



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $a = 2^{a_2} \cdot 3^{a_3} \cdot 5^{a_5}$, $b = 2^{b_2} \cdot 3^{b_3} \cdot 5^{b_5}$,
 $c = 2^{c_2} \cdot 3^{c_3} \cdot 5^{c_5}$, $a_2, a_3, a_5, b_2, b_3, b_5, c_2, c_3, c_5 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

$\in \mathbb{N} \cup \{0\}$. $\forall a, b, c \in \mathbb{N}$.

Тогда: $ab = 2^{a_2+b_2} \cdot 3^{a_3+b_3} \cdot 5^{a_5+b_5}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_2 + b_2 \geq 9 \\ a_3 + b_3 \geq 10 \\ a_5 + b_5 \geq 10 \end{cases}$$

Аналогично, для bc : $\begin{cases} b_2 + c_2 \geq 14 \\ b_3 + c_3 \geq 13 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \end{cases}$, для ac : $\begin{cases} a_2 + c_2 \geq 19 \\ a_3 + c_3 \geq 18 \\ a_5 + c_5 \geq 30 \end{cases}$.

Значит: $\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 9 \\ a_2 + c_2 \geq 19 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \end{cases} \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 21$.

$\begin{cases} a_3 + b_3 \geq 10 \\ b_3 + c_3 \geq 13 \\ a_3 + c_3 \geq 18 \end{cases} \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq \frac{41}{2}$
 $\forall a_3, b_3, c_3 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

$a_3 + b_3 + c_3 \geq 21$

$\begin{cases} a_5 + b_5 \geq 10 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \\ a_5 + c_5 \geq 30 \end{cases} \Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 27$
 $\forall a_5, b_5, c_5 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

$a_5 + b_5 + c_5 \geq 27$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a \cdot b \cdot c \geq 2^{a_2 + b_2 + c_2} \cdot 3^{a_3 + b_3 + c_3} \cdot 5^{a_5 + b_5 + c_5} \\ \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$$

$$abc; ac \Rightarrow abc: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 30$$

$$abc \geq 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$\text{Пример: } a = 2^7 \cdot 3^8 \cdot 5^{10}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^2$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

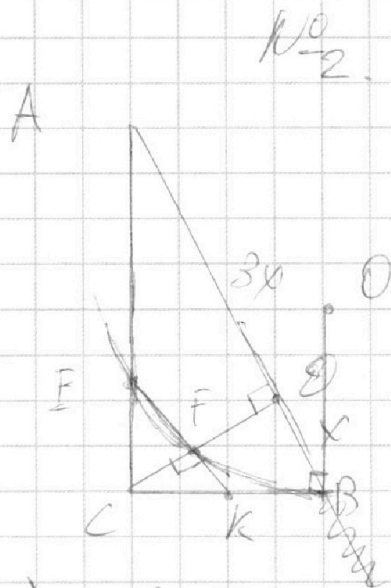
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$
 $\omega(O; R)$
 $\omega \cap BC = B$
 - касательная
 CE - высота
 $\omega \cap CE = F$
 $\omega \cap AC = E$
 $AB \parallel EF$
 $AO:OB = 3:1$



До-и: $EF \perp CB = K$

$EF \parallel AB$
 $CE \perp AB$
 $\Rightarrow CE \perp EF$
 CF - высота $\triangle ECK$

2) $\angle CER = \angle CAD$, $\angle CKE = \angle CBK$
 (по-и-и для $EF \parallel AB$ и секущих AC и BC)

$\Rightarrow \triangle CER \sim \triangle CAD$, $\triangle CKE \sim \triangle CBK$
 (по-и-и углов).

$$\frac{CF}{CE} = \frac{EF}{AE} = \frac{KB}{EK} = \frac{FK}{CB}$$

$$\frac{EF}{FK} = \frac{AO}{OB} = 3:1 \Rightarrow KF = \frac{1}{4} KE$$

3) По теореме Птолемея в четырехугольнике $CKBE$,

$$KB^2 = KF \cdot KE$$

$$KB^2 = 4KF^2$$

$$KF = \frac{KB}{2} \quad 2KF = KB$$

4)

