



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BSC в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \quad a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$(abc)^2 : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

1) т.к. $a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \in \mathbb{N} \Rightarrow$ из числа $(abc)^2$
~~можно из числа $(abc)^2$ найти~~

2) минимальное

число ~~будет~~

$$2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{52} = (abc)^2$$

извлекается корень \Rightarrow все простые

числа, из произведения которых

состоит число $(abc)^2$, должны быть в

четной степени.

$$\min_{a, b, c} abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

$$\text{Ответ: } abc_{\min} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

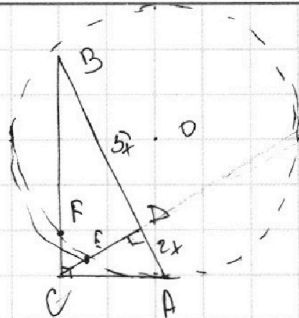
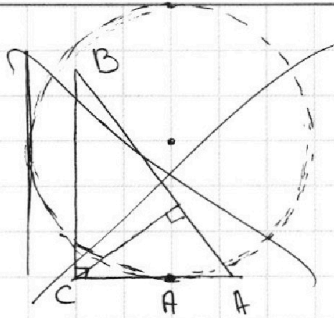
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$FE \parallel AB \quad \frac{BA}{BD} = \frac{7}{5}$$

$$CD^2 = BD \cdot DA \quad (\text{высота в прам. } \triangle)$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CDB \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{CDB}} = k^2 = \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

т.к.
 $\angle BCD = \angle CFE$
 $\angle CBD = \angle CFE$ (по т.т. $FE \parallel BD$)
 (CB-общ.)

$$CD = x\sqrt{10}$$

т.к.

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \left(\frac{CD}{CE}\right)^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4x^2}{CE^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi]$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$$

$$9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$$

$$5\pi - 10 \arcsin(\sin x) \geq 9\pi - 2x$$

$$0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi \quad | -9\pi$$

$$\begin{cases} 5\pi - 10x = 9\pi - 2x \\ x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$-9\pi \leq -2x \leq \pi \quad | \cdot (-2)$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$\begin{cases} -8x = 4\pi \\ x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{2}$$

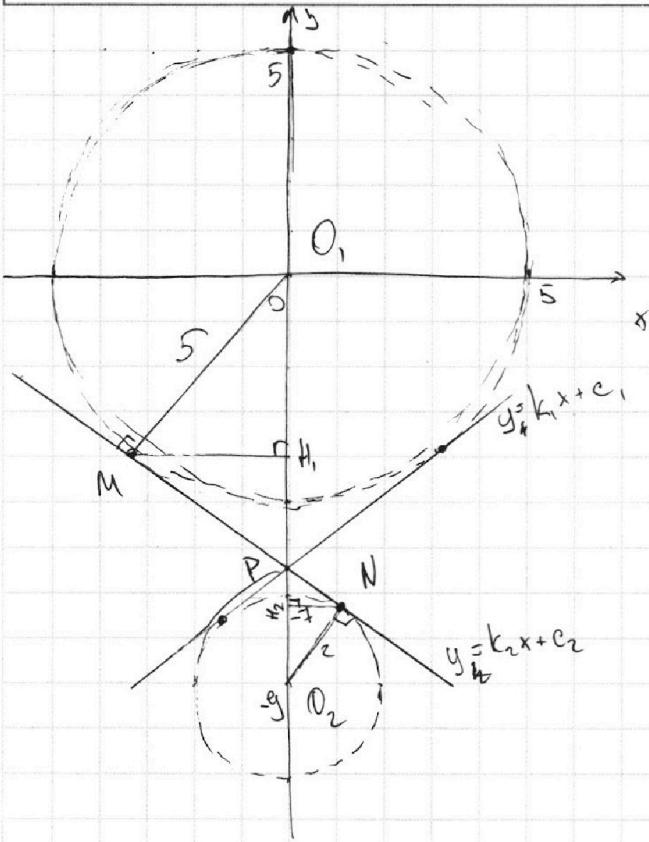
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а-?

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 & (2) \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 & (1) \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y + 9)^2 = 4 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 = 25$ - граф. окр

с ц. (0; 0) R=5

$x^2 + (y + 9)^2 = 4$ - граф. окр.

