



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассмотрим числа a, b, c , такие что: $a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$; $b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$; $c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$.

2) Поскольку нам нужно получить минимальное значение $abc \Rightarrow$ произведения ab, bc и ac также должны быть минимальны. \Rightarrow

Рассмотрим: $ab = 2^9 3^{10} 5^{10}$; $bc = 2^{14} 3^{13} 5^{13}$; $ac = 2^{19} 3^{18} 5^{30}$.

Перепишем в виде: 1.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 9 \\ x_2 + x_3 = 14 \\ x_3 + x_1 = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - x_2 - x_3 + x_3 + x_1 = 9 - 14 + 19 \\ 2x_1 = 14 \\ x_1 = 7 \Rightarrow x_2 = 2 \Rightarrow x_3 = 12. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 10 \\ y_2 + y_3 = 13 \\ y_3 + y_1 = 18 \end{cases} \Rightarrow 2y_1 = 15 \Rightarrow y_1 \notin \mathbb{Z}, \text{ но по усл. } a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

\Rightarrow Есть 3 варианта: $y_1 + y_2 = 11$; $y_2 + y_3 = 14$; $y_3 + y_1 = 19$ (ab, bc или ac дополнительно кратно 3).

$y_1 + y_2 = 11 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 10 \end{cases}$ $y_3 + y_1 = 19 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 8 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 11 \end{cases}$

$y_2 + y_3 = 14 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 7 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 11 \end{cases} \Rightarrow$ нужно сравнить 3^8

3.
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 10 \\ z_2 + z_3 = 13 \\ z_3 + z_1 = 30 \end{cases} \Rightarrow 2z_1 = 27 \Rightarrow z_1 \notin \mathbb{Z}, \text{ но } z_1 = \text{если } z_1 = 13,5, \text{ то } z_2 = -3,5, \Rightarrow \text{а поскольку}$$

z_1, z_2 и $z_3 > 0$, и так как $a, b, c \in \mathbb{N}$, то либо $ab : 5^7 \Rightarrow$

$z_1 + z_2 = 17 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 17 \\ z_2 = 0 \\ z_3 = 13 \end{cases}$, либо $bc : 5^7 \Rightarrow z_1 + z_3 = 20$

тогда $abc = 2^{x_1+x_2+x_3} 3^{y_1+y_2+y_3} 5^{z_1+z_2+z_3} = 2^{21} 3^{24} 5^{30}$

Ответ: $2^{21} 3^{24} 5^{30}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

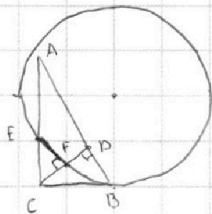
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть x - длина $BD \rightarrow AD = 3x$.

2) $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{3x \cdot x} = \sqrt{3}x$ (как высота из прямого угла).

3) $CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{3x^2 + x^2} = 2x$ (по т. Пифагора)
 $CA = \sqrt{CD^2 + AD^2} = \sqrt{3x^2 + 9x^2} = 2\sqrt{3}x$ (по т. Пифагора)

4) $CE^2 = CA \cdot CE$ (по т. о касательной и секущей)

$CE = \frac{CB^2}{CA} = \frac{4x^2}{2\sqrt{3}x} = \frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}x}{3}$

5) $EF \cdot CD = CB^2$ (по т. о кас. и сек.) $\Rightarrow EF = \frac{CB^2}{CD} = \frac{4x^2}{\sqrt{3}x} = \frac{4\sqrt{3}}{3}x$

6) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3}x \cdot 2x = 2\sqrt{3}x^2$

7) $AB \parallel EF$
 $AB \perp CD \Rightarrow EF \perp CD \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$

8) $EF^2 = \sqrt{EC^2 - CF^2} = \frac{4x^2}{3}$

4) $\angle BAC = 30^\circ$, т.к. $CB = \frac{1}{2} AB$

$\Rightarrow \angle CEF = 30^\circ$

5) $AB \parallel EF$
 $AB \perp CD \Rightarrow EF \perp CD \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