из $\triangle ECK$, $\triangle ECF$, $\triangle ECK$ по теореме Птолемея,

$$\begin{cases} EC^2 + CK^2 = EK^2 \\ EK^2 + CF^2 = CK^2 \\ EK^2 + CE^2 = EC^2 \end{cases} \Rightarrow 2CF^2 + FK^2 + 9FK^2 = 16FK^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$CF = \sqrt{3} FK.$$

$$\text{tg } \angle FCK = \frac{CF}{FK} = \frac{\sqrt{3} FK}{FK}$$

$$\Rightarrow \angle FCK = 30^\circ$$

~~$\angle CKE = \angle CKF = \frac{FK}{\sin 30^\circ} = 2FK$~~

~~$BC = BK + CK = 4FK$~~

~~$\frac{KC}{BC} = \frac{1}{2}$~~

~~4) $\triangle ABC$ и $\triangle ECK$ по 2-му признаку подобия:~~

~~$\angle CKE = \angle CKF = \angle ECK$~~

~~$\Rightarrow CK = \frac{FK}{\sin 30^\circ} = 2FK$~~

$$BC = BK + CK = 4FK$$

5) $\triangle ABC$ и $\triangle ECF$ по 2-му признаку подобия ($\angle ECF = \angle ACB$ по 1-му признаку подобия, $\angle CEF = \angle CAB$ - соответственные углы при $EF \parallel AB$ и секущей AC).

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle ECF)} = \left(\frac{BC}{CF} \right)^2 = \left(\frac{4FK}{\sqrt{3}FK} \right)^2 = \frac{16}{3}$$

ответ: $\frac{16}{3}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\exists \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

~~$$\exists \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$~~

$$\exists \arcsin(\cos x) \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow x \in [-3\pi; 2\pi]$$

$$\frac{5\pi}{2} - \exists \arcsin(\cos x) = 2\pi - x.$$

$$\exists \arccos(\cos x) = 2\pi - x.$$

$$\text{I. } x \in [0; \pi] \Rightarrow \arccos(\cos x) = x.$$

$$\exists x = 2\pi - x$$

$$x = \frac{\pi}{3} \in [0; \pi].$$

$$\text{II. } x \in [\pi; 2\pi] \Rightarrow \arccos(\cos x) = 2\pi - x.$$

$$10\pi - \exists x = 2\pi - x.$$

$$x = 2\pi \in [\pi; 2\pi].$$

$$\text{III. } x \in [-\pi; 0) \Rightarrow \arccos(\cos x) = -x$$

$$-\exists x = 2\pi - x.$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \in [-\pi; 0).$$

$$\text{IV. } x \in [-2\pi; -\pi) \Rightarrow \arccos(\cos x) = 2\pi + x$$

$$10\pi + \exists x = 2\pi - x$$

$$x = -\frac{4\pi}{3} \in [-2\pi; -\pi).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\downarrow x \in [-3\pi; -2\pi) \Rightarrow \arccos(\cos x) = -2\pi - x$$

$$-10\pi - 3x = 2\pi - x$$

$$x = -3\pi \in [-3\pi; -2\pi)$$

$$\text{Ответ: } -3\pi; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

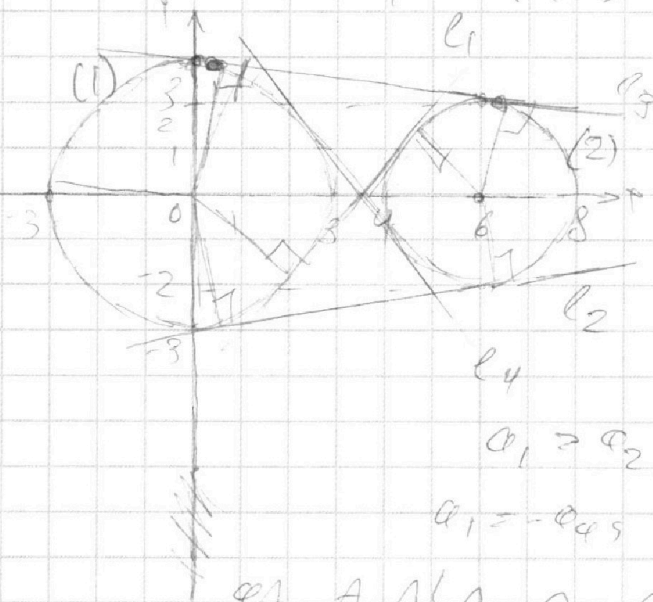


Реш.

$$\begin{cases} ax + 2y - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

$a=7: \exists 6$ - решение
реш.

$$\begin{cases} y = -\frac{a}{2}x + \frac{36}{2} \\ x^2 + y^2 = 9 \quad (1) \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \quad (2) \end{cases}$$



l_1, l_2, l_3, l_4 - касательные к окружностям.

