



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{14}7^{13}$ ,  $bc$  делится на  $3^{19}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $3^{23}7^{42}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

*Handwritten solution for problem 3:*  

$$\begin{aligned} 3x^2-5x+6 &= (3x^2+x+1) + (5-6x) \\ 3x^2-5x+6 &= 3x^2+x+1+5-6x \\ -5x+6 &= x+6-6x \\ -5x+6 &= x+6-6x \\ -5x &= x-6x \\ -5x &= -5x \end{aligned}$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC = 1$  и  $BC = 25$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

*Handwritten solution for problem 5:*  

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{10}{z} \pm 6$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX = \sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD : DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} a \cdot b &: 3^{14} \cdot 7^{13} \\ b \cdot c &: 3^{13} \cdot 7^{17} \\ a \cdot c &: 3^{23} \cdot 7^{42} \end{aligned} \quad \Bigg| \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 &: 3^{14+14+23} \cdot 7^{13+17+42} \\ a^3 \cdot b^3 \cdot c^3 &: 3^{56} \cdot 7^{72} \\ \Rightarrow abc &: 3^{28} \cdot 7^{36} \end{aligned}$$

$$abc = k \cdot 3^{28} \cdot 7^{36}, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \min(abc) = 3^{28} \cdot 7^{36}$$

(при  $k=1$ )

$$\text{Ответ: } \min(a \cdot b \cdot c) = 3^{28} \cdot 7^{36}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$a, b \in \mathbb{N}$

$\frac{a}{b}$  - несократима  $\Rightarrow a$  и  $b$  не имеют общ. делителей

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

Если  $\frac{a}{b}$  - несократимая дробь, то  $\frac{b}{a}$  - несократимая дробь, при условии если  $\frac{a}{b}$  - несократимая дробь

~~$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$~~

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3  $\sqrt{3x^2-5x+6} - \sqrt{3x^2+x+1} = 5-6x$

Замена:  $\sqrt{3x^2-5x+6} = a, a \geq 0$   
 $\sqrt{3x^2+x+1} = b, b \geq 0$ , тогда  $5-6x = a^2 - b^2$

$\Rightarrow \begin{cases} a-b = a^2-b^2 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)(a+b) - (a-b) = 0 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)(a+b-1) = 0 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = 1-b \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$

T.O.  $\sqrt{3x^2-5x+6} = \sqrt{3x^2+x+1}$  (1)  
 $\sqrt{3x^2-5x+6} + \sqrt{3x^2+x+1} = 1$  (2)

(1)  $\sqrt{3x^2-5x+6} = \sqrt{3x^2+x+1} \Leftrightarrow 3x^2-5x+6 = 3x^2+x+1 \Leftrightarrow x = \frac{5}{6}$

(2)  $\sqrt{3x^2-5x+6} + \sqrt{3x^2+x+1} = 1$   
 ~~$\sqrt{3x^2-5x+6} \geq 0$   
 $\sqrt{3x^2+x+1} \geq 0$   
 $\Rightarrow \begin{cases} 3x^2-5x+6 \leq 1 \\ 3x^2+x+1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 3x^2+x \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-\frac{1}{3}, 0]$~~

$\sqrt{3(x-\frac{5}{6})^2 + \frac{47}{12}} + \sqrt{3(x+\frac{1}{6})^2 + \frac{11}{12}} = 1$

$\Rightarrow \min(\sqrt{3(x-\frac{5}{6})^2 + \frac{47}{12}}) = \sqrt{\frac{47}{12}}$

$\alpha \min(\sqrt{3(x+\frac{1}{6})^2 + \frac{11}{12}}) = \sqrt{\frac{11}{12}}$

очень  
значимые  
выражения

$\frac{\sqrt{47} + \sqrt{11}}{\sqrt{12}}$

$6 < \sqrt{47} < 7$   
 $3 < \sqrt{11} < 4$   
 $3 < \sqrt{12} < 4$

$\Rightarrow 3 < \frac{\sqrt{47} + \sqrt{11}}{\sqrt{12}} < 3\frac{3}{4}$

Ответ:  $x = \frac{5}{6}$

$\Rightarrow \sqrt{3x^2-5x+6} + \sqrt{3x^2+x+1} = 1$  (не имеет решений)

