .  $A = -g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$   $A = -1 \text{ м/с}^2$

4) Найдем время  $t$ , за которое скорость коробки станет 0:  $v_0 + at = 0 \Rightarrow t = -\frac{v_0}{a} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ с} < T$

5) П.к.  $t < T$ , то коробка вначале будет двигаться вверх с ускорением  $a$ , а потом вниз с ускорением  $A$ . Найдем координату  $X$  на оси  $x$ , где коробка остановится, с учетом того, что ее начальная координата  $x_0 = 0 \text{ м}$ .  $X = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

6) Теперь найдем координату коробки  $X'$  (на оси  $x$ ) через время  $T$ :

$$X' = X + A \frac{(T-t)^2}{2} = -\frac{v_0^2}{2a} - g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot \frac{(T + \frac{v_0}{a})^2}{2}$$

7) Тогда путь пройденный коробкой это  $S = |X - x_0| + |X' - X| = |X| + |A \cdot \frac{(T-t)^2}{2}|$

$$S = \left| \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} \right| + \left| -g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot \frac{(T + \frac{v_0}{a})^2}{2} \right| \quad S = |1,6 \text{ м}| + |-0,08 \text{ м}| = 1,88 \text{ м}$$

8) Теперь лента движется со скоростью  $u$ , тогда перейдем в СО движущую с лентой и в ней скорость коробки  $v = v_0 - u$ . П.к. в ЛСО скорость коробки должна стать 0, то в системе отсчета ленты она станет  $v_k = 0$ .

П.к. в СО ленты коробка будет двигаться только вверх, то ускорение коробки  $A$ , тогда  $v + aT_1 = 0 \Rightarrow T_1 = -\frac{v}{a} = +\frac{v_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = 0,5 \text{ с}$ .

9) До полной остановки в СО ленты, коробка будет вначале двигаться вверх, а потом вниз с ускорением  $A$ . Время, которое она будет двигаться вверх  $T_2 = \frac{-v}{a} = T_1$ , а время движение вниз  $T_3 = \frac{-u}{A} = \frac{u}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$ , тогда смещение коробки в СО ленты будет равно  $L_1 = vT_2 + a\frac{T_2^2}{2} + A\frac{T_3^2}{2} = -\frac{v^2}{2a} + \frac{u^2}{2A}$ .

10)  $L$  пересчитываясь из СО ленты в ЛСО тогда  $L = u(T_2 + T_3) + L_1$

$$L = \frac{u}{2} \left( -\frac{v}{a} - \frac{u}{A} \right) + \frac{u^2}{2A} - \frac{v^2}{2a} = \frac{1 \text{ м/с}}{2} \left( \frac{5 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} + \frac{1 \text{ м/с}}{1 \text{ м/с}^2} \right) - \frac{(5 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} + \frac{(5 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2}$$

$$L = 0,5 \cdot 1,5 \text{ м} - 0,5 \text{ м} + 1,25 \text{ м} = 1 \text{ м}$$

Ответ: 1)  $S = 1,88 \text{ м}$ ; 2)  $T_1 = 0,5 \text{ с}$ ; 3)  $L = 1 \text{ м}$ .



1  2  3  4  5  6  7

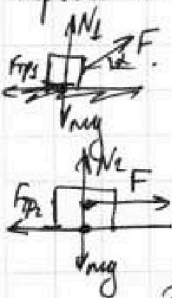
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недоступна!

Задача №3.

пути

Дано:

Решение: Пусть  $L$  — длина участка ~~пути~~, на котором разогнали санки, тогда, т.к. их разогнали до одинаковой кин. энергии  $K$ , то в первом и втором случаях достигалась одинаковая скорость, тогда  $v_1 = a_1 t_1 = v$ ,  $v_2 = a_2 t_2 = v$ ,  $L_1 = a_1 \frac{t_1^2}{2} = L$ ,  $L_2 = a_2 \frac{t_2^2}{2} = L$ , где  $a_1, a_2$  — ускорения в первом и втором случаях соответственно, а  $t_1, t_2$  — времена движения. Тогда получим, что  $t_1 = t_2$ , а  $a_1 = a_2$ . Теперь запишем систему уравнений для первого и второго случаев разгона, с учетом того, что их ускорения одинаковые.