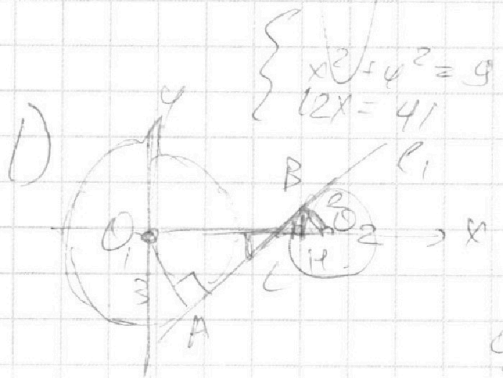
a_1, a_2, a_3, a_4 - углы касательных.

$$a_1 > a_2 > a_3 > a_4$$

$$a_1 = -a_4, a_2 = -a_3 \text{ (симметрия относительно } Ox)$$

a_1, a_2, a_3, a_4 - различные углы кас.

$$\begin{cases} y = kx + c \\ x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \text{ - решение задачи.}$$



$\Delta O_1 A C \sim \Delta O_2 B C$ по 2-м углам

$$\frac{O_1 A}{O_2 B} = \frac{O_1 C}{O_2 C}$$

$$O_1 C = \frac{3}{2} O_2 C \Rightarrow O_1 O_2 = \frac{3}{2} O_2 C = 6$$

$$O_2 C = \frac{12}{5}, O_1 C = \frac{18}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\Rightarrow BC = \sqrt{O_2C^2 - O_2B^2} = \sqrt{\frac{100}{25} - 4} = \frac{2\sqrt{11}}{5}$$

Вн ~~биссектриса~~ ΔO_2BC

$$BK = \frac{O_2B \cdot BC}{O_2C} = \frac{\sqrt{11}}{3}$$

~~$$\Rightarrow \alpha_1 = \dots$$~~

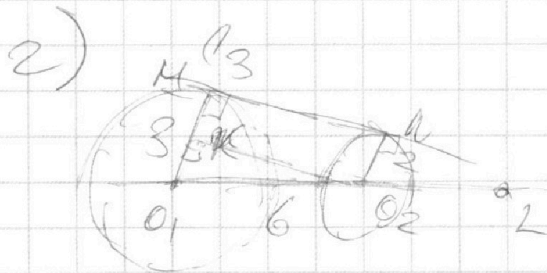
$$\Rightarrow CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{\frac{44}{25} - \frac{11}{9}} = \sqrt{\frac{341}{45}}$$

~~$$\alpha_1 = \dots$$~~

$$\alpha_1 = \text{tg} \angle BCK$$

$$\alpha_1 = \frac{BK}{CK} = \sqrt{\frac{31 \cdot 11}{9 \cdot 5} \cdot \frac{9}{11}} = \sqrt{\frac{31}{5}}$$

$$\alpha_4 = -\sqrt{\frac{31}{5}}$$



O_1KO_2 - прям. тр.

O_2K - биссектриса, $O_2K \parallel MN$

~~$MO_1 = KO_2$~~

MKO_2N - прямоуг.

(пер. диаг. MO_1 и NO_2 , прям. тр. MO_1KO_2 и NO_2KN)

$$\Rightarrow MK = KO_2 = 2 \Rightarrow KO_1 = 1$$

$$KO_2 = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1K^2} = \sqrt{35}$$

$$\alpha_3 = \text{tg} \angle KO_2L = \text{tg} (\angle M - \angle KO_2O_1) = -\text{tg} \angle KO_2O_1 =$$

$$= -\frac{KO_1}{KO_2} = -\frac{1}{\sqrt{35}}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{35}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$N^{\circ} 5$

$$1) \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8.$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 - \frac{5}{2} \log_x 3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0$$

Пусть $\log_x 3 = t$. Тогда: ($t \neq 0$)

$$t^4 + \frac{7}{2t} + 8 = 0.$$

$$2t^5 + 7 + 16t = 0$$

$$t^4 + 8 = -\frac{7}{2t}$$

$$t^4 + 8 \geq 0 \text{ при } t > 0$$

$\Rightarrow t < 0$, при $t > 0$ - нет реш.