с ц. (0; -9) R=2

$$2) 5x + 6ay - b = 0$$

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

от b зависит только сдвиг вниз и вверх, а от a угол и угол наклона

чтобы было и реш. нулю, чтобы коэф наклона был $\geq k_1$ или $\leq k_2$, тогда можно подобрать b , чтобы было и реш. т.к от b не зависи - коэф.

т.к картинка сим. отн Oy

$k_1 = -k_2$ и прямые

$y = k_1x + c_1$ и $y = k_2x + c_2$ перес на проме Oy

1) расем $\triangle MO_1P$ и $\triangle PNO_2$

- 1) $\angle O_1MP = \angle PNO_2$ (радиус и кас)
- 2) $\angle O_1PM = \angle PNO_2$ (верт)

$\Rightarrow \triangle MO_1P \sim \triangle PNO_2 \Rightarrow k = \frac{2}{5}$

$$2) MN = \sqrt{O_1O_2^2 - (O_1M + O_2N)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$MP = \frac{20\sqrt{2}}{7}$$

$$PN = \frac{8\sqrt{2}}{7}$$

$$O_1P = \frac{5 \cdot 9}{7}$$

$$O_2P = \frac{18}{7}$$

$$O_1O_2 = 9$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3) из ΔO_1MP найдем высоту MP , $MP = \frac{MO_1 \cdot MP}{O_1P} = \frac{5 \cdot 20\sqrt{2} \cdot 7}{7 \cdot 5 \cdot 9} = \frac{20\sqrt{2}}{9}$

из ΔMHP , $O_1H = \sqrt{25 - \frac{800}{81}} = \frac{35}{9}$ (из $\Delta MHP, O_1$)

\Rightarrow
 $M\left(-\frac{20\sqrt{2}}{9}; -\frac{35}{9}\right)$

4) из ΔO_2NP

$$NH_2 = \frac{NP \cdot NO_2}{PO_2} = \frac{2 \cdot \frac{8\sqrt{2}}{7}}{18} = \frac{8\sqrt{2}}{9}$$

$$O_2H_2 = \sqrt{4 - \frac{128}{81}} = \frac{14}{9}$$

$$\Rightarrow N\left(\frac{8\sqrt{2}}{9}; -9 + \frac{14}{9}\right)$$

$$N\left(\frac{8\sqrt{2}}{9}; -\frac{67}{9}\right)$$

5) $k_2 = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{-\frac{67}{9} + \frac{35}{9}}{\frac{8\sqrt{2}}{9} + \frac{20\sqrt{2}}{9}} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$

$$-\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$a_1 < \frac{35}{24\sqrt{2}} \Rightarrow k_1 = \frac{4\sqrt{2}}{7} \Rightarrow a_2 > -\frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$-\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

Ответ: $a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x 11^{-2} - 5 \\ \log_{11}^4 \frac{x}{2} + \log_{\frac{x}{2}} 11 = \log_{\left(\frac{x}{2}\right)} 11^{-3} - 5 \end{cases} \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_x 11 = -5 \\ \log_{11}^4 \frac{x}{2} + \frac{16}{3} \log_{\frac{x}{2}} 11 = -5 \end{cases} \begin{cases} \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_x 11 = -5 \\ \log_{11}^4 \frac{x}{2} - \frac{16}{3} \log_{\frac{x}{2}} 11 = -5 \end{cases}$$

$$\log_{11}^4 \frac{x}{2} - \log_{\frac{x}{2}} 11$$

$$\stackrel{11}{x} = \frac{2}{y} \Rightarrow xy = 2$$

$$\log_{11}^4 x - \log_{\frac{x}{2}} 11 = \frac{16}{3} (\log_{\frac{x}{2}} 11 - \log_x 11)$$

$$f(x) = \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_x 11 \quad \begin{matrix} \log_{11}^4 x \nearrow \\ \log_x 11 \downarrow \Rightarrow \log_x 11 \nearrow \end{matrix}$$

$$f(x) \nearrow \quad g(x) = 5 - \text{const} \Rightarrow 1 \text{ pair}$$

$$\text{Ответ: } xy = 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



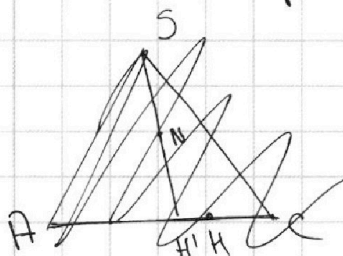
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 3\sqrt{10} \cdot 9\sqrt{10} \cdot 30 = 270 \cdot 30 = 8100$$

