



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



✂ [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

✂ [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .

✂ [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .

✂ [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

✂ [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-17;68)$ ,  $Q(2;68)$  и  $R(19;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .

а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .

б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^7 3^{11} 5^{14} \\ bc &: 2^{13} 3^{15} 5^{18} \\ ac &: 2^{14} 3^{17} 5^{43} \end{aligned}$$

$d_i$  - макс. степень двойки на  
которую делится  $i$ , где  $i$  это  
 $a, b, c$ .  
аналогично  $e_i$  - макс ст. тройки,  
а  $f_i$  - макс степень 5-ки

по условию:

$$\begin{cases} d_a + d_b \geq 7 \\ d_b + d_c \geq 13 \\ d_a + d_c \geq 14 \end{cases}$$

$$2d_a + 2d_b + 2d_c \geq 34$$

$$d_a + d_b + d_c \geq 17. \Rightarrow abc : 2^{17}$$

$$\begin{cases} e_a + e_b \geq 11 \\ e_b + e_c \geq 15 \\ e_a + e_c \geq 14. \end{cases}$$

$$2(e_a + e_b + e_c) \geq 43$$

$$e_a + e_b + e_c \geq 21,5; \text{ так как } a, b, c \text{ - натур.} \Rightarrow e_a + e_b + e_c -$$

точно целое, не отрицательное  $\Rightarrow e_a + e_b + e_c \geq 22. \Rightarrow$

$$\Rightarrow abc : 3^{22}$$

$$f_a + f_c \geq 43 \Rightarrow abc : 5^{43}$$

~~$e_a + e_c \geq 43 \Rightarrow abc : 5^{43}$~~   
 $\Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$  (по дек.)

если  $b = 3^5 \cdot 2^3$ ;  $a = 3^7 \cdot 2^4 \cdot 5^{21}$ ;  $c = 3^{10} \cdot 2^{10} \cdot 5^{22}$ , то  
 $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$ , все условия выполняются, меньше точно  
нельзя

Ответ:  $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

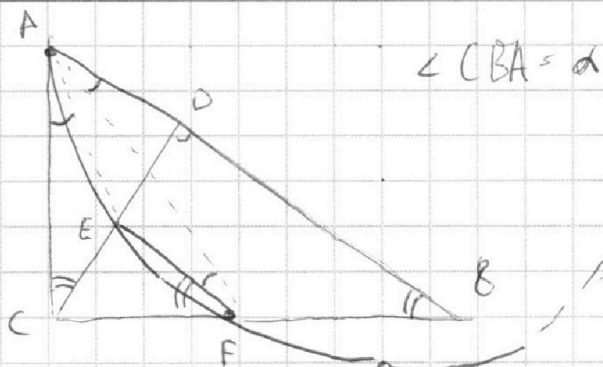
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\angle CBA = \alpha$   
 $AC \perp BC \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle CAE = \angle EFA$  (опир. на парал. LA)  
 $EF \parallel AB \Rightarrow \angle BAF = \angle AFE = \angle CAE$   
 $\angle ACD = \angle CBA = 90^\circ - \angle CAB$

$\Rightarrow \triangle CEA \sim \triangle BFA$  (по 2 уг.)  $\Rightarrow \frac{CE}{BF} = \frac{AC}{AB}$

$\triangle ADC \sim \triangle CBD \sim \triangle ABC$  (по 2 углам)  $\Rightarrow \frac{CB}{AB} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow BC^2 = AB \cdot BD$

$AB = 1,3 \cdot BD \Rightarrow BC^2 = 1,3 \cdot BD^2$   
 $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1,3} = \frac{10}{13}$

$BA \parallel EF \Rightarrow \angle CEF = 90^\circ, \angle EFC = \alpha \Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle ABC$  (по 2 уг.)