При $t < 0$, $t^4 + 8 \searrow$, $-\frac{7}{2t} \nearrow$

\Rightarrow Фр-е имеет не более 1 реш на

$t \in (-\infty; 0)$ в силу монотонности

$-\frac{7}{2t}$ - возрастающая, непрерывная на $(-\infty; 0)$.

$$\text{При } t = -\frac{2}{7}, \quad -\frac{7}{2t} = \frac{7}{2} = 1 \frac{1}{2} < t^4 + 8 \leq t^4 + 8.$$

$$\text{При } t = -\frac{1}{8}, \quad -\frac{7}{2t} = 6 \frac{1}{2} > \left(\frac{1}{8}\right)^4 + 8.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



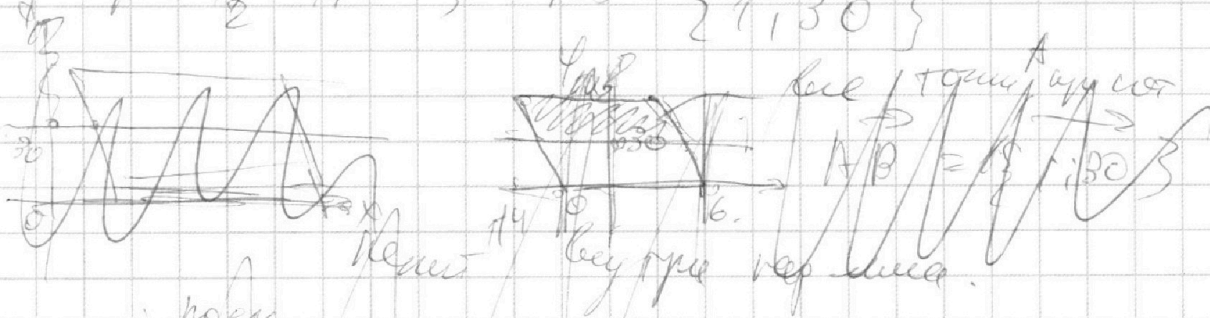
№6.

$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33.$$

$$\Rightarrow y_2 - y_1 = -3(x_2 - x_1) + 33.$$

$$\vec{AB} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\} = \{x_2 - x_1; -3(x_2 - x_1) + 33\}$$

при $x_2 - x_1 = 1$, $\vec{AB} = \{1; 30\}$



покажем их как-то:

$$(y_2 - y_1 + 1) (20 - y_1 + 2)$$

попр. з. отрез. попр. з. отрез.

$\{1; 3\}$ - вектор-единица OP и OP .

$$\text{т.е. } \vec{AB} = \{0; 33\} + (x_2 - x_1) \{1; 3\}$$

$\{0; 33\}$ - вектор-единица OP и OP .

