



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a = 2^{n_1} \cdot 3^{n_2} \cdot 5^{n_3}$ $b = 2^{n_4} \cdot 3^{n_5} \cdot 5^{n_6}$ $c = 2^{n_7} \cdot 3^{n_8} \cdot 5^{n_9}$

В условии минимальности abc никакие группы множителей не будет. но условие.

$ab:2^3$ $bc:2^4$ $ac:2^{13} \Rightarrow n_1+n_4 \geq 3$ $n_1+n_7 \geq 13$ $n_7+n_9 \geq 14$
 чем меньше сумма, тем меньше произведение
 $n_1+n_4+n_7 \geq 21$ - оценка

Пусть $n_1=4$ $n_4=2$ $n_7=12$ - проверим - подходит
под все условия ~~и др.~~ значит это минимум где степени 2, сделаем аналогично с 3.

$n_2+n_5 \geq 10$ сложим $n_2+n_5+n_8 \geq \frac{11}{2}$ поскольку $n_2, n_5, n_8 \in \mathbb{N}$

$n_5+n_8 \geq 13$
 $\Rightarrow n_2+n_5+n_8 \geq 21$ - оценка.

$n_1+n_7 \geq 18$

Пример: $n_2=8$ $n_5=3$ $n_8=10$ - удовлетворяет всем условиям, значит 21 минимальная сумма степеней аналогично с 5.

$n_3+n_6 \geq 10$

$n_3+n_9 \geq 30$

$n_6+n_9 \geq 13$

Пример:

сложим

~~$n_3+n_6+n_9 \geq 26,5$ т.к. $n_3, n_6, n_9 \in \mathbb{N}$~~

~~$n_3+n_6+n_9 \geq 24$ - оценка.~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим $n_3 + n_5 \geq 30$ значит $n_3 + n_5 + n_6 \geq 30$, т.к.
 $n_6 \geq 0$ — очевидна

Пример $n_3 = 15$ $n_5 = 15$ $n_6 = 0$. — подходит.
значит 30 — минимальная сумма степеней.
Средним 3 части.

$$a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{15} \quad b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^0 \quad c = 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{15}$$

Тогда $abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$ — минимальное произр.
отв: $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

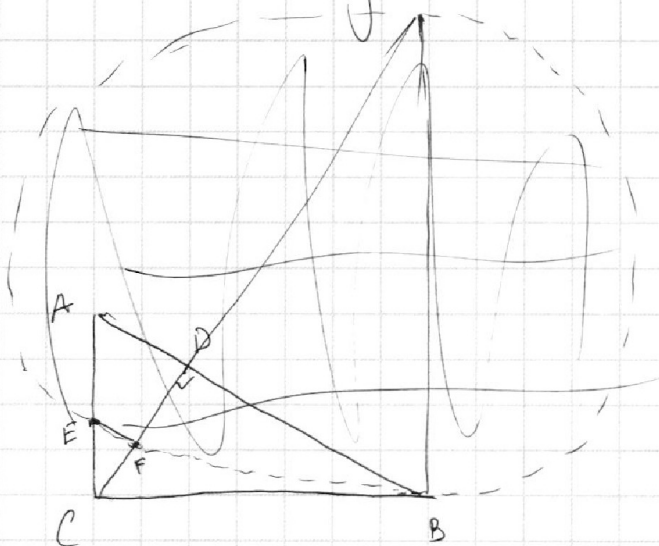
7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2



Дано: $\triangle ABC$

$CD \perp AB$ $DE \perp AB$

CB - касат к окр.

ABE ; $EF \parallel AD$

$AD : DB = 1 : 3$

$S_{ABC} = S_{CEF} - ?$

Решение:

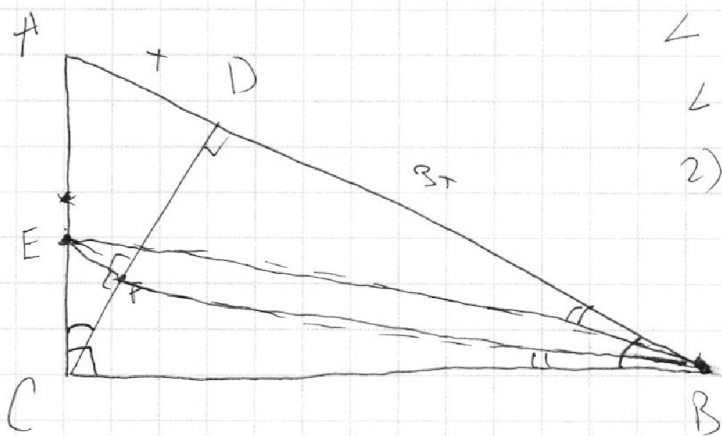
1) $\angle EFD = \angle FDB$ ($EF \parallel AD$)

$\angle EFC = 90^\circ$ 30°

$\angle ACD = 90^\circ - \angle A = \angle CBA$

2) $\angle ECF = \angle ABC$ $\angle ACB = \angle EFC$ $\Rightarrow \triangle EFC \sim \triangle ABC$

3) Пусть $AD = x$; $DB = 3x$



Тогда $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{3}x$ тогда по т. Пиф $CB = 2\sqrt{3}x$;
 $CA = 2x$