$$\begin{cases} N_1 = mg - F \sin \alpha \\ ma = F \cos \alpha - \mu N_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = mg - F \sin \alpha & (1) \\ ma = F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg & (2) \\ N_2 = mg & (3) \\ ma = F - \mu mg & (4) \end{cases}$$

Теперь, приравняв правые уравнения (1) и (4) получим:  $F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg = F - \mu mg$

$$\Rightarrow \cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha \mu = 1 - \cos \alpha \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

2) Т.к. их разогнали до кин. энергии  $K$ , а потом перестала действовать внешняя сила, то законим на санки до момента остановки действовали только сила трения и сила тяжести + сила реакции опоры, то их работы равны 0, т.к. угол между силой тяжести (а так же и силой реакции опоры) и перемещением равен  $90^\circ$ . Тогда по т. об уменьшении кинетической энергии тела:

$E_k - E_n = A_{\text{вн}}$ , где  $E_k$  — конечная кин. энергия ( $E_k = 0$ ),  $E_n$  — начальная кин. энергия ( $E_n = K$ ),  $A_{\text{вн}}$  — работа внешних сил ( $A_{\text{вн}} = A_N + A_{mg} + A_{\text{тр}} = A_{\text{тр}}$ , т.к.  $A_N = A_{mg} = 0$ )

$0 - K = A_{\text{тр}} \Rightarrow -K = -\mu mg S$ , т.к.  $A_{\text{тр}}$  — работа силы трения и  $A_{\text{тр}} = -\mu mg S$

$K = \mu mg S \Rightarrow S = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K \sin \alpha}{mg(1 - \cos \alpha)}$ , т.к.  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

Ответ: 1)  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ ; 2)  $S = \frac{K \sin \alpha}{mg(1 - \cos \alpha)}$ .

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порты QR-кода недоступны!



Задача №4.

Дано:  $\nu = 1 \text{ ммоль}$   
 $T_1 = 200 \text{ К}$   
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

Решение: 1) По первому закону термодинамики  $\Delta Q = \Delta U - A_{\text{вн}}$ ,  
 $\Delta Q = C \nu \Delta T$ ,  $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$ , т.к. газ идеальный и одноатомный.  
 $\Rightarrow A_{\text{вн}} = \nu \Delta T (C + \frac{3}{2} R)$

- 1)  $A_{31} = ?$   
 2)  $\eta = ?$   
 3)  $p_3/p_1$  ( $V_3/V_1$ )?

2) Т.к. в процессе 1-3  $\frac{C_{\text{м}}}{R} = 2 \Rightarrow C = 2R$  и  $\Delta T_{12} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = -3/4$   
 По  $A_{\text{вн}} = 1 \text{ ммоль} \cdot (-3 \cdot 200 \text{ К}) \cdot (-2R + \frac{3}{2} R) = +300 \text{ К} \cdot R = +2493 \text{ Дж}$

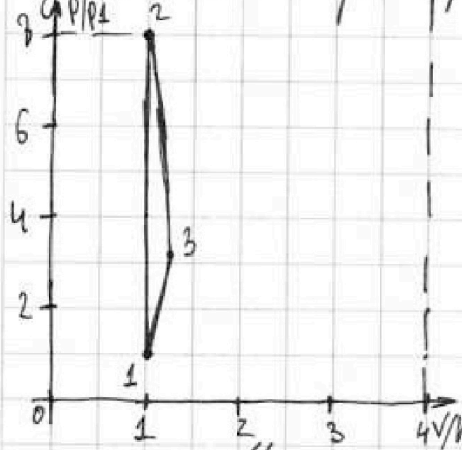
3) Как видно из графика газ получил тепло только в процессе 1-2, а в процессах 2-3 и 3-1 тепло отдавал.

Поэтому  $\eta = \frac{Q_{\text{п}} + Q_{\text{от}}}{Q_{\text{п}}}$ , где  $Q_{\text{п}}$  - полученное тепло, а  $Q_{\text{от}}$  - отданное тепло.