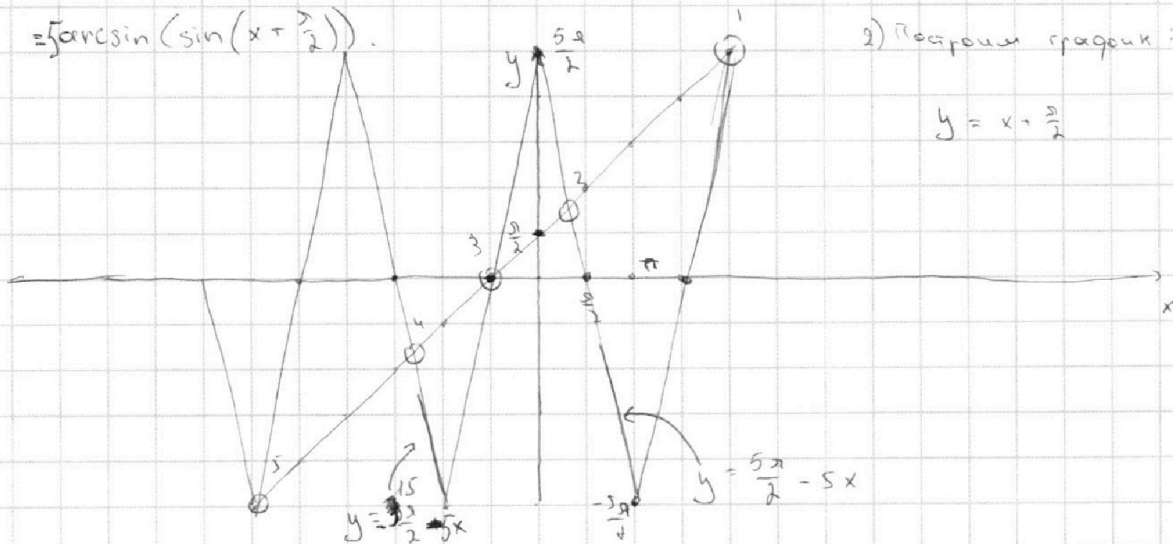
$$5 \arcsin(\cos(x)) = x + \frac{\pi}{2}$$

1) Построим график функции $y = f(x) = 5 \arcsin(\cos(x)) =$

$$= 5 \arcsin(\sin(x + \frac{\pi}{2}))$$

2) Построим график:

$$y = x + \frac{\pi}{2}$$



3) По рисунку сразу видно ①, ⑤ и ⑥ корни: $x = 2\pi$; $x = -\frac{\pi}{2}$;

$$x = -\frac{6\pi}{2} = -3\pi \text{ соответственно.}$$

4) Теперь найдём корни оставшиеся:

② - точка пересечения $y = x + \frac{\pi}{2}$ и $y = \frac{5\pi}{2} - 5x$.

$$6x = 2\pi$$

$$x = \frac{2\pi}{3}$$

③ - т. пересечения $y = x + \frac{\pi}{2}$ и $y = -\frac{5\pi}{2} - 5x$

$$6x = -8\pi$$

$$x = -\frac{4\pi}{3}$$

Ответ: $x = 2\pi$; $-\frac{\pi}{2}$; -3π ; $\frac{2\pi}{3}$; $-\frac{4\pi}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + 2y + 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0 \end{cases}$$