$\cos^2 \alpha = \frac{10}{13} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{3}{13} \Rightarrow AD = \sqrt{\frac{3}{13}} \cdot AC = \frac{3}{13} AB$

$CD = \sqrt{\frac{3}{13}} BC = \frac{\sqrt{30}}{13} AB \Rightarrow S_{ADC} = \frac{AD \cdot DC}{2} = \frac{3\sqrt{30}}{169} \cdot \frac{AB^2}{2}$

$\frac{CE}{BF} = \frac{AC}{AB} = \sqrt{\frac{3}{13}}$

$CE = \sqrt{\frac{3}{13}} BF = (BC - CF) \sqrt{\frac{3}{13}} \Rightarrow CF = BC - CF$   
 $2CF = BC \Rightarrow CF = \sqrt{\frac{10}{13}} \frac{AB}{2}$

$CE = \frac{\sqrt{30}}{13} \cdot \frac{AB}{2}, EF = \frac{10 AB}{26}$

$S_{CEF} = \frac{CE \cdot EF}{2} = \frac{5\sqrt{30}}{169 \cdot 4} \cdot AB^2$

$\frac{S_{ADC}}{S_{CEF}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$

Ответ:  $\frac{6}{5}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right), \text{ тогда если } x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right], \text{ то}$$
$$5 \arccos\left(\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) = 5\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$5x - \frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + k$$

$$4x = 4\pi \quad x = \pi - \text{находим.}$$

множ-во значений  $\arccos t$  тем же  $[0; \pi]$

$$\Rightarrow \text{нас интересует } x \text{ от } -\frac{3\pi}{2} \text{ до } \frac{\pi}{2} \text{ (иногда } \frac{3\pi}{2} \text{ - просто меньше, или больше } 5\pi)$$
$$\text{если } x \in \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right], \text{ то } 5 \arccos\left(\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) = 5\left(2\pi - x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-6x = -\frac{25\pi}{2} + \frac{5\pi}{2}$$

$$-6x = -11\pi$$

$$x = \frac{11\pi}{6} - \text{находим.}$$

$$\text{если } x \in \left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right], \text{ то } 5 \arccos\left(\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) = 5\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$$

$$4x = 14\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{2} - \text{находим.}$$

$$\text{если } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], \text{ то } 5 \arccos\left(\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) = 5\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$-6x = -\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} - \text{находим.}$$

$$\text{если } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right], \text{ то } 5 \arccos\left(\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) = 5\left(x + 2\pi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$4x = \frac{3\pi}{2} - \frac{15\pi}{2}$$

$$4x = -\frac{12\pi}{2}$$

$$x = -\frac{3\pi}{2} - \text{находим.}$$

$$\text{Ответ: } \pi, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, -\frac{3\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

крас 3 ~ 4

Сметель. точки.  $\rightarrow (4, 2-3)(4, 2-9) = xF^2$   
 $0,8 \cdot 4,8 = xF^2$

$x_1$  - коорд. точки F. по  $x_1$  и  $y_1$  и  $z_1$ .

$$\begin{cases} (4-x_1)^2 + (2-x_1)^2 + (4-x_1)^2 = 0,8 \cdot 4,8 \\ (4-x_1)^2 + (4-(x_1+7))^2 = 0,8 \cdot 4,8 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Крест. 2. ~4.

$$4 - x_1^2 - 14x_1 - 49 = 9 - x_2^2 - 2x_2^2$$

$$-5 + 3x_2^2 - 3x_1^2 - 14x_1 - 49 = 0$$

$$x_2^2 = 3x_1^2 + 14x_1 + 54$$

$$3x_1^2 + 14x_1 + 54$$

$$4 - x_1^2 - 14x_1 - 49$$

$$-27x_1^2 - 3x_1^4 + 14x_1^3 = -135x_1^2 - 3x_1^4 - 14x_1^3 - 54x_1$$

новый способ: касания точек пересечения касательных:

Кривая окруж - это гомология левой окружности (возврат -  $\frac{3}{2}$ ).

из точки пересечения, центра  $\frac{10}{3}$  и 0.

т. пересеч. - X. центр правой - 0, левой - W.

$$XW = \frac{2}{3}XO \quad \frac{5}{3}XO = 7 \quad XO = 4\frac{1}{5} \Rightarrow X = (-4\frac{1}{5}, 0)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение №4.  $\Rightarrow$

если  $|\frac{1}{3a}| < |\operatorname{tg} \alpha|$ , то тогда а не подходит,

если  $|\frac{1}{3a}| \geq |\operatorname{tg} \alpha|$ , то рассмотрим параболы в любой  
в при которых ~~прямая~~ прямая касается левую окружность  
в двух точках (если точка  $< 2$ , то всего  $< 4$ , т.к. прямая и окру-

жность имеют максимум 2 т. пересек), то прямая при  
 $x \geq -3$  будет иметь либо вообще не имеет

ниже  $t$  (в зависимости от знака  $-\frac{1}{3a}$ )  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  если  $|\frac{1}{3a}| \geq |\operatorname{tg} \alpha|$ , то такой а не подходит

Итак  $\operatorname{tg} \alpha$ .