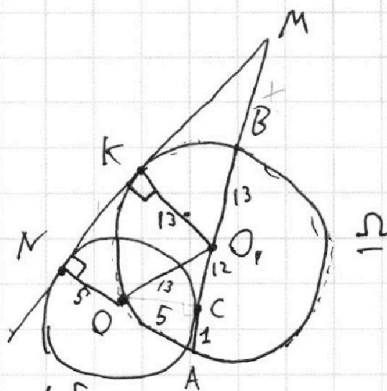
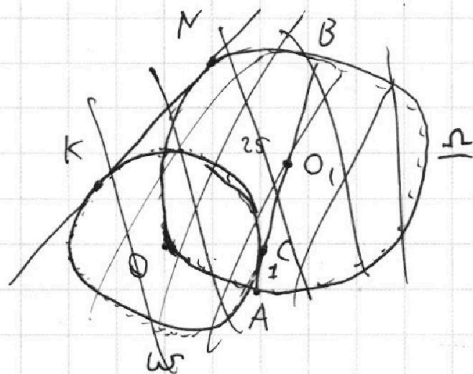
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$BC=25$   
 $AC=1$   
 $(-) O \in \omega$   
 $AB \cap \omega = C$   
 $MK=?$

1).  $AB = AC + BC = 26 \approx 13$   
 $BO_1 = O_1A = \frac{1}{2} AB$  (как радиусы)

$\Rightarrow O_1C = O_1A - AC = 12$

2). Проведём  $O_1K \perp MN$  (так как радиус проведённый в точку кас.  $\perp$  касательной)

3). Проведём  $OC \perp MA$  (как радиус проведённый в точку кас.)

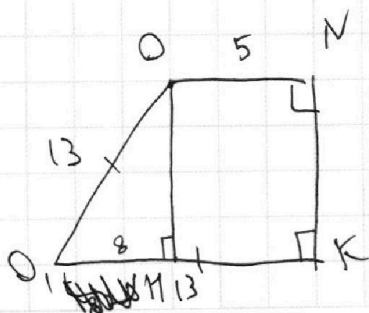
$\triangle OCO_1$ : - прямоугольный ( $OC \perp MA$ )  
 $O_1O = 13$  (как радиус  $\omega$ )

$O_1C = 12$   
 $\Rightarrow OC = \sqrt{169 - 144} = 5$

4).  $ON \perp MN$  (радиус, проведённый в точку кас.)  
 $O_1K \perp MN$  ( $\Rightarrow \perp$ )

$\Rightarrow ON \parallel O_1K$  (две прямые, перпендикул. к третьей  $\parallel$ )

$\Rightarrow$  Четыр.  $OMKO_1$  - трапеция.



Проведём  $ON = NK$   
 $O_1N = O_1K - ON = 8$

$\Rightarrow$  По т. Пифагора:

$ON = NK = \sqrt{O_1O^2 - O_1N^2} = \sqrt{105}$   
 Ответ:  $NK = \sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5

$$\begin{cases} 5x - y = 3z & (1) \\ \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} & (2) \end{cases} \quad x, y, z \neq 0$$

$$\min \left( \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} \right) \quad (3)$$

Умножим (1) на (2):

$$40 + \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} - 1 = 45$$

$$\Rightarrow 5 \cdot \frac{x}{y} - 8 \cdot \frac{y}{x} = 6 \quad \text{Замена: } t = \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow 5t - \frac{8}{t} = 6$$

$$\Rightarrow 5t^2 - 6t - 8 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{3 \pm 7}{5} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Подставим в (1):

$$\begin{cases} z = 3y \\ z = -\frac{5y}{3} \end{cases}$$

т.о.,  $\begin{cases} x = 2y \\ x = -\frac{4y}{5} \end{cases}$

Подставим в (3):

$$\begin{cases} z = 3y & (1) \text{ случай} \\ z = -\frac{5}{3}y & (2) \text{ случай} \end{cases}$$