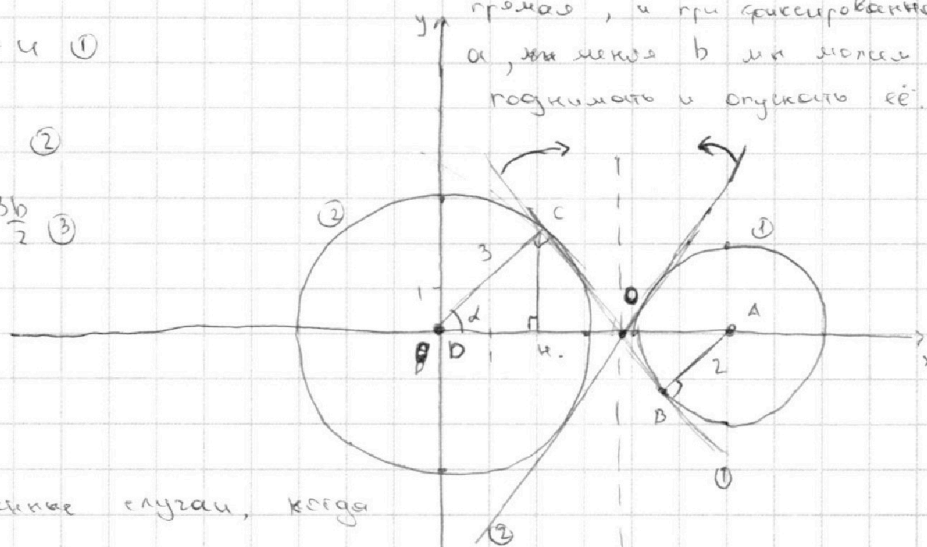
$$x^2 - 12x + 36 + y^2 = 4$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 4 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 = 9 \quad (2)$$

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} \quad (3)$$

1) Заметим, что график (3) - прямая, и при фиксированном a , при изменении b мы можем поднимать и опускать её.



2) Т.е. единственные случаи, когда

прямая не касается окружности за раз, это когда

её угол наклона больше \geq угла наклона общей касательной к обеим окружностям.

3) $\triangle DCO \sim \triangle ABO$ ($\angle C = \angle B = 90^\circ$; $\angle DOC = \angle BOA$ как верт.) \Rightarrow

$$\text{или } \frac{AO}{OD} = \frac{AB}{OC} = \frac{2}{3} \Rightarrow OD = 3x.$$

$$AO + OD = AD = 6$$

$$2x + 3x = 6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow OD = \frac{18}{5} \Rightarrow \left(\frac{18}{5}; 0\right) \in y \Rightarrow 0 = -\frac{18}{5} \cdot \frac{a}{2} + \frac{3b}{2}$$

$$4) \sin \alpha = (\alpha - \text{угол } \angle DCO) = \frac{CO}{OD} = \frac{\sqrt{AO^2 - OD^2}}{OD} = \frac{\sqrt{\frac{36}{25} - 9}}{\frac{18}{5}} =$$

$$= \frac{3\sqrt{11}}{5} \cdot \frac{5}{18} = \frac{\sqrt{11}}{6} \Rightarrow \frac{CH}{CP} = \frac{\sqrt{11}}{6} \Rightarrow CH = \frac{\sqrt{11}}{2} \Rightarrow PH = \sqrt{9 - \frac{11}{4}} = \frac{5}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\left(\frac{5}{2}; \frac{\sqrt{11}}{2}\right) \in y \rightarrow \frac{\sqrt{11}}{2} = -\frac{a}{2} \cdot \frac{5}{2} + \frac{3b}{2} \quad | \cdot 4$$

$$\left. \begin{array}{l} 2\sqrt{11} = -5a + 6b \\ 0 = -18a + 15b \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 10\sqrt{11} = -25a + 30b \\ 0 = -6a + 5b \end{array} \Rightarrow 0 = -36a + 30b$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{11} = 11a \Rightarrow a_1 = \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Поскольку рисунок симм. отн. $Ox \Rightarrow a_2 = -\frac{10}{\sqrt{11}}$.