4)  $Q_{\text{п}} = Q_{12} = C_{12} \nu \Delta T_{12}$ , где  $C_{12} = 1,5R$ ,  $\Delta T_{12} = 7T_1 \Rightarrow Q_{\text{п}} = 1,5 \cdot 7 \nu R T_1$   
 $Q_{\text{от}} = Q_{31} + Q_{23} = C_{31} \nu \Delta T_{31} + C_{23} \nu \Delta T_{23}$ , где  $C_{31} = 2R$ ,  
 $C_{23} = 0,5R$ ,  $\Delta T_{31} = -3T_1$ ,  $\Delta T_{23} = -4T_1 \Rightarrow Q_{\text{от}} = -2 \cdot 3 \nu R T_1 - 0,5 \cdot 4 \nu R T_1 = -10,5 \nu R T_1$   
 5)  $\eta = \frac{(1,5 \cdot 7 \nu R T_1 - 10,5 \nu R T_1)}{(1,5 \cdot 7 \nu R T_1)}$   
 $\eta = \frac{10,5 - 10,5}{10,5} = \frac{2,5}{10,5} = \frac{5}{21}$

6) Найдем работу внешних сил в процессах 1-2 и 2-3:  $A_{12} = 0 \text{ Дж}$   
 $A_{23} = -4 \cdot 200 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{3}{2}) \cdot 8,31 = -800 \cdot 2,31 = -1848 \text{ Дж}$

7) Т.к.  $A_{\text{вн}} = -p \Delta V$ , то, т.к.  $A_{12} = 0$ , то  $\Delta V_{12} = 0 \Rightarrow V_2 = V_1$   
 По закону Менделеева-Клапейрона для торца  $\Delta u_2$ :  $p_1 V_1 = \nu R T_1$ ,  $p_2 V_2 = \nu R T_2$ ,  
 где  $T_2 = 8T_1 \Rightarrow p_2 = 8p_1 \Rightarrow p_2/p_1 = 8$ .



Из данного графика (в кубовом)  $T_3 = 4T_1$ .  
 Т.к.  $A_{\text{вн}} = -A_{\text{г}}$ , то  $A_{\text{г}31} = -2493 \text{ Дж}$ , а  $A_{\text{г}23} = +6648 \text{ Дж}$ . Пусть  $\frac{p_3}{p_1} = x$ , тогда  $\frac{V_3}{V_1} = \frac{4}{x}$ , т.к.  $p_1 V_1 = \nu R T_1$ ,  $p_3 V_3 = 4 \nu R T_1 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{V_3}{V_1} = 4$   
 Тогда  $A_{\text{г}31} = -\nu (V_3 - V_1) \frac{p_1 + p_3}{2}$   
 $A_{\text{г}23} = (V_3 - V_2) \frac{p_3 + p_2}{2} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{A_{\text{г}31}}{A_{\text{г}23}} = \frac{(1 - \frac{4}{x}) \frac{1 + x}{2}}{(\frac{4}{x} - 1) \frac{8 + x}{2}} \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow \frac{3}{8} = \frac{(1 + \frac{4}{x})(1 + x)}{(\frac{4}{x} - 1)(x + 8)} \Leftrightarrow \frac{3}{8} = \frac{1 + x}{x + 8} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$

Ответ: 1)  $A_{31} = 2493 \text{ Дж}$ ; 2)  $\eta = \frac{5}{21}$ ; 3) График выше.



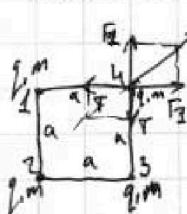
- 1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Понра QR-кода не достало!

Задача №5.

Дано:  $T, a, \epsilon_0$   
 $K, |q|$

Решение



1) Пусть сила Кулона со стороны соседних по ребру шариков  $F_1$  и  $F_2$ , а со стороны противоположного  $F_3$ . Это даст нам Кеттона и Кулона получаем:

$$\begin{cases} F_1 = K \frac{q^2}{a^2} \\ F_2 = K \frac{q^2}{2a^2} \\ \sqrt{2}T = \sqrt{2}F_1 + F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = F_1 + \frac{F_2}{\sqrt{2}} \\ F_1 = K \frac{q^2}{a^2} \\ F_2 = K \frac{q^2}{2a^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = K \frac{q^2}{a^2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ F_1 = K \frac{q^2}{a^2} \\ F_2 = K \frac{q^2}{2a^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{a^2 T}{K \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)} = \frac{4a^2 T}{K(4 + \sqrt{2})} = \frac{16\pi\epsilon_0 a^2 T}{4 + \sqrt{2}}, \text{ т.к. } K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