(1) случай  $\begin{cases} x = 2y \\ z = 3y \end{cases}$  :  $\frac{25 \cdot 4y^2 - y^2 - 9y^2}{y^2 + 3 \cdot 9y^2} = \frac{100y^2 - y^2 - 9y^2}{28y^2} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{45}{14}$

(2) случай  $\begin{cases} x = -\frac{4y}{5} \\ z = -\frac{5y}{3} \end{cases}$  :  $\frac{25 - (\frac{4y}{5})^2 - y^2 - (\frac{5y}{3})^2}{y^2 + 3 \cdot (\frac{5y}{3})^2} = \frac{25 - \frac{16y^2}{25} - y^2 - \frac{25y^2}{9}}{y^2 + 25y^2} = \frac{16y^2 - y^2 - \frac{25y^2}{9}}{y^2 + \frac{25y^2}{3}} = \frac{(16 \cdot 9 - 9 - 25)}{9} \cdot \frac{28}{3} = \frac{55}{42} = \frac{13}{42}$

Ответ:  $\min \left( \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} \right) = \frac{55}{42} = \frac{13}{42}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$5x - y = 3z \quad (1)$   
 $\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad (2)$

$\Rightarrow 5x - y = \frac{45xy}{8y+x} \Rightarrow \frac{45xy}{x+8y} - \frac{5x-y}{1} = 0$

$\Rightarrow \frac{45xy - 5x^2 - 40xy + xy + 8y^2}{x+8y} = 0$

$\Rightarrow 8y^2 - 5x^2 + 6xy = 0$   
 $(3x+y)^2 - 14x^2 + 7y^2 = 0$

$(-11x+y)(17x+y)$   
 $(3x+y-\sqrt{14}x)(3x+y+\sqrt{14}x) = -7y^2$   
 $(x(3-\sqrt{14})+y)(x(3+\sqrt{14})+y) = -7y^2$

$-7y^2 \leq 0$  всегда  
 $\Rightarrow \begin{cases} x(3-\sqrt{14})+y < 0 \\ x(3+\sqrt{14})+y > 0 \\ x(3-\sqrt{14})+y > 0 \\ x(3+\sqrt{14})+y < 0 \end{cases}$

$\min \left( \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} \right) - 1$   
 $25x^2 + y^2 - z^2$

$5x = 3z + y \Rightarrow 25x^2 = (3z+y)^2$

$\frac{(3z+y)^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} \quad (3)$

x выражаем из (1) и подставляем в (2):  
 $\frac{40}{3z+y} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \Rightarrow \frac{41y+3z}{(3z+y)y} = \frac{15}{z} \Leftrightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{41yz + 3z^2 - 15zzy - 15y^2}{(3z+y)zy} = 0$

$3z^2 - 4zy - 15y^2 = 0 \Rightarrow \frac{3z^2 + y^2}{(3z+y)(-zy)} - \frac{16y^2 + 4zy}{(3z+y)(-zy)} = 0$

$\Rightarrow \frac{8z^2 + 6zy}{16y^2 + 4zy} = \frac{4z^2 + 3zy}{8y^2 + 2zy}$

сложим (1) + (2):  $5x + \frac{8}{x} - y + \frac{1}{y} = 3z + \frac{15}{z}$

умножим (1) на (2):  $40 + \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} - 1 = 45 \Rightarrow \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} = 6$   
 $\Rightarrow \frac{x}{y} = z, \frac{y}{x} = -\frac{4}{5}$