1. Поскольку кас. подходит все прямые y которых касаются. касаются \Rightarrow

$$a \in \left(-\infty; -\frac{10}{\sqrt{11}}\right] \cup \left[\frac{10}{\sqrt{11}}; +\infty\right).$$

Значит все прямые, которые будут иметь и решение:

$$a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right).$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_2 243 - 8$$

$$2) \log_3^4(5y) + \log_3^4(5y) + 2 \log_3 y \cdot 3 = \log_{25y^2}(3^6) - 8$$

$$x > 0; x \neq 1$$

$$y > 0; y \neq \frac{1}{5}$$

$$\text{Пусть } \log_3 x = t, \text{ а } \log_3 y = p$$

Заметим, что для того, чтобы узнать какие значения

принимает xy , достаточно узнать какие значения

принимает $t+p$.

$$1) t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8$$

$$p^4 + \frac{2}{p} = \frac{11}{2p} - 8$$

$$f(t) = 2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$g(p) = 2p^5 + 16p - 7 = 0$$

$$f'(t) = 10t^4 + 16 \neq 0$$

$$g'(p) = 10p^4 + 16 = 0$$

$$t \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$p \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

функция $f(t)$ - возрастает на
всем промежутке, при этом
 $f(-1) < 0$; $f(0) > 0 \Rightarrow$ она имеет
единственный корень

\Rightarrow Аналогично и для функции
 $g(p)$, только $g(0) < 0$ и $g(1) > 0 \Rightarrow$
она имеет единств. корень.

$$2(t^5 + p^5) + 16(t+p) = 0$$

Заметим, что $t+p=0$ является решением данного уравнения,

а поскольку (по п.1) есть единств. t и единств. $p \Rightarrow t+p$

также единственное $\Rightarrow t+p=0$ - единств. решение \Rightarrow ответ t
 $xy = 1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(y_1 = 0)$$

№4) Возьмем $A(0;0) \Rightarrow 3x_2 + y_2 = 33 \Rightarrow y_2 = 33 - 3x_2$ - прямая,

// стороне параллелограмма. Заметим, что при $A(3;0)$ эта прямая

совпадает со стороной параллелограмма. Придем к выводу

из таких прямых вырежется 14 точек с целыми координатами \Rightarrow

\hookrightarrow при $x_1 = 0$: $3 \cdot 14 = 56$ точек как подходит.

2) Если мы увеличиваем $y_1 = 1$, то нам надо точек

$A(0;1)$ и $A(1;1)$ и $A(2;1)$ - подойдут уже только 3 прямые,

т.к. 4-ая выйдет за рамки пар-ма $\Rightarrow 3 \cdot 14 = 42$ точек

как подойдет.

3) $y_1 = 2$ аналогично для случая 2 $\Rightarrow 3 \cdot 14 = 42$ точки.

4) $y_1 = 3$. аналогично для случая 2 $\Rightarrow 3 \cdot 14 = 42$ точки.

$y_1 = 4$; $y_1 = 5$ - аналогичные ситуации $\Rightarrow 3 \cdot 14 + 3 \cdot 14 = 84$ точки

5) $y_1 = 6; 7; 8 \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 14 = 126$ точек.

6) $y_1 = 9; 10; 11 \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 14 = 126$ точек.

7) $y_1 = 12; 13; 14 \Rightarrow$ нам подойдут уже 2 прямые, т.к.

3-я выйдет за пределы пар-ма $\Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 14 = 84$ точек.

8) $y_1 = 15; 16; 17$ и $18; 19; 20 \Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 14 + 3 \cdot 2 \cdot 14 = 168$

9) $y_1 = 21; 22; 23$ и $24; 25; 26 \Rightarrow$ нам подойдет уже 1

прямая; т.к. последние касаются за границей пар-ма \Rightarrow



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 3 \cdot 1114 + 3 \cdot 114 = 42 + 42 = 84.$$

$$(10) y_1 = 27; 28; 29 \Rightarrow 3 \cdot 114 = 42.$$

$$\text{Итого: } 56 + 3 \cdot 42 + 84 + 2 \cdot 126 + 84 + 168 + 84 + 42.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