б) $SN = 6$ N -точка касания S грани BCS $SN = SL_1 = 6$
 $R = 8$

Сфера касается двух граней, между которыми надо найти угол, а этот угол будет равен $\angle NAK$ (N и K -точки касания граней KH , - высота к BC)

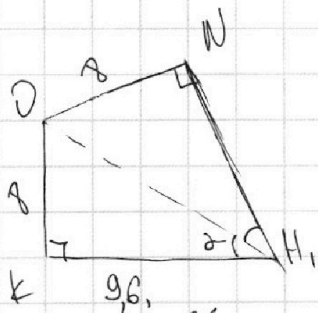
$ON \perp (SCA)$
 $AC \subset (SCA) \Rightarrow ON \perp AC$



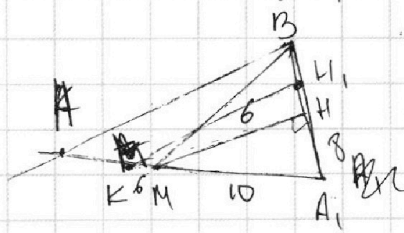
$ON \perp (SCA)$ т.к. сфера касается грани
 $SN \subset (SCA)$
 $ON \perp SN$

~~поэтому проекция на 3-ю точку~~

$AN \perp SN$ $SN \perp ON \Rightarrow SO = \sqrt{SN^2 + ON^2} = 10$



$SL_1 = MK = 6$ и в $\triangle ABA_1$



$\cos \angle ABA_1 = \frac{4}{5}$

$\frac{MA_1}{MK} = \frac{AH}{HH_1}$
 $\frac{5}{3} = \frac{8}{HH_1}$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{8 \cdot 10}{16 \cdot 6} = \frac{5}{6}$

$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{5}{3}}{1 - \frac{25}{36}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{36}{11} = \frac{60}{11}$

$\frac{MA_1}{A_1K} = \frac{MH}{KH_1}$
 $KH_1 = \frac{16 \cdot 6}{10} = 9,6$

$\angle KH_1N = \arctg \frac{60}{11}$

Ответ: $\omega AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 8100$
 $\delta) \angle SEBA = \arctg \frac{60}{11}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

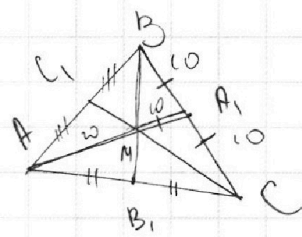
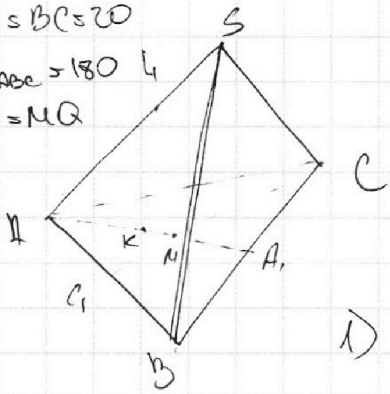
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

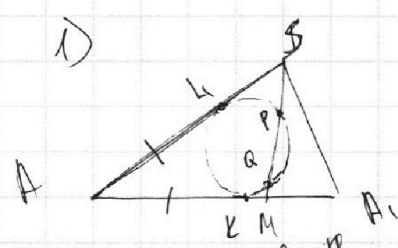
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$SA = BC = 20$
 $S_{\triangle ABC} = 180$
 $SP = MQ$



а) $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = ?$



$KM^2 = MQ \cdot MP$

$SK^2 = SP \cdot SQ$

т.к. $MQ = SP$
 $PM = SQ$

$AK = KM$ (св-во кас. отн. к окруж.)

$AS = AM \approx KM \approx SK$

2) в $\triangle ABC$

M -перес. мед $\Rightarrow \frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1} \Rightarrow MA_1 = 10$
 (св-во мед)

в $\triangle BMC$

мед равна половине стороны, которую она делит $\Rightarrow \triangle BMC$ прямоуго.