~~Касание прямой в точке  $x_1$  и  $x_2$  равносильно~~

~~$f'(x_1)(x-x_1) + f(x_1)$ , где  $f(x)$  - то ~~равнение~~ левая окр.~~

~~и равносильно  $g'(x_2)(x-x_2) + g(x_2)$ , где  $g(x)$  - то уравнение~~

~~правой окр.~~  
~~прямой  $f'(x_1)(0-x_1) + f(x_1)$  должно быть  $> 0$ , а~~

~~$f'(x_1)(-7-x_1) + f(x_1)$  должно быть  $< 0$ .~~

~~$f'(x_1) = g'(x_2)$ .~~

~~$f(x_1) - f'(x_1)x_1 = g(x_2) - g'(x_2)x_2$ .~~

крайне след отпр.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

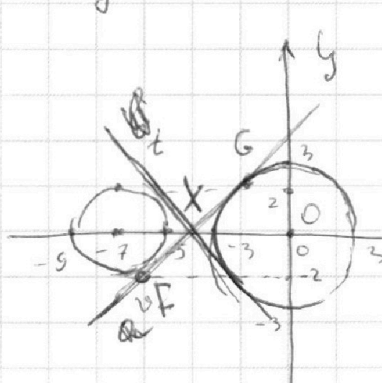
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 14x + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 & \text{или } (1) \\ x + 3ay - 7b = 0 & (2) \end{cases}$$



~~вспомог~~ (1) равно нулю  
если точка с коорд.  
(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) лежит  
либо на окруж. с центром (-7, 0)  
и R=2 либо на окруж.  
с центром (-3, 0) и R=3.

$$x + 3ay - 7b = 0 \begin{cases} y = \frac{7b - x}{3a}, \text{ если } a \neq 0, \text{ или} \\ x = 7b, \text{ если } a = 0. \end{cases}$$

Прямая  $t$  и  $v$ -касательные к срезу двух окружностей, которые касаются друг друга так, как это показано на графике. Присутствует симметрия относительно прямой  $Ox \Rightarrow |\operatorname{tg} \alpha| = |\operatorname{tg} \beta|$ , где  $\operatorname{tg} \alpha$  — угл наклона  $t$ , а  $\operatorname{tg} \beta$  — угл наклона  $v$ .

Заметим, что для заданного параметра  $b$  мы можем переписать уравнение (2) в виде  $y = \frac{7b - x}{3a}$  или  $x = 7b - 3ay$ . Если  $\operatorname{tg} \alpha < \frac{1}{3a}$  (максимальный угл наклона прямой)  $< |\operatorname{tg} \alpha|$ , то при подстановке такого  $b$ , что прямая проходит через  $m$ -перес.  $v$  и  $t$  (т.е. при  $x < 0$  выше  $v$  и ниже  $t$ , а при  $x > 0$  выше  $t$ , но ниже  $v$ ) будет пересекать 2 окруж. в ровно 4-х точках.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4.$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 49} \\ \underline{28} \phantom{0} \\ 21 \phantom{0} \\ \underline{14} \phantom{0} \\ 7 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \frac{3}{2} \log_{6x} 7 - 4.$$

$$\log_7^4(6x) = \frac{3.5}{\log_{6x} 7 \log_7(6x)} - 4.$$

$$\log_7^4 y = \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2} \log_7 y - 4.$$

$$\log_7^4 y = \frac{17}{2} \log_7 y - 4.$$

$$\log_7^4(6x) = \frac{7}{2} \log_{6x} 7 - 4.$$

$$\log_7^5 y = \frac{17}{2} - 4 \log_7 y$$

$$\log_7^5(6x) = \frac{7}{2} - 4 \log_7(6x)$$

$$\log_7^5 6xy = 12 - 4 \log_7 6xy.$$

$$\begin{aligned} x^{5+4x} &= 12, & \log_7 6xy &= t. \\ x(x+4) &= 12, & t^5 + 4t &= 12. \end{aligned}$$

$$t^5 + 4t - 12 = 0$$

Левая часть — кривая конуса  $\rightarrow$  1 решение.