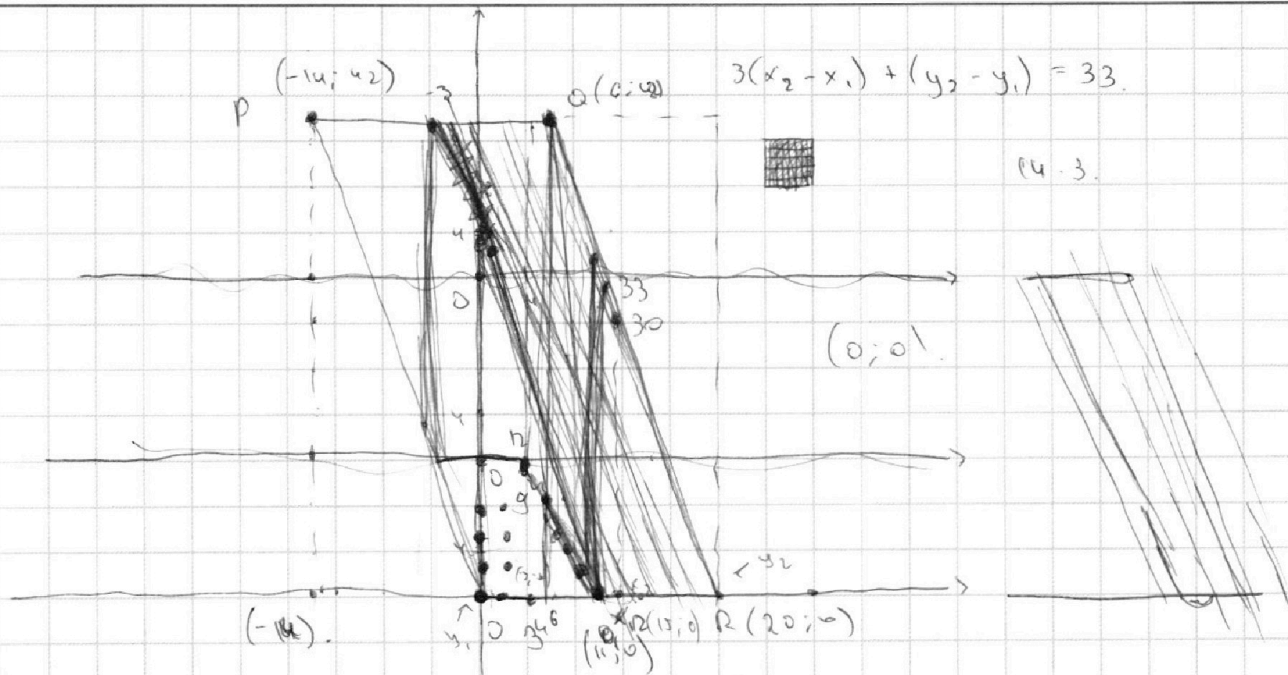
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_2 - x_1 = 0 \Rightarrow y_2 - y_1 = 33 \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow y_2 = 33$$

$$x_2 - x_1 = 1 \Rightarrow y_2 - y_1 = 30 \Rightarrow y_1 = 1 \Rightarrow y_2 = 31$$

$$x_2 - x_1 = 2 \Rightarrow y_2 - y_1 = 27 \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow y_2 = 27$$

$$20 \cdot 42 = 840$$

$$3x_2 + y_2 = 34$$

$$3x_2 + y_2 = 33$$

$$y_2 = 33 - 3x_2$$

$$y_2 = 34 - 3x_2$$

$$3x_2 + y_2 = 33 \Rightarrow 3x_2 - 3 + y_2 = 33 \Rightarrow 3x_2 + y_2 = 36$$

$$3x_2 + y_2 = 35 \quad | \cdot 2x$$

$$3x_2 + y_2 = 36$$

$$3x_2 + y_2 = 36$$

$$3x_2 - 9 + y_2 = 33 \Rightarrow (18 - 15)(12 + 10)$$

$$3x_2 + y_2 = 45$$

$$3x_2 + y_2 = 42 \quad | \cdot 3$$

$$y_2 = 45 - 3x_2$$

11; 14; 17; 20; 23; 26; 29;

15; 18; 19...