$\begin{cases} BM^2 + MC^2 = 400 \\ MB \cdot MC = 120 \end{cases}$
 $BM = \frac{120}{MC}$

3) $S_{\triangle ABC} = 180$

$S_{C,BC} = \frac{S_{ABC}}{2} = 90$, $S_{BMC} = \frac{2}{3} S_{C,BC} = 60$

$S_{BMC} = \frac{BM \cdot MC}{2} \Rightarrow MB \cdot MC = 120$

$\frac{120^2}{MC^2} + MC^2 = 400$

$MC^2 = t$
 $t \geq 0$

$MC = \begin{cases} 25\sqrt{10} \\ 6\sqrt{10} \end{cases}$ $MB = \begin{cases} 6\sqrt{10} \\ 25\sqrt{10} \end{cases}$

$t^2 - 400t + 120^2 = 0$

$\frac{D}{4} = 200^2 - 120^2 = 80 \cdot 320 = 160^2$

$t = 200 \pm 160 \Rightarrow \begin{cases} 40 \\ 360 \end{cases}$

всё будет одинаково в зависимости какой выберем катет

$MC = 25\sqrt{10}$ $MB = 6\sqrt{10}$
 $AA_1 = 35\sqrt{10}$ $BB_1 = 9\sqrt{10}$

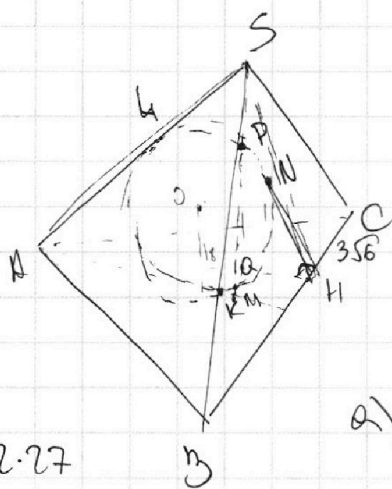
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

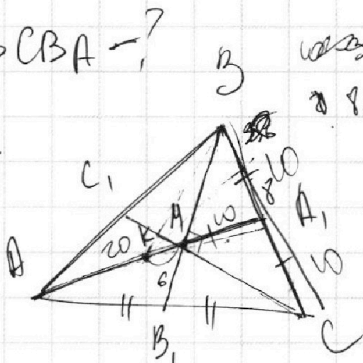


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\angle SCBA = ?$

$\frac{5}{3} \cdot \frac{36}{11}$



16.6
96
SP = QM

$S_{ABC} = 180$

$SA = BC = 20$

a) $AA_1, BB_1, CC_1 = ?$

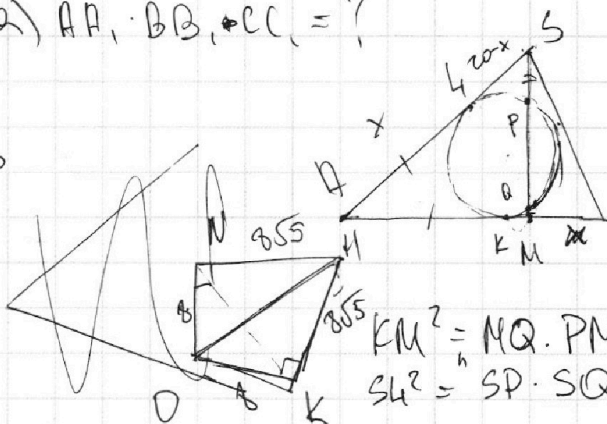
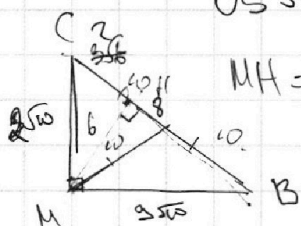
$\frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1}$