$\frac{CA}{AD} = 2 \Rightarrow \angle ACD = 30^\circ$ и если $\angle EBC = 2$; тогда

$\angle EFB = 180 - 2$ (по св. окр.) тогда $\angle DFB = 90 - 2$

Тогда $\angle FBD$ тоже $= 2 = \angle EBF$; значит

$\angle EBA = \angle FBC$; $\angle A = 90 - \angle CBA = \angle DCB$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle EBA = \angle FBC \\ \angle FEB = \angle A \end{array} \right. \Rightarrow \triangle CFB \sim \triangle BEA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CF}{EA} = \frac{AB}{EB} = \frac{4x}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{AE}{CF}$$

Пусть ~~CF=x~~. $EF=y$; тогда из упроб получим
или $CF = \sqrt{3}y$ $CE = 2y$.

$$AE = CA - CE = 2x - \sqrt{3}y. \quad 2y.$$

$$\frac{AE}{CF} = \frac{2x - \sqrt{3}y}{\sqrt{3}y} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{2x}{\sqrt{3}y} = \frac{2}{\sqrt{3}} + 1.$$

$$x = y + \frac{\sqrt{3}}{2}y = y \frac{\sqrt{3}+2}{2}.$$

найдем коэффициент подобия

$$k = \frac{AB}{CE} = \frac{4x}{2y} = 2 \quad \frac{x}{y} = \sqrt{3} + 2.$$

$$\text{Тогда } \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = k^2 = 4 + 4\sqrt{3}.$$

$$\frac{2x - 2y}{2y} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}} + 1$$
$$k = \frac{AB}{CE} = 2 \quad \frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}} + 1 \quad \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = k^2 = \frac{28}{3} + \frac{16\sqrt{3}}{3}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AE = 2x - 2y.$$

$$\frac{AE}{CF} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2x - 2y}{\sqrt{3}y} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{2x - 2y}{y} = 2$$

$$\frac{x - y}{y} = 1 \quad x = 2y \quad \frac{x}{y} = \frac{2}{1}$$

$$k = \frac{AB}{CE} = \frac{2x}{y} = 4$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = k^2 = 16$$

Ответ: 16.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin y \in [-\frac{\pi}{2}; +\frac{\pi}{2}] \Rightarrow 5 \arcsin y \in [-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in [-\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$$

Если φ находится в $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$\varphi \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \arcsin(\sin \varphi) = \varphi$$

$$\varphi \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}] \Rightarrow \arcsin(\sin \varphi) = \pi - \varphi$$

Пусть $x = \varphi \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

(1) Пусть

Пусть $x = \varphi \in [-\pi; \frac{\pi}{2}] + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

тогда

$$5 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = x + \frac{\pi}{2}$$

тогда

(1) Пусть

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi)) = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi - 2\pi k)) = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

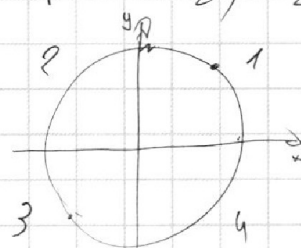
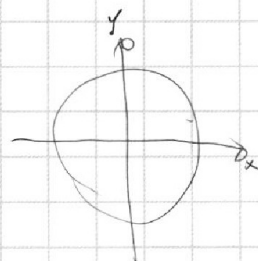
$$5(\frac{\pi}{2} - \varphi) = \varphi + 2\pi k + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi = 6\varphi + 2\pi k$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi k}{3}$$

Рассмотрим при $k \in \mathbb{Z}$

$$\frac{\pi}{2} - \varphi \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \varphi \in [0; \pi]$$



$$\text{тогда } \frac{\pi}{2} - \varphi \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

из отр. k может быть равно

$$k = -2; -1; 0; 1; 2$$

$$\text{т.к. } x \in [-3\pi; 2\pi]$$

$$\varphi \in [-\pi; \pi]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$K=1 \quad \varphi=0 \quad - \text{подх} \quad (x=2\pi)$$
$$K=2 \quad \varphi=-\frac{\pi}{2} \quad - \text{не подх.} \quad \times$$

Объединим решения.

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -3\pi \\ x = -\frac{4\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} \\ x = 2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Отв: } \frac{\pi}{2}; -3\pi; -\frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; 2\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$k = -2$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \text{не подходит. } \frac{\pi}{2} - \varphi = \frac{5\pi}{6} - \text{не подходит.}$$

$$k = -1$$

$$\varphi = 0 - \text{не подходит.}$$

$$k = 0$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3} - \text{не подходит.}$$

$$k = 1$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{3} - \text{не подходит.}$$

$$k = 2$$

$$\varphi = \pi - \text{не подходит.}$$

Тогда

$$x = -2\pi$$

$$k = -2$$

$$\varphi = \pi - \text{не подходит. по огр.}$$

$$k = -1$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{3} - \text{не подходит по огр.}$$

$$k = 0$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3} - \text{не подходит. по огр.}$$

$$k = 1$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{3} - \text{не подходит. } \varphi = 0 - \text{не подходит по огр.}$$

$$k = 2$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \text{не подходит.}$$

$$x = -3\pi$$

$$x = -\frac{4\pi}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$x = 2\pi$$

(2) случай.