2) Когда шарики будут выстроены на одной прямой, то их суммарная кин. энергия будет равна 0, а т.к. система симметрична относительно середины нитки между нижними шарами, то значит суммарная энергия шариков 1 и 2, 3 и 4 так же равна 0, и  $K_1 = K_4, K_2 = K_3$  (т.к. симметрие) и  $K_1 + K_2 = 0, K_3 + K_4 = 0$

3) Т.к. у нас нет здесь никаких внешних сил, а только силы Кулона между шариками и нитью нитяная, то когда они выстроены на одну прямую, то они займут точки 1', 2', 3' и 4', т.к. иначе центр масс изменит свое положение из центра квадрата в какое либо другое место, что невозможно, т.к. у нас нет внешних сил и значит положение центра масс не изменится.

4) Тогда расстояние  $d$  равно  $d = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Ответ: 1)  $|q| = \frac{4a^2 T}{K(4 + \sqrt{2})}$ ; 3)  $d = a\frac{\sqrt{5}}{2}$

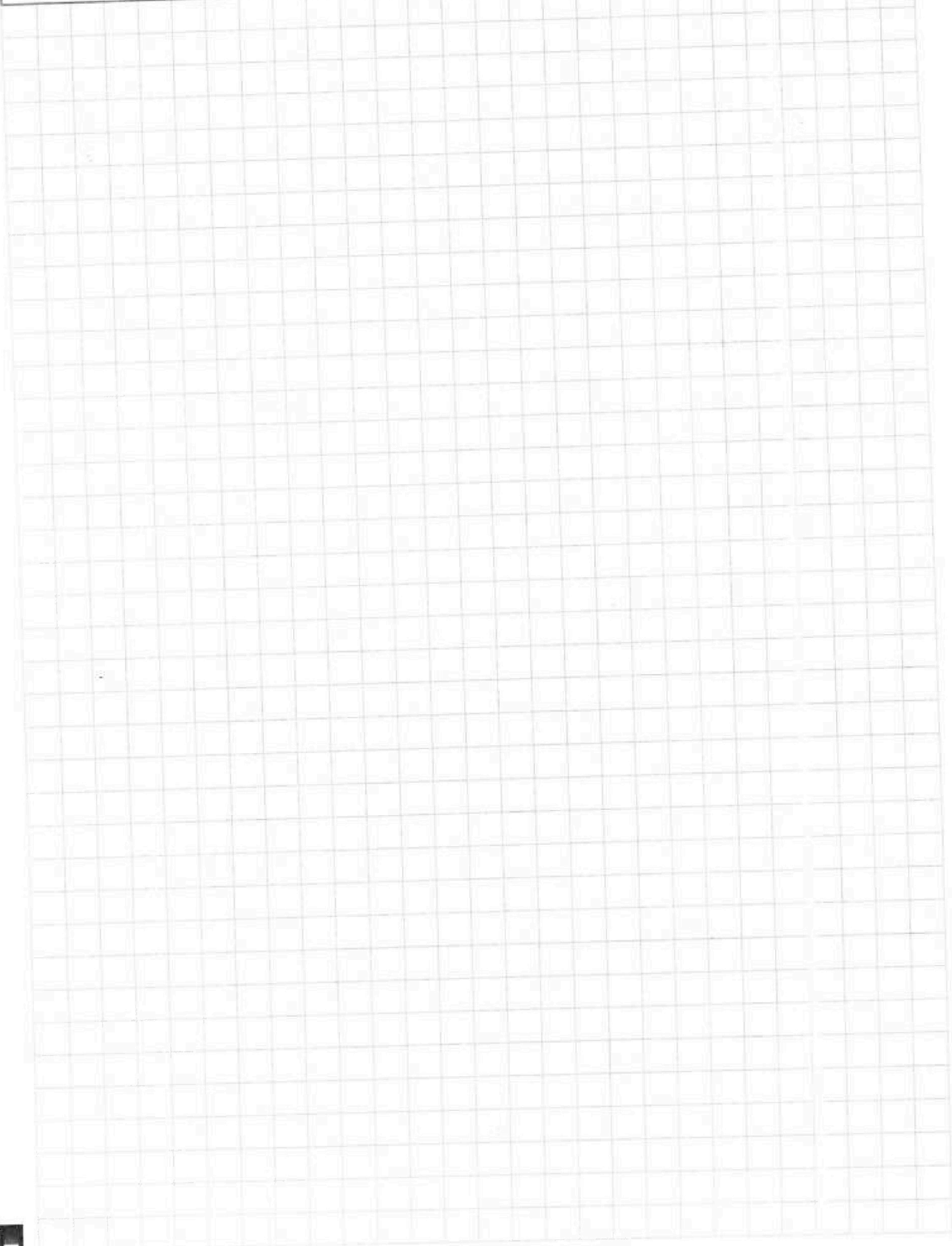


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{h} \left(\frac{x}{y}\right) = (x/y) = x^2 \frac{1}{y} + \frac{1}{y} \cdot x$   
 $\sin 2\alpha = \sin 2\alpha = 1$   
 $V_0 \cos \alpha = \frac{L}{t}$   
 $2V_0 \sin \alpha = g t$   
 $\Rightarrow L = \frac{2V_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$   
 $L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$   
 $V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{10 \cdot 20} = 10\sqrt{2}$   
 $V_0 \cos \alpha \cdot t = L/2 \Rightarrow t = \frac{L}{2V_0 \cos \alpha}$   
 $h = \frac{0 - (V_0 \sin \alpha)^2}{-2g} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{V_0^2}{4g} = \frac{200}{4 \cdot 10} = 5 \text{ м}$   
 $h = \frac{2L}{4V_0^2} \cdot \frac{g^2 L^2}{8V_0^2 \cos^2 \alpha} = h \Rightarrow \frac{L}{2} - g \frac{L^2}{8V_0^2 \cos^2 \alpha} = h$   