2.27

$ON = 8 \quad SN = 6$

$OS = 10$

$MH = 6$



$KM^2 = NQ \cdot PM$
 $SL^2 = SP \cdot SQ$

$15^2 + 15^2 = 0$
 $16 \cdot \frac{1}{3} + 15 = -5$
 $36 + 15 = 15 - 16 = 0$

$S_{BCC_1} = 90$

$S_{BMC} = 60$

$KM = SL \Rightarrow AM = 10$
 $AA_1 = 30$

$CH = \sqrt{90 - 36} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

$BC \cdot MC = 120$

$BC = \frac{120}{MC}$

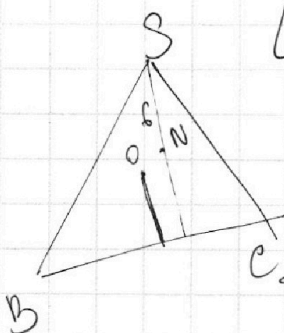
$BC \cdot MC = 120$
 $BC^2 + MC^2 = 400$

$\log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_x^{11} = -5$
 $\log_{11}^4 \frac{x}{3} - \frac{16}{3} \log_{\frac{x}{3}}^{11} = -5$

$\frac{14400}{MC^2} + MC^2 = 100$

$15 + 5t - \frac{16}{3} = 0$

$\frac{\phi}{u} = 40000 - 14400 = 25600 = 200^2 - 120^2 = 80 \cdot 320 = 160^2$



$t = 200 \pm 120 = \begin{cases} 320 \\ 80 \end{cases}$

$\sqrt{350 \cdot 550 \cdot 30} = 8100$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$N(15; 30)$ $Q(12; 30)$ $A(x_1; y_1)$ $B(x_2; y_2)$
 $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$
 $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$
 $6(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 48$
 $(y_2 - y_1) \div 6$

$Q(12; 30)$ $R(17; 0)$ $Q_1(0; 0)$ $Q_2(9; -9)$
 $Q_1P = \frac{5}{7} \cdot 9$ $Q_2P = \frac{2}{7} \cdot 9$
 $MP = \frac{5}{7} \cdot 4\sqrt{2} = \frac{20\sqrt{2}}{7}$
 $MH_1 = \frac{\frac{20\sqrt{2}}{7}}{\frac{5 \cdot 9}{7}} = \frac{20\sqrt{2}}{9}$
 $\frac{20\sqrt{2}}{9} \cdot 3 = 20\sqrt{2}$
 $800 \quad 429$

$g - \frac{14}{9} = \frac{81-14}{9} = \frac{67}{9}$
 $9 - \frac{14}{9} = \frac{81-14}{9} = \frac{67}{9}$
 $25 + 2^2$
 $625 + 800 + 4$
 $O_1M_1 = \sqrt{25 - \frac{800}{81}} = \sqrt{25(1 - \frac{32}{81})} = 5 \cdot \frac{7}{9} = \frac{35}{9}$

$f(x) = \log_x x$
 $\frac{\ln u}{\ln x} \cdot \frac{1}{x} = 0$

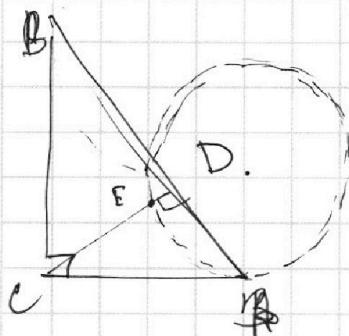
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

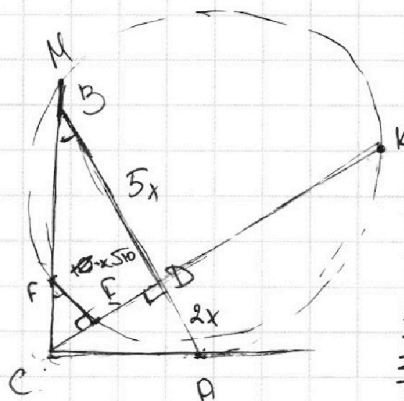
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CA = 8\sqrt{10}$$

$$CB = 8\sqrt{35}$$



$$AB \parallel EF$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = ?$$

$$S_{ACD} = CD \cdot AD \cdot \frac{1}{2}$$

$$S_{CEF} = CE \cdot EF \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{CD \cdot AD}{CE \cdot EF}$$

$$CA^2 = CE \cdot CD$$

$$CD = 10x^2$$

$$CA^2 = x\sqrt{10} \cdot CE$$

$$S_{CBD} = S_{CEF} \cdot \left(\frac{CD}{CE}\right)^2$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CBD$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CBD}} = \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