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi - 2\pi k)) = \frac{\pi}{2} + \varphi.$$

$$\frac{\pi}{2} + \varphi = \varphi + 2\pi k + \frac{\pi}{2}.$$

$$4\varphi = 2\pi k - 2\pi$$

$$\varphi = \frac{\pi k}{2} - \frac{\pi}{2}$$

Аналитическая проверка

$$k = -2; \varphi = -\frac{3\pi}{2} - \text{не подходит}$$

$$k = -1; \varphi = -\pi - \text{не подходит}$$

$$k = 0; \varphi = -\frac{\pi}{2} - \text{не подходит}$$

$$k = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

$$\text{ограничения } \frac{\pi}{2} - \varphi \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$$

$$\varphi \in [-\pi, 0]$$

$$x = -3\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

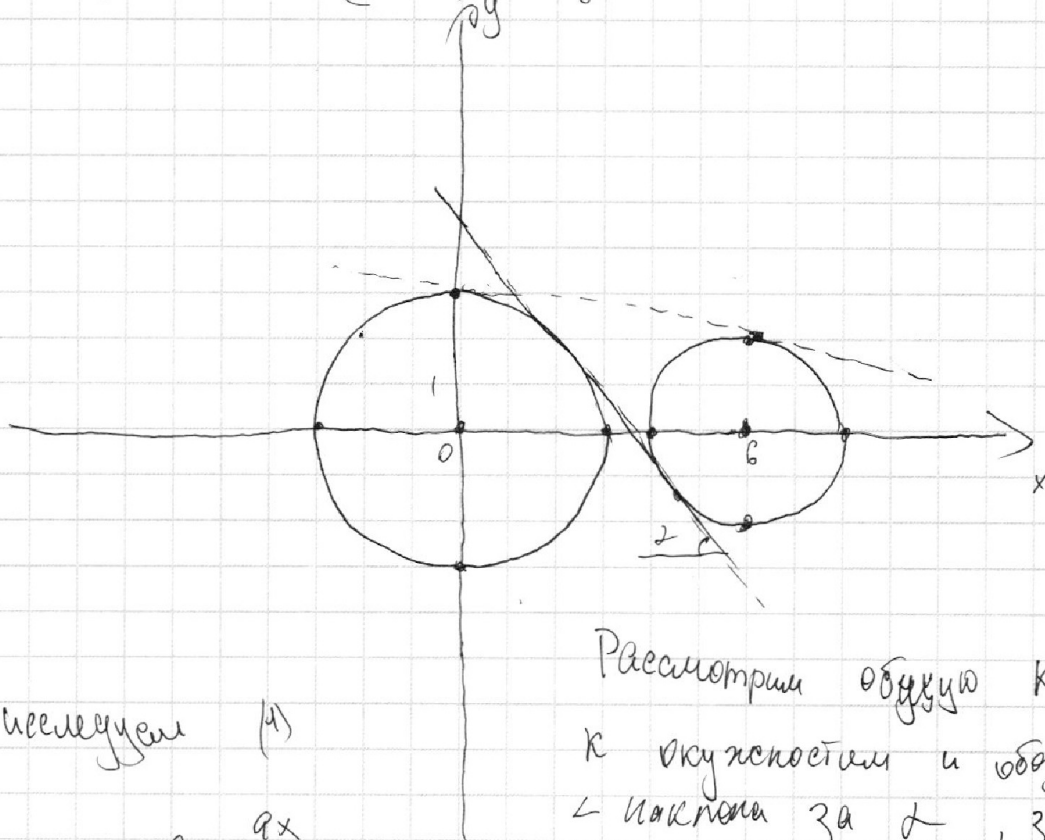
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) $ax + 2y - 36 = 0$

2) $(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 + 32 - 12x) = 0$

3) $(x^2 + y^2 - 9)((x - 6)^2 + y^2 - 4) = 0$ построим график.



исключаем 1)

$$y = 1,56 - \frac{ax}{2}$$

Рассмотрим общую касательную
к окружностям и обозначим
 $\angle$ наклона за α , заметим
если $\angle \varphi$ - прямой $\angle (45^\circ; \alpha)$
найдем φ при которых будет
решение а если $\angle \varphi \in (\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ - тогда
нет.

найдем предельный α .

(рассматриваем отриц. наклоны ($a \geq 0$))

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

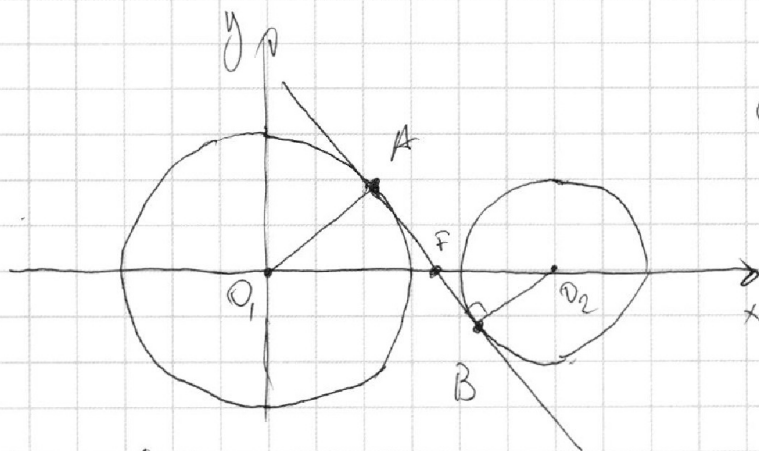
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle O_1AF \sim \triangle FBO_2$
 $(\angle O_1AF = \angle FBO_2 = 90^\circ)$
 $\angle O_1AF = \angle O_2FB$
 (верт.)