подстав-  
 лем в  
 (3)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} S &= z \\ v_B &= x \\ v_A &= y \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \frac{z}{x} - \frac{z}{y} = 1 \\ z \cdot \frac{x}{y} - z \cdot \frac{y}{x} = -49 \\ \frac{z}{x+7} - \frac{z}{y+7} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} z &= \frac{xy}{y-x} \\ z &= \frac{49 \cdot xy}{y^2 - x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+7 &= k \\ y+7 &= p \end{aligned}$$

$$z \cdot \frac{p-k}{pk} = \frac{3}{5}$$

$$z = \frac{3pk}{5(pk)}$$

$$\frac{z}{15 \cdot (56-x)} - \frac{z}{15 \cdot (x+7)} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{xy}{y-x} &= \frac{49xy}{y^2-x^2} \\ 49 &= y+x \\ \boxed{x+y=49} \end{aligned}$$

56  
x21  
56  
112  
1176  
1029  
1176  
1176  
1029  
17  
16  
16  
152  
245  
1368  
608  
7448  
7000  
42  
45158  
x21  
58  
1029  
577  
53378  
456  
1177  
1051  
1239

$$280z - 5z \cdot x - 5z \cdot x - 35z - 168x + 3x^2 - 1176 + 2(x^2 - y^2) = 0$$

$$z = \frac{3(xy + 7x + 7y + 49)}{5(y-x)}$$

$$z = \frac{(49-x)x}{49-2x}$$

$$\frac{3xy + 21x + 21y + 147}{5(y-x)} = \frac{49-x}{y-x}$$

$$\begin{aligned} 49z - 2xz &= 49x - x^2 \quad | \cdot 3 \\ -3x^2 + 147x &= 147z - 6xz \\ 3x^2 - 147x &= 1176 + 1029x - 145z \end{aligned}$$

$$49 \cdot 5 - 5xy = 49 \cdot (3xy + 21x + 21y + 147)$$

$$245 - 5xy = 147xy + 1029x + 1029y + 47203 \Rightarrow z + 2xz + 588 = 0$$

$$\begin{aligned} 152xy + 1029x + 1029y + 6958 &= 0 \\ x &= \frac{-6958 - 1029y}{152y + 1029} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= \frac{-z - 588}{2z} \\ 49z - (-z - 588) &= \frac{-49(z+588)}{2z} - \frac{(z+588)^2}{4z^2} \end{aligned}$$

$$\frac{-6958 - 1029y}{152y + 1029} = 49 - y$$

$$50z + 588 = \frac{-49z - 38812}{2z} - \frac{z^2}{4z^2}$$

$$-6958 - 1029y = -152y^2 - 1029y + 152y \cdot 49 + 49 \cdot 1029 \quad 152y^2 - 57378 = 0$$



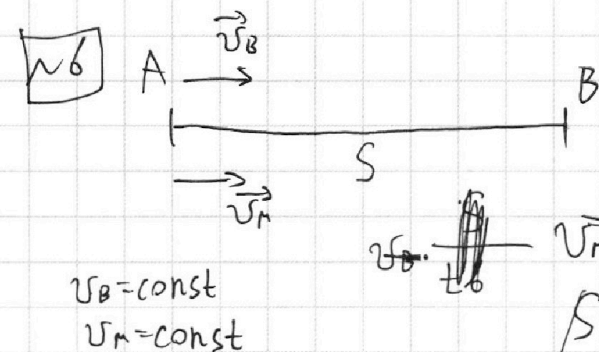
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S}{v_B} = t_B$$

$$\frac{S}{v_M} = t_M$$

~~$$v_M(t_M+1) = v_B \cdot t_B$$~~

~~$$\frac{S}{v_B} = t_B$$

$$\frac{S}{v_M} = t_M$$~~

$$\frac{S}{v_B} - 1 = \frac{S}{v_M} \quad (1)$$

~~$$v_B \cdot t_M = v_M \cdot t_B - 49 \quad (2)$$~~

~~$$\frac{S}{v_B+7} = \frac{S}{v_M+7} + 0,6 \quad (3)$$~~

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{S}{v_B} - \frac{S}{v_M} = 1 \quad (1) \\ S \cdot \frac{v_B}{v_M} = S \cdot \frac{v_M}{v_B} - 49 \quad (2) \\ \frac{S}{v_B+7} = \frac{S}{v_M+7} + 0,6 \quad (3) \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{S(v_M - v_B)}{v_B \cdot v_M} = 1 \Rightarrow S = \frac{v_B \cdot v_M}{v_B - v_M}$$