$$\text{вектор-единица } \Rightarrow (y_2 - y_1) \in [-3; 23]$$

$$20\text{-мил. з. по } y, (y_2 - y_1) \in [-30; 20]$$

$$(x_2 - x_1) \in [-3; 20]$$



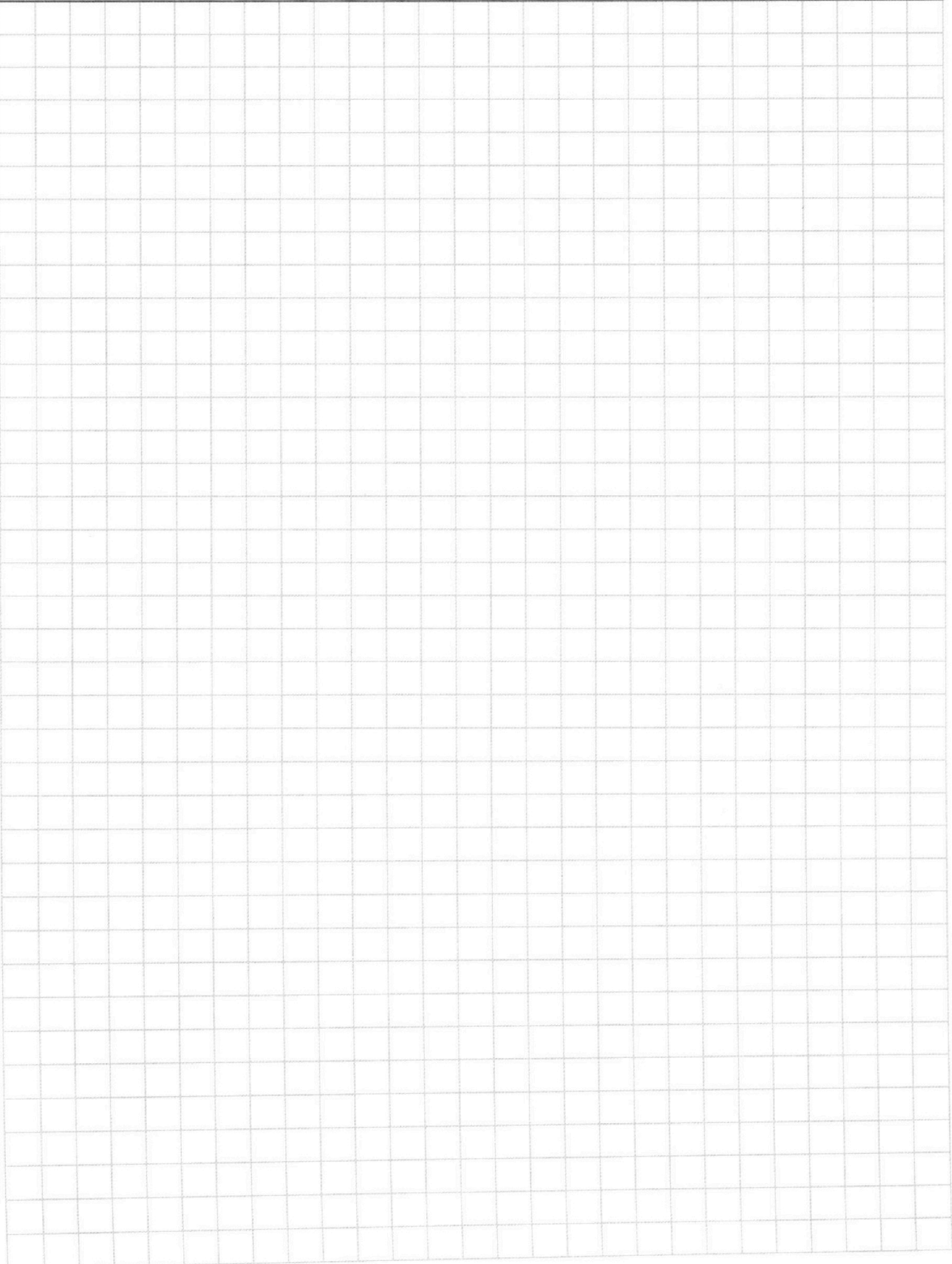
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 8 \cdot 243 - 8.$

$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \frac{5}{2} \log_3 3 - 8.$

$-1 \dots 0$

~~42-30~~ $\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0.$

$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0.$

$2 \log_3^5 x + 16 \log_3 x + 7 = 0.$

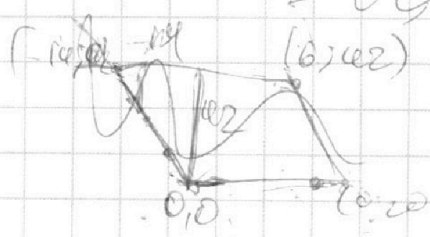
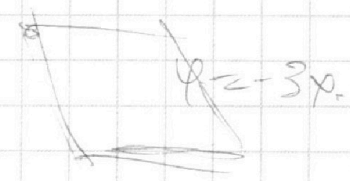
$2 \log_3^4 x + 16 \log_3 x - 7 = 0.$

$(\log_2 4)^2 = 4 \log_2 4$

$(\log_2 4) = 1 \log_2 4 = 2$

$\log_3^4 34 = \frac{7}{2}$

$(\log_2 x)^2 = (-\log_2 x)^2 \cdot x^{\frac{10}{7}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



IV. $x \in [2\pi; -2\pi]$

$$\frac{24\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$-2\frac{2\pi}{3}$$

$$-\frac{2\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$20\pi + 5x = 2\pi - x$$

$$\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) =$$

$$x = -\frac{4\pi}{3}$$

V. $y \in [-3\pi; -2\pi]$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3}$$

$$y_2 = 3x_2 = y_1 + 3y_1 + 3z_2$$

$$\begin{cases} 0x + 2y - 3z = 0 \\ (x^2 + y^2 + z^2) \cdot (x^2 + y^2 - 12z - 3z^2) = 0 \\ -2\pi = x \neq x \cos \end{cases}$$