$$(t-a)(t^4 + bt^3 + ct^2 + dt + e) \quad b=a$$

$$\begin{cases} a+b=0 \\ -ab+c=0 \\ -ac+d=0 \\ -ad+e=4 \end{cases}$$

$$-ae=12.$$

$$\begin{aligned} -a^2 &= -c \\ c &= a^2 \\ d &= a^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4t &= a^4 \\ e - 4 &= a^4 \end{aligned}$$

$$-ae=12.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

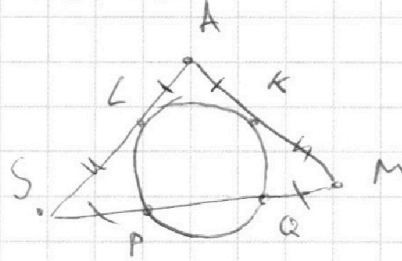
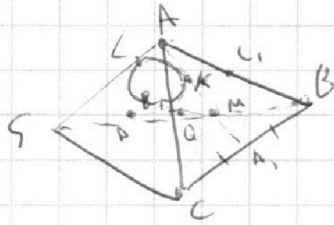
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



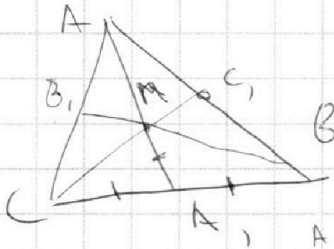
$$SA = BC = 10.$$



$$a) \quad SL^2 = SP \cdot SQ = SP \cdot (SM - SP) \\ MK^2 = MQ \cdot MP \quad \Rightarrow \quad SL = MK \Rightarrow$$

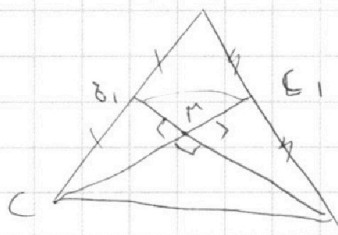
$\Rightarrow \triangle SAM$  - равноб., т.к.  $AL = AK$  (отр. касем.).

$$AM = SA = 10 \Rightarrow AA_1 = 15 = \frac{3}{2} AM \text{ (т.к. т.н. медиан делит в } \frac{2}{1} \text{)}$$



$$BC = 10 \Rightarrow CA_1 = AB = AM = 5. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle CMB = 90^\circ. \Rightarrow$$



$$\frac{CM \cdot MB + CM \cdot MB_1 + BM \cdot MC_1 + MC_1 \cdot MB_1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} S_{ABC} \text{ (т.к. } B_1C_1 \text{ - ср. линия } \Rightarrow S_{B_1C_1} = \frac{1}{4} S_{ABC})$$