12; 15; 18;

13; 16; 19;

17; 20

12; 13;

14; 17; 20

17; 20

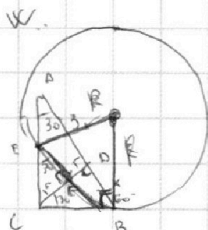
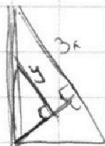
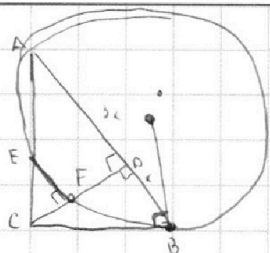
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}}$$

$$AC = 2\sqrt{3}x$$

$$CD = \sqrt{3}x$$

$$\frac{CB}{AB} = \frac{DB}{CB}$$

$$CB^2 = AD \cdot DB = 4x^2$$

$$CB = 2x$$

$$\frac{CE}{\sqrt{3}x} = \frac{y}{3x}$$

$$CE = \frac{y \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{y}{\sqrt{3}} \quad CD = \sqrt{3}x$$

$$CE = \frac{y \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{y}{\sqrt{3}} \quad AC = 16x^2 - 4x^2 = 12x^2 = 2\sqrt{3}x$$

$$CE = \frac{y}{\sqrt{3}} \cdot 2\sqrt{3}x = 2y$$

$$CB^2 = AC \cdot EC$$

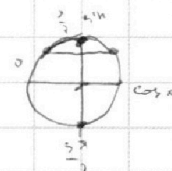
$$CE = \frac{2y\sqrt{3}}{3} = \frac{2y}{\sqrt{3}}$$

$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{4y^2}{3} = \frac{y^2}{3} + y^2$$

$$\frac{3y}{2} = \frac{-2x + b}{2}$$

$$b = \frac{3y}{2}$$

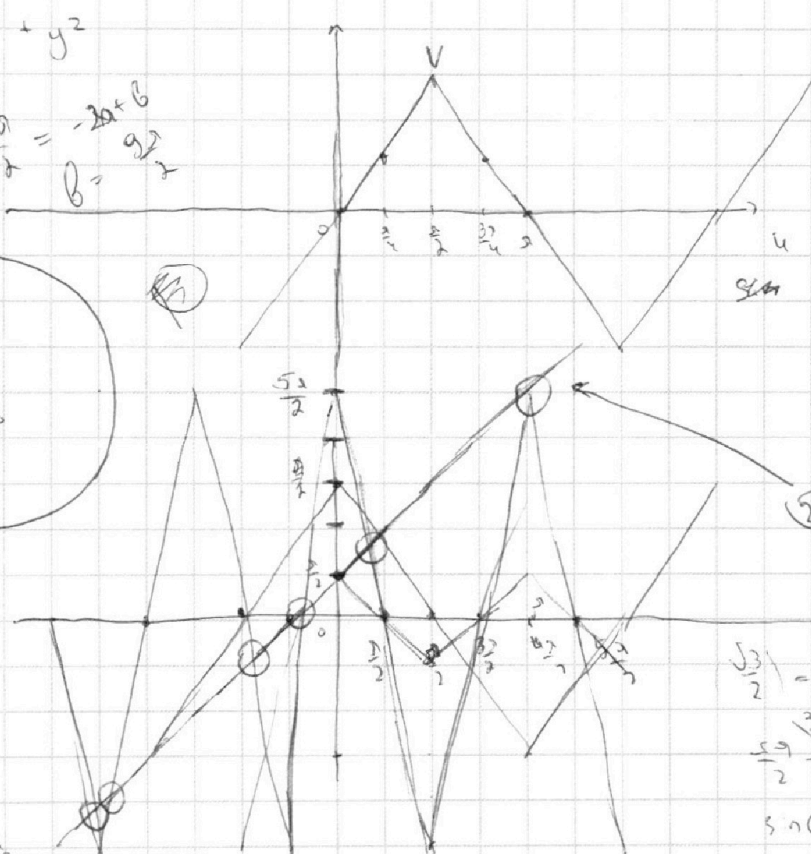
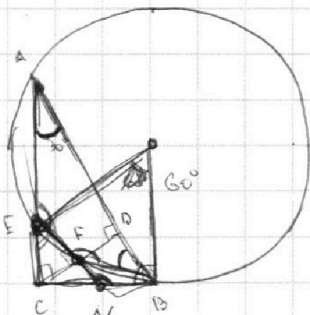
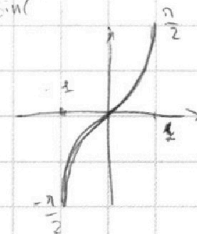