$$CB = \sqrt{25x^2 + 10x^2} = x\sqrt{35}$$

$$CA = \sqrt{49x^2 - 35x^2} = x\sqrt{14}$$

$$\frac{CB}{CD} = \frac{7\sqrt{10}}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{7}{5}$$

$$CA^2 = 14x^2 = CE \cdot x\sqrt{10}$$

$$CE = \frac{14}{\sqrt{10}}x = \frac{7\sqrt{10}}{5}x$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{149}{25} = \frac{98}{125}$$

$$k \cdot \frac{-\frac{67}{5} + \frac{35}{5}}{\frac{8\sqrt{2}}{5} + \frac{10\sqrt{2}}{5}} = \frac{-\frac{32}{8}}{\frac{88\sqrt{2}}{8}} = -\frac{8}{88\sqrt{2}} = -\frac{1}{11\sqrt{2}}$$

$$\frac{+5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$a = \frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$k \cdot \frac{b}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{35} \Rightarrow b = \frac{160 - 140\sqrt{2}}{63}$$

$$b = \frac{2(80 - 70\sqrt{2})}{63} = \frac{2(80 - 70\sqrt{2})}{63}$$

$$\begin{array}{l} kx + c = y \\ \frac{20\sqrt{2}}{5} = \frac{35}{5} + \frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{20\sqrt{2}}{5} \\ C_5 - \frac{140\sqrt{2} - 160}{63} \\ \frac{140\sqrt{2} - 160}{67} \\ \frac{140\sqrt{2} - 160}{67} < 469 \\ \frac{140\sqrt{2} - 160}{67} < 629 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$\text{arccos}(\sin x) = \pi - 2x \quad \text{arccos} \in [0; \pi]$$

$$\text{arccos}(\sin x) \in [0; \pi]$$

$$0 \leq \pi - 2x \leq \pi \quad | -\pi$$

$$-\pi \leq -2x \leq 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$\pi \leq 2x \leq 0 \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{arccos}(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \text{arcsin}(\sin x)$$

$$\pi - \text{arcsin}(\sin x) = \pi - 2x$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$x = \pi - 2x$$

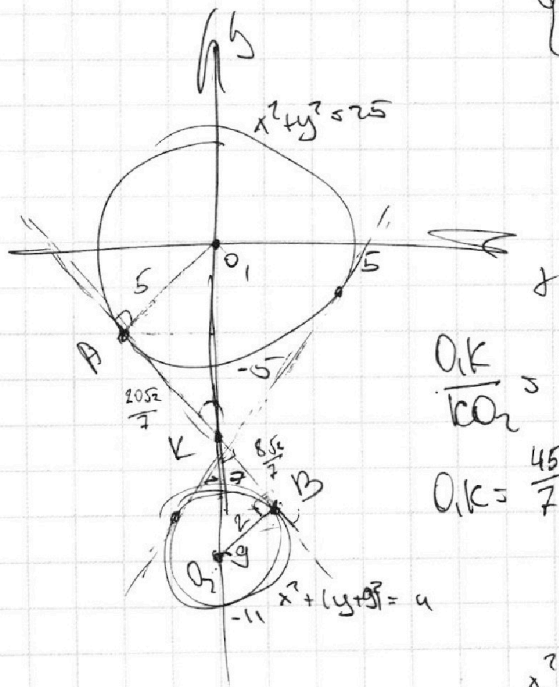
$$3x = \pi$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

или $x = \frac{2\pi}{3}$

$$\begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x^2 + y^2 = 25 & x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{matrix}$$



$$5x + 6ay = 6$$

или $y = 0$

$$5x = 6 \quad x = \frac{6}{5}$$

$$y = \frac{6 - 5x}{6a} = -\frac{5}{6a}x + \frac{6}{6a}$$

$$x^2 + \frac{6^2 - 10bx + 25x^2}{36a^2} - 25 = 0$$

$$x^2 \left(1 + \frac{25}{36a^2}\right) - \frac{10b}{36a^2}x - 25 + \frac{6^2}{36a^2} = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\phi}{u} = \frac{25b^2}{36a^2} - \left(1 + \frac{25}{36a^2}\right) \left(\frac{b^2}{36a^2} - 2x\right) = \frac{25^2}{36a^2} + 25 - \frac{b^2}{36a^2} - 50$$