$$-2\pi - x$$

$$-10\pi - 5y = 2\pi - x$$

$$x^2 - 6y^2 + z^2 = 4$$

$$-12\pi = -4y$$

$$y_2 = y_1$$

$$x = 3\pi$$

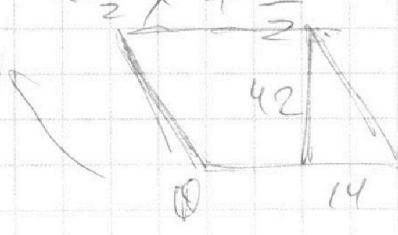
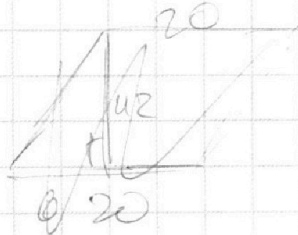
$$y_2 - y_1 = 3(x_2 - x_1) + z_2$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}, 2\pi, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}, 3\pi\right)$$

$$y = -\frac{4}{2}x + \frac{36}{2}$$

$$90 - 14 = 2$$

$$14\sqrt{10}$$



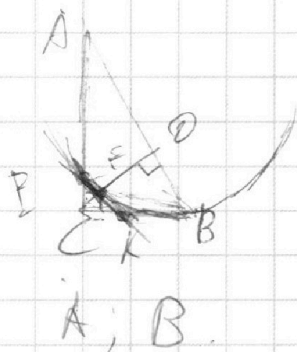
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AO:OB = 3:1$$

$$KB^2 = KF \cdot KE$$

$$KF \cdot KE = :$$

$$AO:OB = EF:FK = 3:1$$

$$KF:KE = 4KF^2$$

$$5 \arcsin(\cos x) \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$$

$$\begin{cases} y_1 - y_2 = 4y_1^2 \\ -3\pi - \pi \leq y_1 \leq 3\pi - \pi \end{cases}$$

$$5 \arcsin(\cos x) = \pi + \frac{\pi}{2}$$

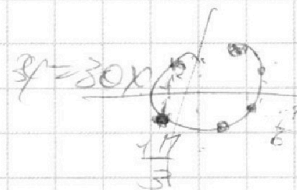
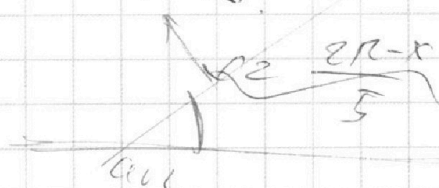
$$[-3\pi; 2\pi] \quad \{1; 30\}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5 \arcsin(\cos x) = 3\pi \rightarrow x = 3\pi - x$$

$$5 \arccos(\cos x) = 2\pi - x$$

$$\arccos(\cos x) = \frac{2\pi - x}{5}$$

$$I. \quad x \in [0; \pi]$$



$$\begin{aligned} 5x &= 2\pi - x \\ x &= \frac{\pi}{3} \\ \arccos(\cos \frac{\pi}{3}) &= \arccos(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{3} \\ \arccos(\cos \frac{2\pi}{3}) &= \arccos(-\frac{1}{2}) = \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

$$II. \quad x \in [\pi; 2\pi]$$

$$5(2\pi - x) = 2\pi - x$$

$$III. \quad x \in [-\pi; 0]$$

$$y = 2\pi \rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) $ab : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$
 $bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$

$\frac{a}{2} = \frac{1}{18}$

$a = 2^7 \cdot 3^9 \cdot 5^{10}$ $ac : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{20}$

$b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^0$ $16a \geq 9$

$c = 2^k \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$ $b_2 + c_2 \geq 14$

$a_2 + c_2 \geq 19$

$21 + 16c = -7$

$2 + (1 + 1) = -7$ $c_2 - b_2 = 10$

$2 \cdot (10 + 6 + c) \geq 22$

0

$1^4 + 8 = -7$ $a_1 \geq 0$

$1 < 0$

$4a_3 + b_3 \geq 10$

$b_3 + c_3 \geq 13$

$a_3 + c_3 \geq 18$

$\begin{cases} a^2 + b^2 = 16x^2 \\ c^2 + x^2 = 6z \end{cases}$

$\begin{cases} c^2 + 9x^2 = 4z \\ a_3 + b_3 + c_3 \geq \frac{47}{2} \end{cases}$

$2c^2 + 10x^2 = 6z$

$7y < 10z = \frac{1}{10} + 13 + 20$

$c^2 = 3x^2$

$21 \cdot 5 = 27 \cdot 2$

$c = \sqrt{3}x$

$9 \cdot 10 = 10 \cdot 10$ $CA = 2FB$

$\frac{CA}{FB} = \frac{10}{10}$

$CF \perp EF$

CA