$$\frac{O_1A}{BO_2} = \frac{O_1F}{FO_2}$$

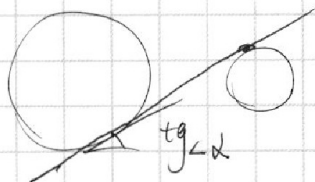
$$\frac{3}{2} = \frac{O_1F}{6 - O_1F} \quad 18 = 5O_1F \quad O_1F = \frac{18}{5}$$

$$\cos \angle A O_1 F = \sin \angle O_1 F A = \frac{O_1A}{O_1F} = \frac{5}{6}$$

$\cos \angle O_1 F A = \frac{\sqrt{11}}{6}$
 $\tan \angle O_1 F A = \frac{5}{\sqrt{11}}$ — предельный угол, значит чтобы получился 4 решения

$$\frac{a}{2} \leq \frac{5}{\sqrt{11}} \quad 0 \leq a < \frac{10}{\sqrt{11}}$$

аналогично для положительных наклонов т.к. окружности симметрично расположены



$$-\frac{a}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}} \quad a < -\frac{10}{\sqrt{11}}$$

решение по складывае случаев

получаем $a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$

ответ: $\left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 3^5 - 8$$

ОДЗ $x > 1$
 $x \neq 1$

Пусть $\log_3 x = f$ тогда $\log_x 3 = \frac{1}{f}$

$f \neq 0$
 $f \neq 1$

$$f^4 + 6 \frac{1}{f} = \frac{5}{2} \frac{1}{f} - 8$$

$$f^4 + \frac{1}{2f} + 8 = 0 \quad | \cdot 2f \quad f \neq 0$$

$$2f^5 + 16f - 1 = 0$$

$g(f) = 2f^5 + 16f - 1$
Функция g — монотонно возрастает. 1 корень;

$$2f(f^4 + 8) = 1 \quad \log_3 x = f$$

т.к. функция g возрастает.

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} 3^5 - 8$$

Замена $\log_3 5y = t$ $\log_{5y} 3 = \frac{1}{t}$

$$t^4 + \frac{2}{t} = \frac{5}{2} \frac{1}{t} - 8$$

$$\log_3 x = f \quad \log_x 3 = \frac{1}{f} \quad f \neq 0$$

$$f^4 + \frac{6}{f} = \frac{5}{2} \frac{1}{f} - 8$$

$$f^5 + 8f + \frac{1}{2f} = 0 \quad | \cdot 2f$$

$$2f^5 + 16f + 1 = 0$$

1 корень т.к. функция $g = 2f^5 + 16f$ монотонно растёт.

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} 3^5 - 8$$

$$t = \log_3 5y$$

$t \neq 0$

$$t^4 + \frac{2}{t} = \frac{5}{2} \frac{1}{t} - 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~2t^5~~ $2t^5 + 16t - \frac{1}{t} = 0$ — аналогично 1 корень.

$t = \log_3 5y$ $y =$

$$2 \log_3^5 5y + 16 \log_3 5y - \frac{1}{y} = 0$$

$$2 \log_3^5 x + 16 \log_3 x + 1 = 0,$$

$$2(\log_3^5 x + \log_3^5 5y) + 16 \log_3 5xy - \frac{1}{y} = 0.$$

~~$2t^3 + 16t + 1 = 0$~~

$$\log_3^4 x + 0,5 \log_3 x = \log_3^4 5y + 3,5 \log_3 y.$$

$$(\log_3^2 x + \log_3^2 5y) (\log_3^2 xy) \log_3 \left(\frac{x}{y}\right) + 0,5 (\log_3 x - 4 \log_3 5y).$$

Ответ: $xy = 0,2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33.$$

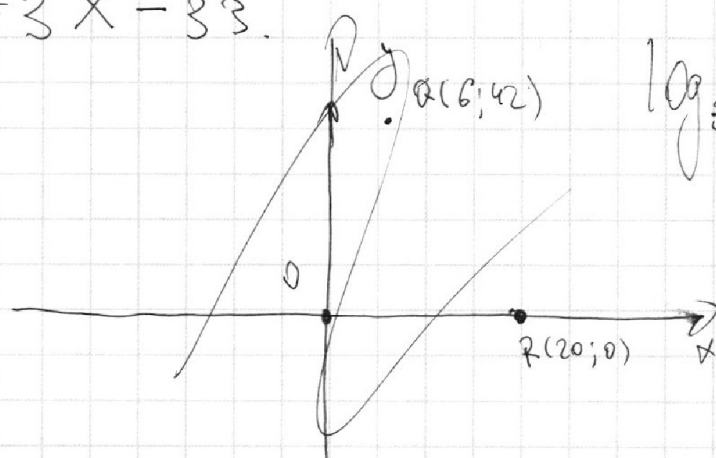
$$3(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1) = 33.$$