$$= \frac{CC_1 \cdot BB_1}{2} = 45$$

$$CC_1 \cdot BB_1 = 90$$

$$CC_1 \cdot BB_1 = AA_1 = 90 \cdot 15 = \underline{1350}$$



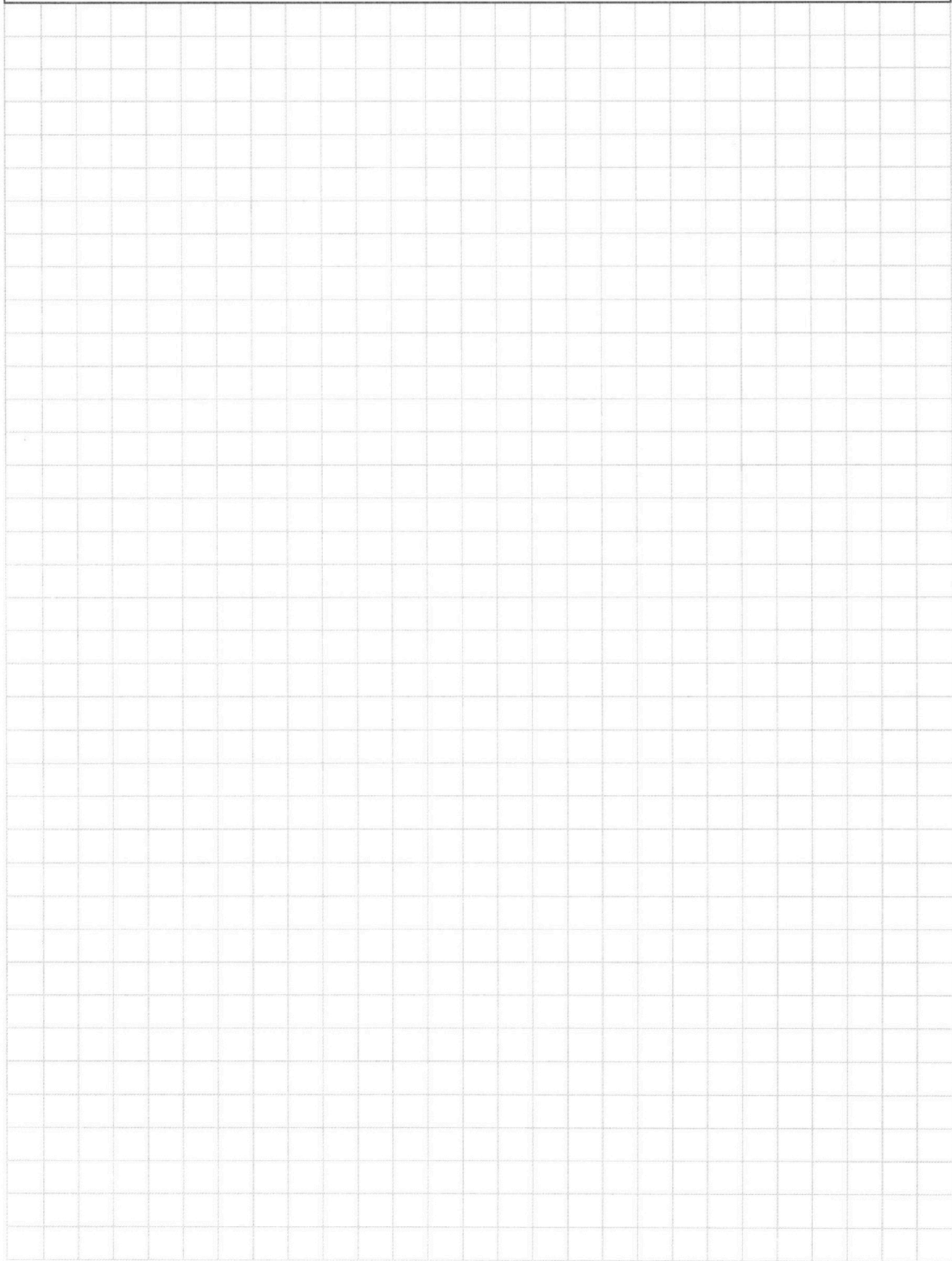
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



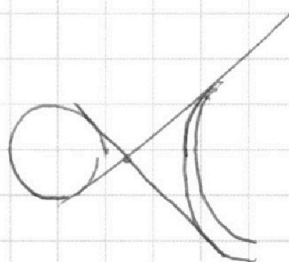
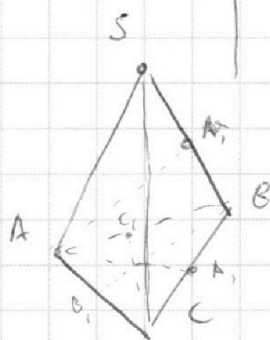
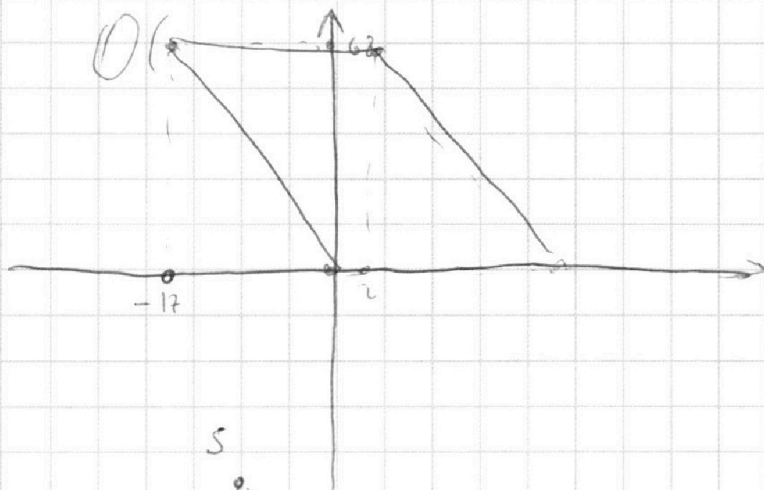
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(-3-x)(3-x) = (x+5)(x+9)$$