$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\arcsin(-1) = \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} + x)) = \frac{\pi}{2} + x$$

$$\sin^2$$



$$\frac{b}{2} - 5x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2x = 6x$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$\cos(6x) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{6} \cdot 5 = \frac{5\pi}{3}$$

$$2x = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{3}$$

$$\frac{5\pi}{2} - \frac{5\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\sin(\frac{5\pi}{6}) = \frac{1}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{2}k = \frac{5\pi}{2}$$

$$k = -5$$

$$b = -\frac{15\pi}{2}$$

$$b = \frac{\pi}{2}$$

$$k \cdot (-\frac{5\pi}{2}) + b = \frac{5\pi}{2}$$

$$b = (-\frac{3\pi}{2})k + b = 0$$

$$b = \frac{3\pi}{2}k$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

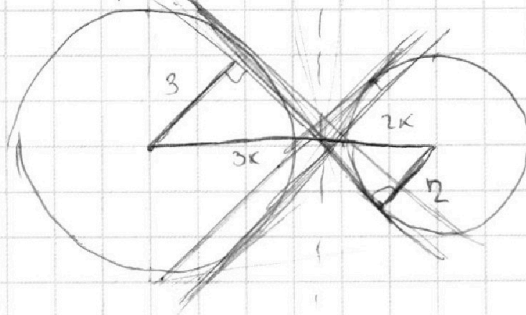
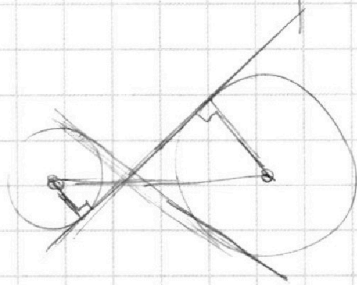
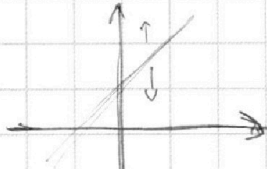
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + 2y + 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$



$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 121 \\ 1331 \\ 14641 \\ 15101051259 \\ 250-25= \\ = 225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 36 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$t^4 + 6t = \frac{11}{t} - 8$$

$$36 - 11 = 25$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ 225 \\ \hline 99 \end{array}$$

$$t^5 + 6t^2 + 8t - 3 = 0$$

$$243 = 3 \cdot 81 = 3 \cdot 3 \cdot 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

$$t^4 + 12t + 8$$

$$250 = 3^5$$

$$t^3 + 12 = 0$$

$$t = -\sqrt[3]{12}$$

$$t^4 + 6 = \frac{5}{t} - 8$$

81

$$p^4 + \frac{2}{p} = \frac{11}{2p} - 8$$

$$t + p = ?$$

$$(p+t)^5 = p^5 + 5p^4t + 10p^3t^2 + 10p^2t^3 + 5pt^4 + t^5$$

$$t^5 + 8t + 6 - \frac{5}{t} = 0$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$p^5 - \frac{7}{2p} + 2p = 0$$