Подставим во (2):

$$\frac{v_B^2}{v_M - v_B} = \frac{v_M^2}{v_M - v_B} - 49 \Leftrightarrow v_B^2 = v_M^2 - 49v_M + 49v_B$$

~~$$\Leftrightarrow v_M^2 - 49v_M + 49v_B - v_B^2 = 0$$

$$\Rightarrow v_M = 49 \pm 1$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

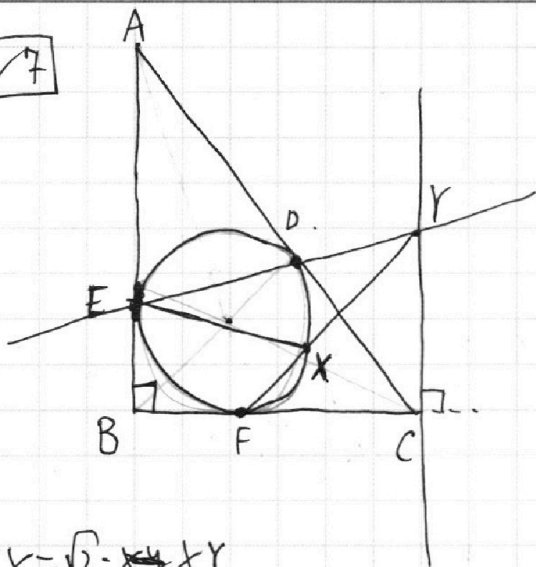
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1    2    3    4    5    6    7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

7



$$EX = \sqrt{2} \cdot XY$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

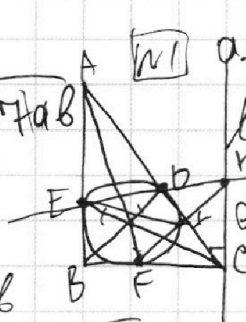
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(1)  $(a-b)^2 + 7ab$



(2)  $(a-b)^2 - 7ab$

(3)

$ab: 3^{14} \cdot 7^{13}$   
 $bc: 3^{13} \cdot 7^{14}$   
 $ac: 3^{23} \cdot 7^{11}$

$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2: 3^{56} \cdot 7^{72}$   
 $5t - \frac{8}{t} = 6$   
 $t^2 - 6t - 8 = 0$   
 $t = 8$

$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 7$   
 $\begin{cases} 3x^2 - 5x + 6 < 1 \\ 3x^2 + x + 1 < 1 \end{cases}$   
 $\begin{cases} 3x^2 - 5x + 5 < 0 \\ 3x^2 + x < 0 \end{cases}$

$\sqrt{3(x^2 - \frac{5}{3}x) + 6} - \sqrt{3(x + \frac{1}{3}x) + 1} = 5 - 6x$   
 $3(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{25}{12} + 6 = 3(x + \frac{1}{3}x)^2 - \frac{1}{12} + 1$

$3(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{25}{12} + 6 = 3(x + \frac{1}{3}x)^2 - \frac{1}{12} + 1$   
 $3(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{25}{12} + 6 = 3(x + \frac{1}{3}x)^2 - \frac{1}{12} + 1$

$6(\frac{5}{6} - x) \sqrt{3(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{47}{12}} = x(3x + 1) < 0$   
 $x \in [-\frac{1}{3}, 0]$   
 $4 = 5 - 6(t + \frac{1}{2})$

$\sqrt{3(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{47}{12}} = 3 - 6t$   
 $3(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{47}{12} + 3(t + \frac{1}{2})^2 + \frac{11}{12} = (3 - 6t)^2$