$$(3+x)(x-3)$$

$$x^2 - 9 = x^2 + 14x + 45$$

$$-14x = 54$$

$$x = -\frac{54}{14}$$

$$-7 ; 0 \quad \frac{3}{2}(x-7) = -x$$

$$\frac{5}{2}x = \frac{21}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

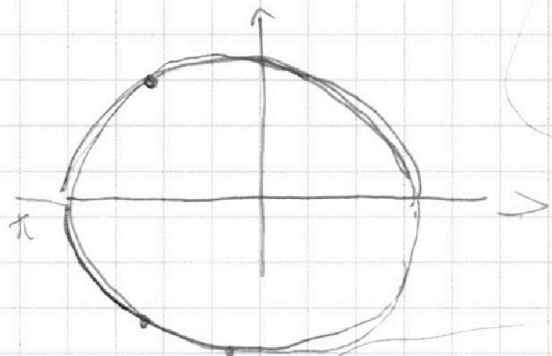


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \arccos(\sin x), 5 \arccos(\cos(x - \frac{\pi}{2}))$$

$$\arccos \alpha \in (0; \pi) \quad \ddot{\imath}$$



$$-6 \quad -2$$

$$\frac{6}{4 - 36 + 84 - 49} = \frac{2}{2}$$

$$2\pi - \frac{-x_2}{\sqrt{9-x^2}} = 2$$

$$x_2^2 = 4(9-x_2^2)$$

$$5x_2^2 = 36$$

$$x_2 = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

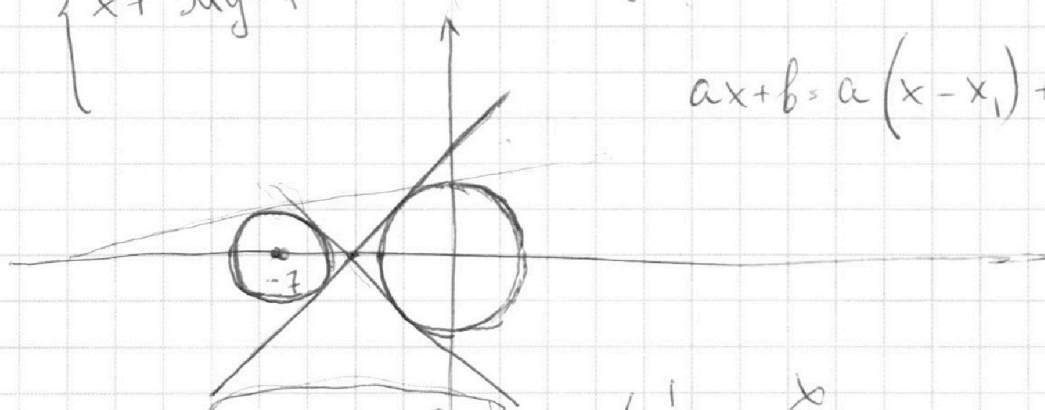
$$x^2 \in [9, 14.4]$$

$$2x^2 = 9$$

$$\begin{cases} x + 3ay - 7 \end{cases}$$

$$x^3(x+4)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9)$$

$$ax + b = a(x - x_1) + ax_1 + b$$



$$y = \sqrt{4 - (x+7)^2} \quad y' = -\frac{x}{6}$$

$$y = \sqrt{2(-5-x)(x+9)}$$

$$36$$

$$36 \cdot 3 + 14 \cdot 6 + 54$$

$$6 \cdot 4 - 45 = 36$$

$$27 - 36 \cdot 3 + 14 \cdot$$

$$84 - 45 = 36$$

$$84 - 81 = 12$$

$$-36 - 45 = 84$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c$

$$ab : 2^7 3^4 5^{14}$$

$$bc : 2^{10} 3^{15} 5^{18}$$

$$ac : 2^{14} 3^{17} 5^{43}$$

~~В~~  $e_1, e_2, e_3$

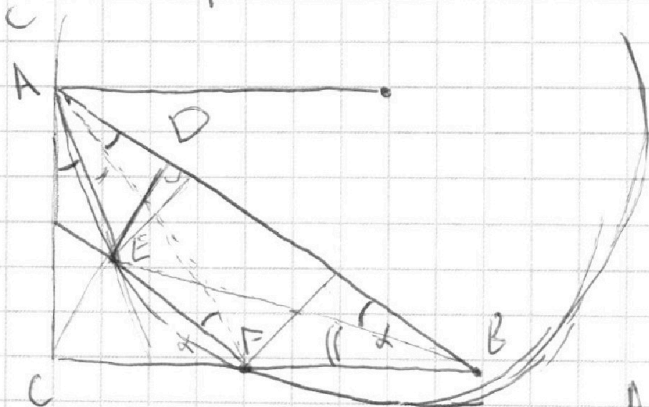
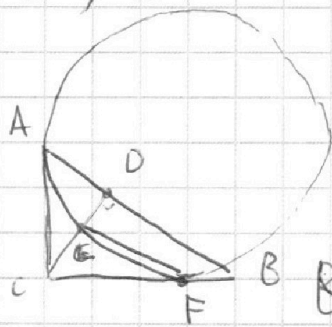
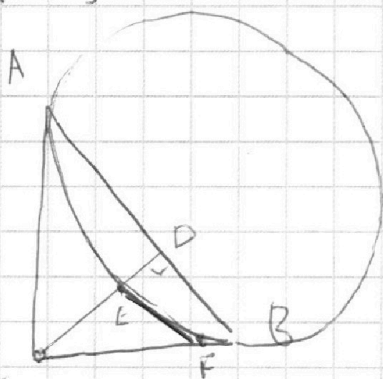
$$d_1 + d_2 \geq 7$$