$\cdot 1^5$

$$12t^4 + 16 = 0$$

$$7p^5 + 16p - 7 = 0$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$t \cdot p = 0$$

$$2(p^5 + t^5) + 8(t+p) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab : 2^9 3^{10} 5^{10}$; $bc : 2^{14} 3^{13} 5^{13}$, $ac : 2^{10} 3^{18} 5^{30}$

$10 : 5$
 $8 : 4 \rightarrow 20 : 20$

$\min(abc) = ?$

(5) (K)

$a^2 b^2 c^2 : 2^{44} 3^{51} 5^{53}$

$a = 2^8 3^4 5^2 \cdot F$
 $b = 2^7 3^2 5^2 \cdot G$
 $c = 2^5 3^3 5^2 \cdot H$

$x_1 + y_1 + z_1 = 9$
 $x_2 + y_2 = 10$
 $x_2 + z_2 = 10$
 $x_2 + x_3 = 14$
 $y_2 + y_3 = 13$
 $z_2 + z_3 = 13$

70
 $+14$
 $\hline 84$
 $+34$
 $\hline 118$
 $+2$
 $\hline 120$

10
 $+13$
 $\hline 23$
 $+18$
 $\hline 41$
 $+3$
 $\hline 44$

$6 : 2 \cdot 3$ $x_1 : 2 \cdot 3$
 $y_2 : 3 \cdot 5$
 $z_2 : 2$
 $x^2 y^2 z^2 : 2^2 3^3$

$z(x_1, x_2, z)$

$2x_1 + y_1 + z_1 + x_2 + y_2 + z_2 +$
 $\min(x_1 + y_1 + z_1)$

(1)

$x_1 + x_2 = 9$
 $x_2 + x_3 = 14$
 $x_3 + x_1 = 19$

$x_2 + x_3 = 14$
 $y_3 + y_1 = 18$
 $z_3 + z_1 = 30$
 $x_1 + y_2 + x_2 + y_3 + x_3 + x_1 = 9 + 14 + 19$
 $2x_1 = 14$

$6 \cdot 2 \cdot 45 =$
 $= 540$

(2)

$y_1 + y_2 = 10$
 $y_2 + y_3 = 13$
 $y_3 + y_1 = 18$

$y_1 + y_2 + y_2 + y_3 + y_3 + y_1 = 10 + 13 + 18 =$ $x_1 = 7$ $x_2 = 2$ $x_3 = 12$

качур

$2y_1 = 15$

качур

$y_1 + y_2 = 11$
 $y_1 = 8$
 $y_2 = 3$
 $y_3 = 10$

$y_1 = 12/13$

$y_1 = 7$
 $y_2 = 3$
 $y_3 = 8$

$y_1 = 8$

$y_3 + y_1 = 19$
 $y_1 = 8$
 $y_2 = 2$
 $y_3 = 11$

(3)

$z_2 + z_3 = 10 - 13 + 30 = 27$

$z_1 + z_2 = 10$ $z_2 = -3,5$
 $z_2 + z_3 = 13$ $z_3 = 16,5$
 $z_3 + z_1 = 30$

$z_1 + z_2 = 11$ 13 15 $z_1 + z_3 = 31$
 $z_1 = 14$ 15 16 $z_1 = 14$

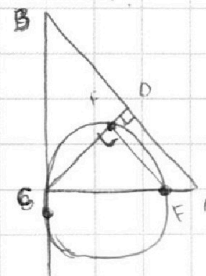
$z_2 = -3$ - не качур. -2 -1 0 . $z_2 = -4$ - не качур.

$z_2 + z_3 = 16$
 $10 - 16 + 30 = 24 = 12$
 $27 - 11$

$2 \cdot 7 \cdot 3^2 \cdot 5^{12} \cdot 2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^{10}$

$3^2 \cdot 8^{10}$ $ука$ $3^2 \cdot 5^4$
 3 5

$10 + 16 + 18 =$
 $= 14$



$z_2 + z_3 = 20$
 $z_2 = 0$
 $z_1 = 10$
 $z_3 = 20$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!