$$x_2 - x_1 = X \in \mathbb{Z}$$

$$y_2 - y_1 = Y \in \mathbb{Z}.$$

$$3X - Y = 33$$

$$Y = 3X - 33.$$



$$\log_3 \log_3 x = f.$$

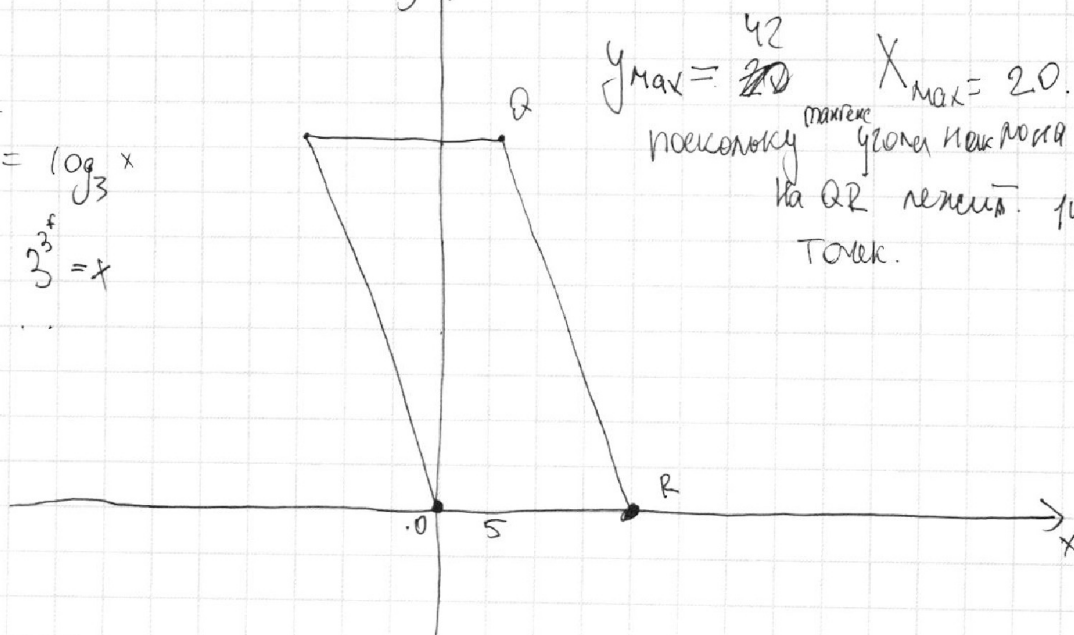
$$\log_3^f = \log_3^1$$

$$\log_3$$

нарисуем скелетный график

$$3^{-1} = \log_3 x$$

$$3^{3^f} = x$$



$$Y_{\max} = 42$$

$$X_{\max} = 20.$$

поискоску также углов и максимум $RQ=3$.
на QR лежит 14 целых
точек.



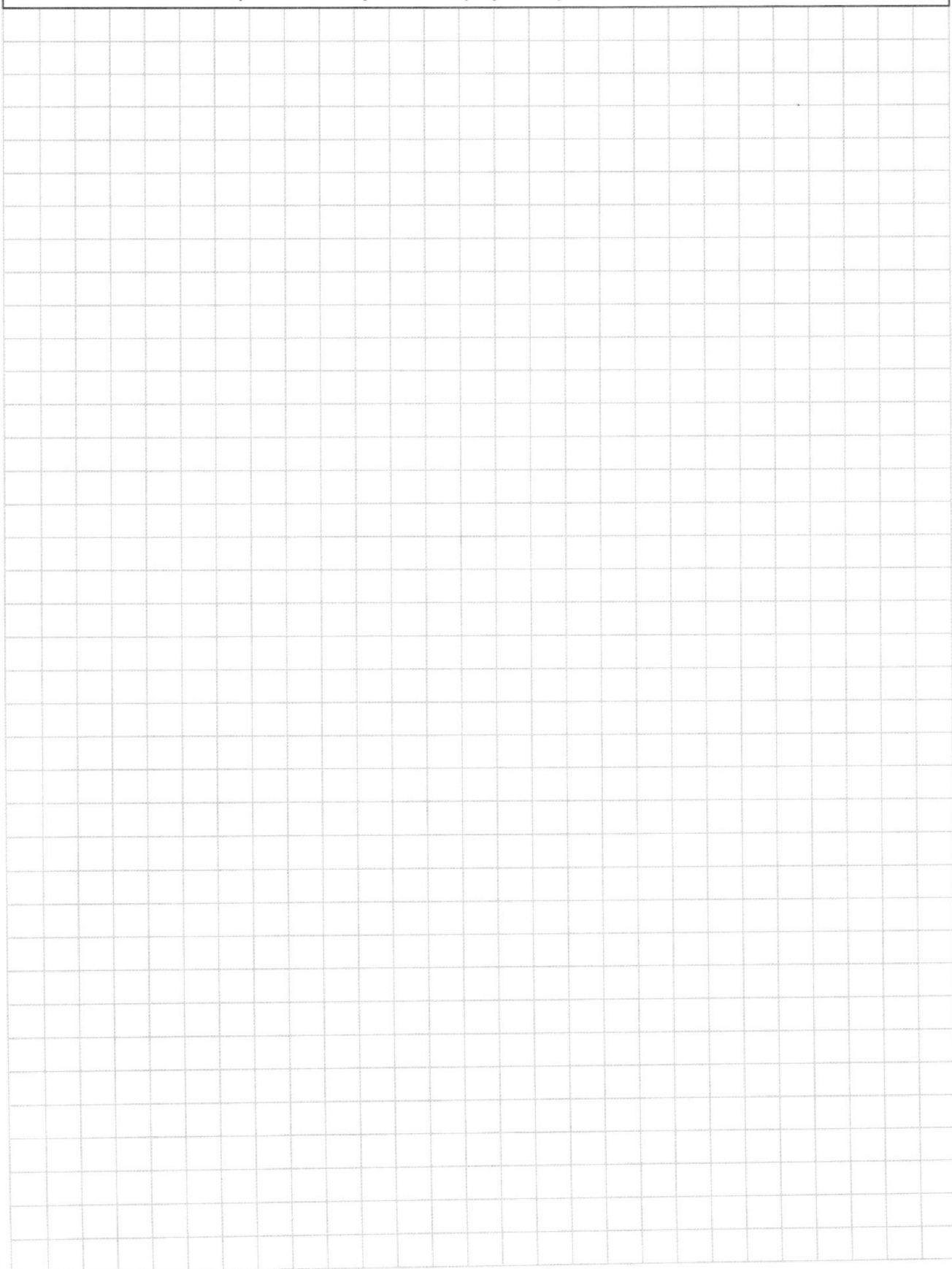
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☒