$6t^2 + \frac{3}{2} + \frac{58}{12} - 2\sqrt{9(t - \frac{1}{2})(t + \frac{1}{2})} = 9 - 36t$   
 $8t^2 + 30t + 2 = 2\sqrt{9(t - \frac{1}{2})(t + \frac{1}{2})}$

$4t^2 + 15t + 1 = \sqrt{9(t - \frac{1}{2})(t + \frac{1}{2})}$   
 $16t^4 + 60t^3 + 60t^2 + 15t + 1 = 9(t^2 - \frac{1}{4})$   
 $16t^4 + 60t^3 + 51t^2 + 15t + \frac{5}{4} = 0$

$64t^4 + 240t^3 + 204t^2 + 60t + 5 = 0$   
 $8t^2 + 30t + 2 = 0$   
 $t = \frac{-30 \pm \sqrt{900 - 64}}{16} = \frac{-30 \pm \sqrt{836}}{16}$

$a^2 - a + b - b^2 + 2ab\sqrt{a-b} - 2b\sqrt{a-b} = 0$   
 $(a-b)(a+b) - (a-b) + 2ab\sqrt{a-b} - 2b\sqrt{a-b} = 0$   
 $(\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b})(a+b) - (\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b}) + 2\sqrt{a-b}(ab - b) = 0$

$(\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b})(a+b) - (\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b}) + 2\sqrt{a-b}(ab - b) = 0$

Заметим

a  $a - b = a^2 - b^2$   
 б  $(a-b)(a+b) - (a-b) = 0$   
 $(a-b)(a+b-1) = 0$   
 $x - \frac{5}{6} + x + \frac{1}{3} = 0$   
 $2x - \frac{5}{6} + \frac{2}{6} = 0$   
 $2x - \frac{3}{6} = 0$   
 $2x = \frac{1}{2}$   
 $x = \frac{1}{4}$

$\sqrt{a-b} = a-b$   
 $\sqrt{a+b} = a+b$   
 $a+b = a^2 + b^2$   
 $a^2 + b^2 - a - b = 0$   
 $(a^2 - a) + (b^2 - b) = 0$   
 $a(a-1) + b(b-1) = 0$   
 $a^2 - a + b^2 - b = 0$   
 $(a^2 + b^2) - (a+b) = 0$   
 $(a+b) - (a+b) = 0$   
 $0 = 0$

$5x + y = 3z$   
 $\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$   
 $8zy + xz - 15xy = 0$   
 $xy \neq 0$   
 $8z + xz - 15y = 0$   
 $5x = y + 3z$   
 $25x^2 + 6y^2 = 9z^2$   
 $25x^2 - (5x - 3z)^2 = 6y^2$   
 $25x^2 - (25x^2 - 30xz + 9z^2) = 6y^2$   
 $30xz - 9z^2 = 6y^2$   
 $5xz - \frac{3}{2}z^2 = y^2$   
 $(z^2 + y^2) + 2z^2 = 8z^2 + 30xz$   
 $y^2 + 3z^2 = 7z^2 + 30xz$

$5x = y + 3z$   
 $25x^2 + 6y^2 = 9z^2$   
 $25x^2 - (5x - 3z)^2 = 6y^2$   
 $25x^2 - (25x^2 - 30xz + 9z^2) = 6y^2$   
 $30xz - 9z^2 = 6y^2$   
 $5xz - \frac{3}{2}z^2 = y^2$

$25x^2 - (5x - 3z)^2 = 6y^2$   
 $25x^2 - (25x^2 - 30xz + 9z^2) = 6y^2$   
 $30xz - 9z^2 = 6y^2$   
 $5xz - \frac{3}{2}z^2 = y^2$

$(a-b)(a+b) - (a-b) + 2ab\sqrt{a-b} - 2b\sqrt{a-b} = 0$   
 $(\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b})(a+b) - (\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b}) + 2\sqrt{a-b}(ab - b) = 0$