 $h = \frac{2L}{4V_0^2} \cdot \frac{g^2 L^2}{8V_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 200 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 20}{4 \cdot 2000} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 20}{4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ м}$

$V_x = V_0 \sin \alpha - g t$   
 $V_x = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{L}{S} = g t \Rightarrow t = \frac{S}{V_0 \cos \alpha}$   
 $h = V_0 \sin \alpha \cdot t - g \frac{t^2}{2} = \frac{S^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} - g \frac{S^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{S^2 \sin^2 \alpha}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}$   
 $h = \frac{2S \sin \alpha \cos \alpha V_0^2 - g S^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{S}{2V_0^2} \cdot \frac{(-2 \sin \alpha \cos \alpha V_0^2) \cdot \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha (2 \sin^2 \alpha)^2}{\cos^2 \alpha}$   
 $h' = \frac{S}{2V_0^2} \cdot \frac{(-2 \sin \alpha \cos \alpha V_0^2) \cdot \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha (2 \sin^2 \alpha)^2}{\cos^2 \alpha}$   
 $\tan \alpha = -\frac{h}{2a} = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{20} = 1$

$h = S \left( \frac{V_0^2}{gS} - \frac{gS}{2V_0^2} \right) = S \left( \frac{V_0^2}{2gS} - \frac{gS}{2V_0^2} \right) = S \left( \frac{V_0^2 - g^2 S^2}{2gS V_0^2} \right)$   
 $h = \frac{V_0^2 - 2g^2 S^2}{2gS V_0^2}$   
 $h = S \left( \frac{V_0^2}{gS} - \frac{gS}{2V_0^2} \right) = S \left( \frac{V_0^2}{2gS} - \frac{gS}{2V_0^2} \right) = S \left( \frac{V_0^2 - g^2 S^2}{2gS V_0^2} \right)$   
 $h = \frac{V_0^2 - 2g^2 S^2}{2gS V_0^2}$   
 $h = S \left( \frac{V_0^2}{gS} - \frac{gS}{2V_0^2} \right) = S \left( \frac{V_0^2}{2gS} - \frac{gS}{2V_0^2} \right) = S \left( \frac{V_0^2 - g^2 S^2}{2gS V_0^2} \right)$