2
☐

3
☒

4
☒

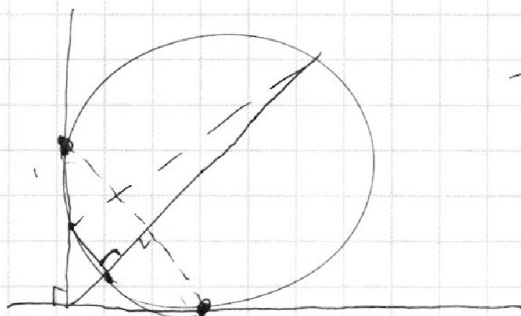
5
☒

6
☒

7
☐

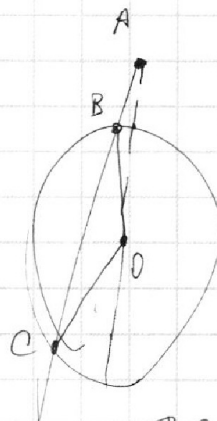
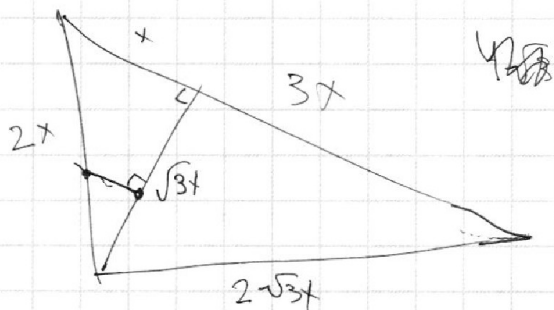
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{p}{F^4} + 0,5F - 8 = 0$$

$$F^5 - 2F^4 + 1 = 0$$

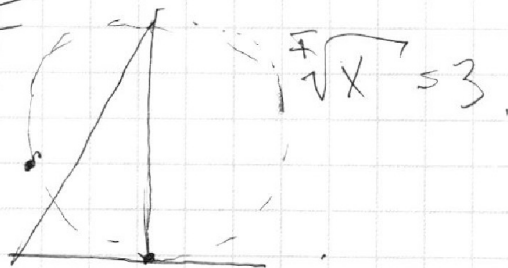
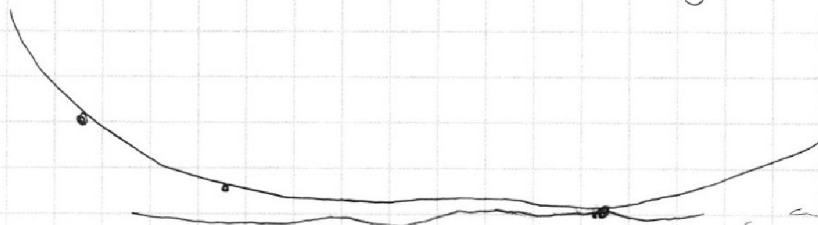


$$2 \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}} 5 + \log_{\frac{1}{2}} 16 - \log_{\frac{1}{2}} 4 = 0$$