$$\frac{b^2}{36a^2} + \frac{10b^2}{36a^2} - 25 - \frac{25^2}{36a^2}$$

$$\left(\frac{25}{6a}\right)^2 + 5^2 = \left(\frac{b}{6a}\right)^2$$

$$81 - 49 = 32 \quad (u/2)^2 \quad \text{5.39}$$

$$x^2 - 25 + (x-9)^2 - 81 = 32$$

$$2x^2 - 18x - 57 = 0 \quad \frac{x}{u} = 81 + 11u = 195$$

$$y^2 = 25 - x^2$$

$$y = \sqrt{25 - x^2} \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} \cdot (-2x) = -\frac{2x}{\sqrt{25 - x^2}} = -\frac{5}{6a}$$

$$(u/2)^2 = 4 - x^2 \quad y + 9 = \sqrt{4 - x^2} \quad y = \sqrt{4 - x^2} - 9 \quad y' = \frac{-2x}{\sqrt{4 - x^2}} = -\frac{5}{6a}$$

$$x \left(\frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} \right) = 0$$

$$\sqrt{25 - x^2} = \sqrt{4 - x^2}$$

$$\frac{2x}{5x} = \frac{2x}{7x} \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$25 - x_0^2 + \frac{-2x_0}{\sqrt{25 - x_0^2}}(x - x_0) =$$

$$\frac{-2x}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{5}{6a}$$

$$\frac{2x}{\sqrt{25 - x^2}} = \frac{5}{6a}$$

$$12ax = 5\sqrt{25 - x^2}$$

$$\text{Max} = 5\sqrt{4 - x^2}$$

$$ax = \frac{5\sqrt{4 - x^2}}{12x}$$

$$a = \frac{5\sqrt{25 - x^2}}{12x}$$

$$25 - x_1^2 = 4 - x_2^2$$

$$x_1^2 - x_2^2 = 21$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



NS

$$\log_{11}^u - 6 \log_x^{11} = \log_x = \frac{1}{11} - 5 \quad (1)$$

$$\log_{11}^u \left(\frac{1}{2}y\right) + \log_{\left(\frac{1}{2}y\right)}^{11} = \log_{\left(\frac{1}{2}y\right)} \left(11^{-13}\right) - 5 \quad (2)$$

$x, y > 0$
 $x \neq 1$
 $y \neq 2$

$$1) \log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3} \log_x^{11} - 5$$

$$\frac{1}{\log_x^{11}} - 6 \log_x^{11} = -\frac{2}{3} \log_x^{11} - 5$$

$\log_x^{11} = t$
 $\log_{\frac{1}{2}y}^{11} = m$

$$\frac{1}{t^{11}} - 6t = -\frac{2}{3}t - 5$$

$$2) \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}y}^{11}} + \log_{\frac{1}{2}y}^{11} = 6$$

$$= -\frac{13}{3} \log_{\frac{1}{2}y}^{11} - 5$$

$$\frac{1}{t^{11}} - \frac{16}{3}t + 5 = 0$$

(2)-(1)

$$\frac{1}{m^{11}} - \frac{1}{t^{11}} + \frac{16}{3}(m+t) = 0$$

$$\frac{1}{m^{11}} + m = -\frac{13}{3}m - 5$$

$$\frac{1}{m^{11}} + \frac{16}{3}m + 5 = 0$$

$$m^{11} - \frac{16}{3}m^2 + \frac{16}{3} \left(\frac{m_1+t_1}{m_1 t_1} \right) = 0$$

$\frac{1}{m} = m'$ $\frac{1}{t} = t'$
 \log_x^{11} $\log_{11}^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{(m_1+t_1)(m_1-t_1)(m_1^2+t_1^2)}{(m_1+t_1) \left(\log_{11}^{\frac{2x}{3}} (m_1^2+t_1^2) + \frac{16}{3m_1 t_1} \right)} = 0$$

$\log_{11}^{\frac{2x}{3}}$ $\boxed{xy=2}$

$$\log_{11}^{\frac{2x}{3}} \left(\log_{11}^{\frac{2x}{3}} (m_1^2+t_1^2) - 2m_1 t_1 \right) + \frac{16}{3m_1 t_1} =$$

$$\log_{11} (m_1 - t_1) \left((m_1+t_1)^2 - 2m_1 t_1 \right) + \frac{16}{3m_1 t_1}$$