$N = mg - F \sin \alpha$   
 $ma = F \cos \alpha - \mu N = F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha)$   
 $ma = F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg$   
 $ma = F - \mu mg \Rightarrow F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = \mu mg = F \mu \sin \alpha$   
 $\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sqrt{1 + \mu^2} (\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta) = 1$   
 $\sqrt{1 + \mu^2} \sin(\alpha + \beta) = 1 \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \Rightarrow \alpha + \beta = \arcsin \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \right)$   
 $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} - \cot \alpha$   
 $\mu = \sqrt{\frac{1 - \sin^2(\alpha + \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)}} = \cot(\alpha + \beta)$   
 $L = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow v^2 = 2aL$   
 $K = m \frac{v^2}{2} = maL$   
 $K = maL = L(F - \mu mg)$   
 $\frac{K}{L} = F - \mu mg \Rightarrow \mu mg = F - \frac{K}{L} = \frac{FL - K}{L}$   
 $0 - K = A \cdot p \Rightarrow -K = -\mu mg S \Rightarrow K = \mu mg S$   
 $S = \frac{L(F - \mu mg)}{\mu mg} = L \left( \frac{F}{\mu mg} - 1 \right)$   
 $S = L \left( \frac{FL - K}{FL - K} \right) = \frac{KL}{FL - K}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$K = m \frac{v^2}{2}$$

$$S = \frac{K}{\mu mg}$$

$$K = \mu mg S$$

$$a_1 t = a_2 t$$

$$a_1 \frac{t^2}{2} = a_2 \frac{t^2}{2}$$

$$K = ma h = h(F - \mu mg)$$

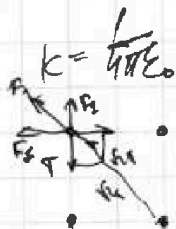
$$2ah = \mu mg S$$

$$ah = \mu g S \Rightarrow S = \frac{ah}{\mu g}$$

$$3x + 2y =$$

$$= 8 + 8x$$

$$5x = 16$$



$$F_1 = k \frac{q^2}{a^2} \quad F_2 = k \frac{q^2}{2a^2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{2} T = \sqrt{2} F_1 + F_2$$

$$T = k \frac{q^2}{a^2} + \frac{k q^2}{2a^2} = \frac{k q^2}{2a^2} (\sqrt{2} + 1)$$

$$v = \sqrt{\frac{2aT}{(2+d)k}} = \sqrt{\frac{2aT \cdot 4 \cdot 6}{(\sqrt{2} + 1)k}}$$

$$X = \frac{16}{5}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{4 \cdot 5}{16} = \frac{5}{4}$$