$$AB \cdot BC = (AO - r)(AO + r)$$

$$\log_4 32t^6 - 1 = 0$$

$$3^x = x \quad 32t^6 = 4$$



$$\log_3^4 x + 6 \log_x$$

$$\log_3 x = F$$
$$\log_x 3 = \frac{1}{F}$$



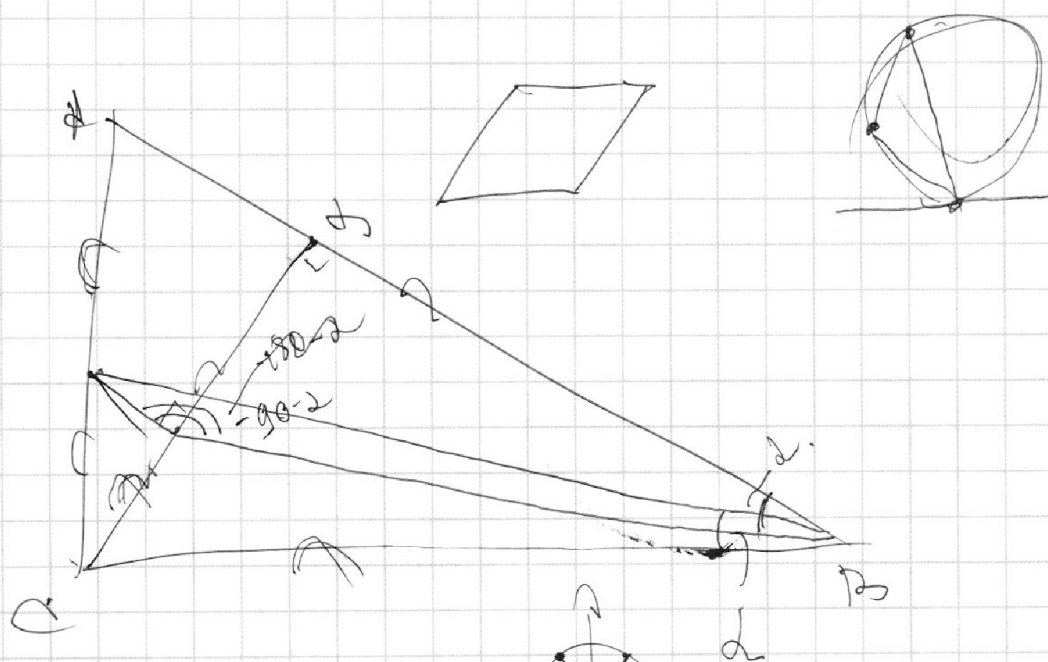
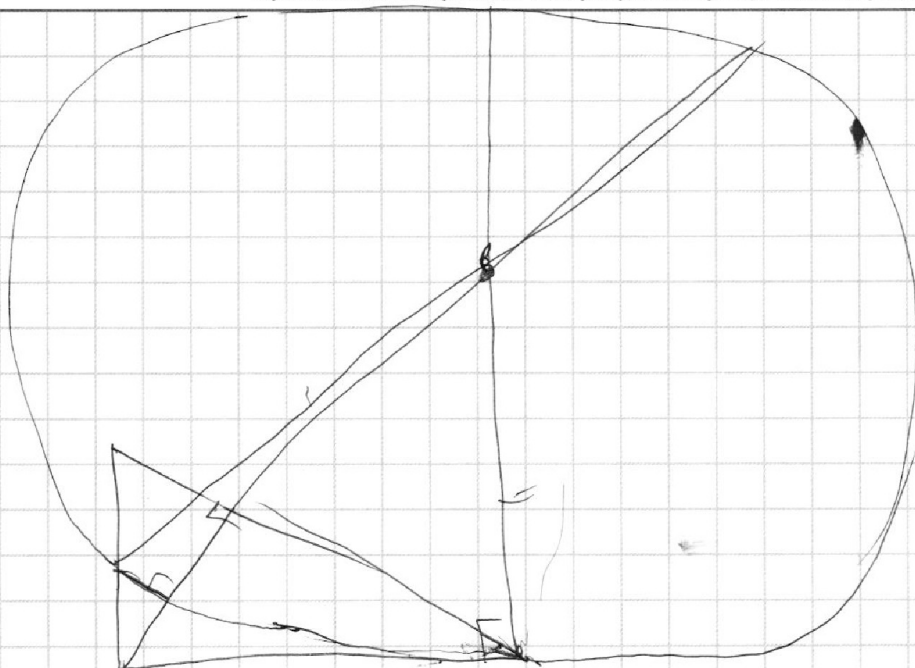
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

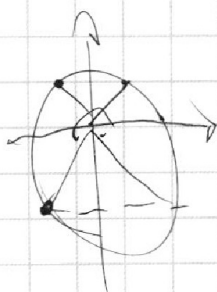
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\arcsin(\sin \varphi) = \varphi$$

$$\varphi \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

$$\varphi \in [\frac{\pi}{2}; \pi] = \frac{\pi}{2} - \varphi$$



$$\varphi \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$$

$$180 - \varphi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{n_1} \cdot 3^{n_2} \cdot 5^{n_3}$$