$$d_2 + d_3 \geq 13$$

$$d_1 + d_3 \geq 14$$

$$d_1 + d_2 + d_3 \geq 17$$

$$3^7, 3^5, 3^{10}$$



$$\frac{AB}{AC} = \frac{CE}{BF}$$

$$3\alpha + 2\beta = 90$$

ВМ

$$\frac{AB}{BC} = \frac{CB}{BD}$$

$$1,3 BD^2 = BC^2$$

$$\sqrt{1,3} BD = BC$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

краткая задача.

Степень точки  $\rightarrow (-4\frac{1}{3} + 5)(-4\frac{1}{3} + 9) = XF^2$

F - т. касания  $\omega$  и левой.

$(-3 + 4\frac{1}{3})(3 + 4\frac{1}{3}) = XG^2$

G - т. касания  $\omega$  и правой.

$\frac{2}{3} = \frac{14}{3} = XF^2$

$XF = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

$\frac{4}{3} = \frac{22}{3} = XG^2$

$XG = \frac{2\sqrt{22}}{3}$

$XF^2 = (-5 + x_1)^2 + (\operatorname{tg} \alpha (x_1 - 5))^2$  где  $x_1$  - коорд. F по  $x$ -ю.

$XG^2 =$

$x_1$  - коорд. X по  $x$ -ю

$x_2$  - коорд. F по  $x$ -ю  $\Rightarrow (x_1 - x_2) = \frac{2}{3}(x_3 - x_1)$

$x_3$  - коорд. G по  $x$ -ю

$XF^2 = (x_1 - x_2)^2 + (\operatorname{tg} \alpha \cdot (x_1 - x_2))^2$

$XG^2 = \frac{9}{4}(x_1 - x_2)^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \frac{9}{4}(x_1 - x_2)^2$

$\begin{cases} \frac{28}{9} = (\frac{13}{3} - x_2)^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (x_2 + \frac{13}{3})^2 \\ \frac{88}{9} = \frac{9}{4}(x_2 + \frac{13}{3})^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (x_2 + \frac{15}{3})^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$