$$K = ma h \quad K = \mu mg S \quad h =$$

$$S = \frac{K}{mg \mu} - \frac{K \sin d}{\mu mg (1 - \cos d)}$$

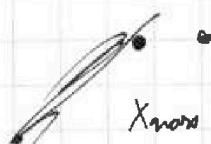


$$N = mg \cos d$$

$$ma = \mu mg \sin d - \mu N = -\mu g (\sin d + \cos d)$$

$$a = -g (\sin d + \mu \cos d) = -g (0,8 + 0,5 \cdot 0,8) = -g$$

$$\cos d = 0,8$$



$$\frac{0 \cdot 6 \cdot 3}{2 \cdot 10} = 1,8 \quad S = 80 T + \frac{a T^2}{2}$$

$$S = 80 T (-)$$

$$\frac{6 \cdot 6^3}{2 \cdot 10} = 1,8$$

$$T_2 = \frac{2v_0}{g}$$

$$h = (v_0 - u) T_2 - a \frac{T_2^2}{2} + u T_2$$

$$1,8 - 6 + 5 = 0,8$$

$$\frac{(1 - 0,6)^2}{2} = \frac{0,16}{2} = 0,08$$

$$831 \cdot 3 \approx 2500$$

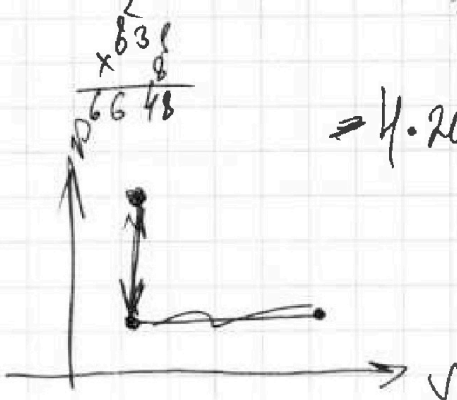
$$2400 \cdot 293$$

$$\Delta Q = C V \Delta T = \Delta Q + A$$

$$7 + 3,5 = 10,5 - 6 - 2 = 2,5$$

$$\frac{2,5}{195} = \frac{2,5}{105} = \frac{5}{21}$$

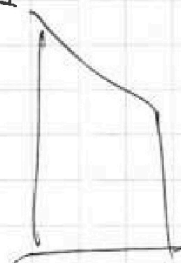
$$\Rightarrow 4 \cdot 200 \left( \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) = +80000$$



$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_3 V_3 = 4 \nu R T_1$$

$$\frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{V_3}{V_1} = 4$$





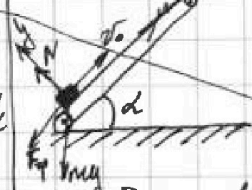
- 1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновой и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

Задача №2

Дано:  
 $\sin \alpha = 0,6$   
 $v_0 = 6 \text{ м/с}$   
 $\mu = 0,5$   
 $T = 1 \text{ с}$



1) Запишем систему уравнений и найдем ускорение коробки из нее: (пользуясь законами Ньютона в координатах Xy):  

$$\begin{cases} N = mg \cos \alpha \\ F_{\text{тр}} = \mu N \\ ma = -\mu mg \sin \alpha - \mu N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \Rightarrow a = -g \\ F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha \\ N = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$u = 1 \text{ м/с}$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

По основному тригонометрическому тождеству  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$ .  
 Теперь найдем время  $T$ , за которое скорость коробки станет равна 0:

$$v_0 + at = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{-a} = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{6 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2 \cdot 1} = 0,6 \text{ с}$$

- 1)  $s = ?$   
 2)  $t_s = ?$   
 3)  $v = ?$

Т.к.  $t < T$ , то коробка сначала поедет вверх, а потом вниз, т.к. скорость будет уменьшаться и изменит своё направление. Найдем координату на оси X, где коробка остановится, или ее параллельную координату  $x_0 = 0$ .  
 $x - x_0 = v_0 t + a \frac{t^2}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = x_0 + v_0 t + a \frac{t^2}{2} = x_0 + \frac{v_0^2}{a} + \frac{v_0^2}{2a} = x_0 - \frac{v_0^2}{2a} = x_0 + \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

Теперь найдем координату коробки на оси  $x'$ , как через время  $T = 1 \text{ с}$ :

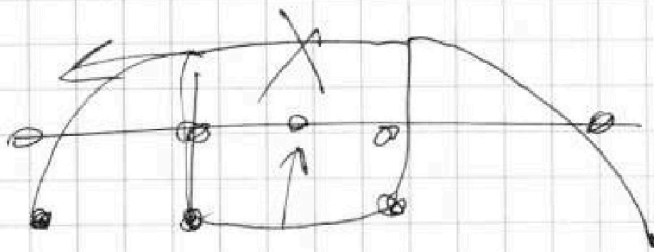
$$x' = x_0 + v_0 T + a \frac{T^2}{2} = v_0 T - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \frac{T^2}{2}$$

Тогда путь  $S$  пройденной коробкой за время  $T$  равен:  $S = |x - x_0| + |x - x'| \Leftrightarrow$

$$\Rightarrow S = \left| \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - 0 \right| + \left| \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - v_0 T + g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \frac{T^2}{2} \right|$$

$$S = \left| \frac{(6 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} - 0 \right| + \left| \frac{(6 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} - 6 \text{ м/с} \cdot 1 \text{ с} + 10 \text{ м/с}^2 \cdot (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) \cdot \frac{(1 \text{ с})^2}{2} \right|$$

$$S = 1,8 \text{ м} + 0,8 \text{ м} = 2,6 \text{ м}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