$$b = 2^{n_4} \cdot 3^{n_5} \cdot 5^{n_6}$$

$$c = 2^{n_7} \cdot 3^{n_8} \cdot 5^{n_9}$$

$$n_1 + n_4 \geq 9$$

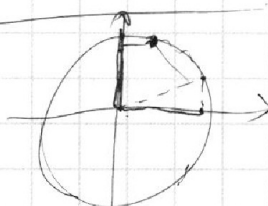
$$n_1 + n_4 + n_7 \text{ min.}$$

$$n_4 + n_7 \geq 14$$

$$n_1 + n_4 + n_7 \geq 21$$

$$n_1 + n_4 \geq 19$$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$



$$n_1 - n_7 = 5$$

$$n_1 + n_4 = 9$$

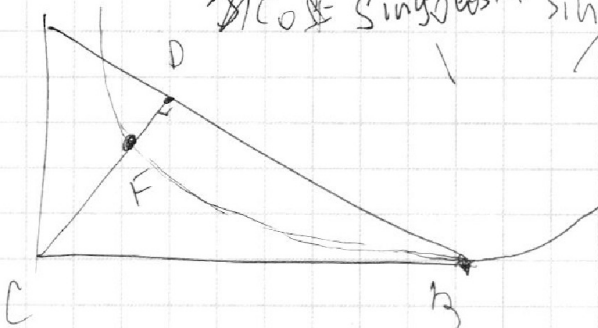
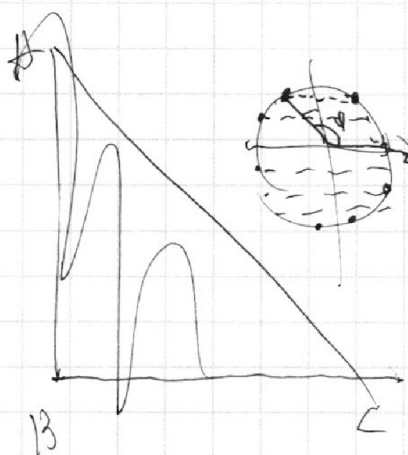
$$n_1 = 4 \quad n_4 = 2$$

$$n_7 = 12$$

$$5 \arcsin(\sin(90-x))$$

$$\cos x = \sin(90-x)$$

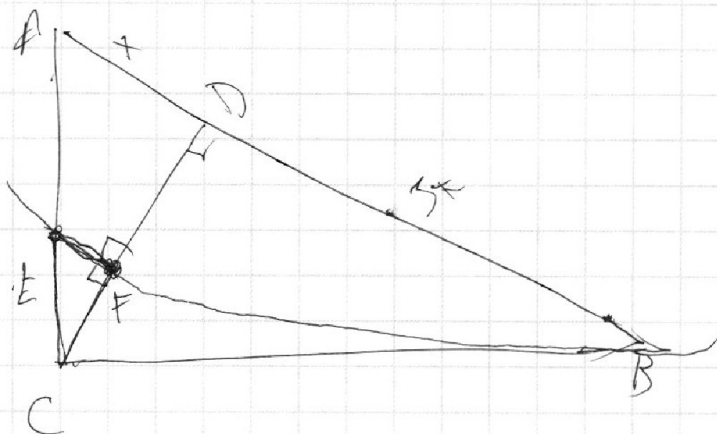
$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$



$$\arcsin(\sin \varphi)$$

$$\varphi - 90$$

$$\varphi - (24 - 8 \cdot 80) = 170 - \varphi$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

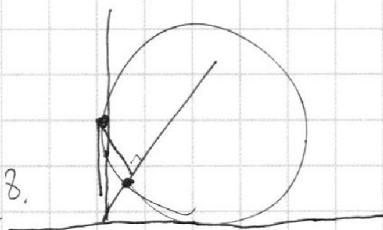
$$(x^2 + y^2 - 9) ((x^2 - 6)^2 + y^2 + 4) = 0$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 =$$

$$2^3 = 8$$

$$5y = t.$$

$$3 = \log_2 8.$$



$$h_2 - h_5 = .5 \quad 5y = \log_3 \frac{t}{3}$$

$$h_2 + h_5 = 11$$

$$h_2 = 8 \quad h_5 = 3, \quad h_8 = 10.$$

$$h_8 + h_3 = 14$$

$$h_9 - h_3 = 4$$

$$h_9 + h_3 = 30$$

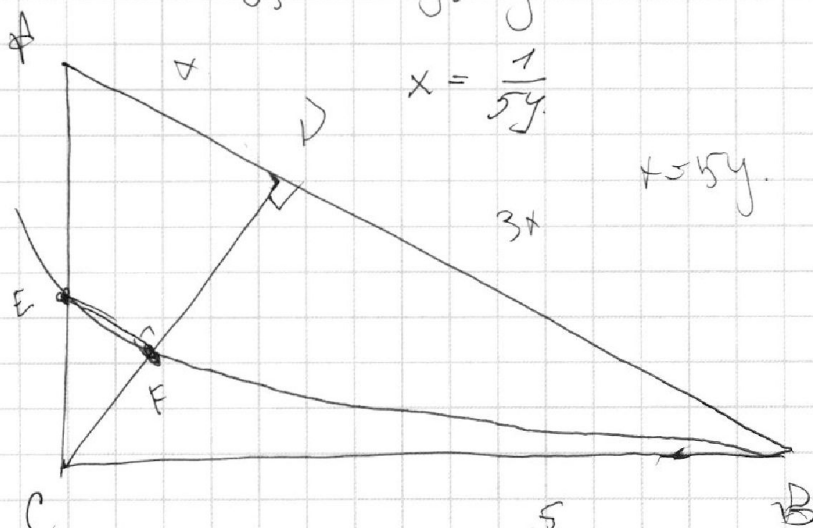
$$h_9 = 14 \\ h_3 = 16$$

$$\log_3 x = \log_3 5y$$

$$x = \frac{1}{5y}$$

$$t = 5y.$$

$$3x$$



$$32^F + 4^F = 6.$$