



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1} \quad \text{Пусть } \begin{aligned} ab &= 3^{11} \cdot 7^{11} \cdot x; \\ bc &= 3^{18} \cdot 7^{16} \cdot y; \\ ac &= 3^{21} \cdot 7^{38} \cdot z \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } a^2 b^2 c^2 = 3^{50} \cdot 7^{55} \cdot x^2 y^2 z^2 \Rightarrow abc = 3^{25} \cdot 7^{28} \cdot k,$$

где k - натуральное число

$$\text{Значит, } abc \geq 3^{25} \cdot 7^{28}$$

$$\text{Заметим, что } ac : 7^{38} \Rightarrow abc : 7^{38} \Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38}$$

$$\text{Пример: } a = 3^7 \cdot 7^{19}; \quad b = 3^4; \quad c = 3^{14} \cdot 7^{19}$$

$$ab = 3^{11} \cdot 7^{19} : 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$bc = 3^{18} \cdot 7^{19} : 3^{18} \cdot 7^{16}$$

$$ac = 3^{21} \cdot 7^{38} : 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$\text{Ответ: } 3^{25} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2} \quad \text{Пусть } a+b=mk; \quad a^2-8ab+b^2=mn$$

$$\begin{cases} a=mk-b \\ a^2-8ab+b^2=mn \end{cases} \Rightarrow (mk-b)^2-8(mk-b)b+b^2=mn$$

$$m^2k^2-2mkb+b^2-8mkb+8b^2+b^2=mn$$

$$m^2k^2-10mkb+10b^2=mn$$

$$\begin{cases} m^2k^2:m \\ 10mkb:m \\ mn:m \\ m^2k^2-10mkb+10b^2:m \end{cases} \Rightarrow 10b^2:m$$

Пусть существует простое p такое, что $m:p$;

$$b^2:p \Rightarrow b:p \quad (\text{т.к. } p\text{-простое})$$

Тогда $\begin{matrix} a+b:p \\ b:p \end{matrix} \Rightarrow a:p \Rightarrow$ дробь $\frac{a}{b}$ можно сократить на p

противоречие.

$$\text{Значит, } \text{НОД} \begin{pmatrix} b^2:m \\ 10b^2:m \end{pmatrix} = 1 \Rightarrow 10:m \Rightarrow m \leq 10$$

$$\text{Пример для } m=10: \quad a=1; \quad b=3$$

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{1+3}{1-24+9} = \frac{4}{-14} = -\frac{2}{7}$$

~~$\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ - несократимая~~

Ответ: $m=10$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} \quad \sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x \quad \left| \cdot (\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3}) \right.$$

$$2x^2 - 3x + 4 - (2x^2 + x + 3) = 1 - 4x (\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3})$$

$$1 - 4x = 1 - 4x \left(\sqrt{2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} + \sqrt{2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} \right)$$

$$\left[\begin{array}{l} 1 - 4x = 0 \\ \sqrt{2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} + \sqrt{2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{4} \\ \sqrt{2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} + \sqrt{2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} = 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$(1): \text{Заметим, что } \left\{ \begin{array}{l} 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8} \geq \frac{23}{8} \\ 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{8} \geq \frac{23}{8} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} \geq \sqrt{\frac{23}{8}} \\ \sqrt{2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} \geq \sqrt{\frac{23}{8}} \end{array} \right. \Rightarrow \sqrt{2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} + \sqrt{2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} \geq$$
$$\geq 2\sqrt{\frac{23}{8}} > 2 > 1$$

Значит, уравнение (1) не имеет решений

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

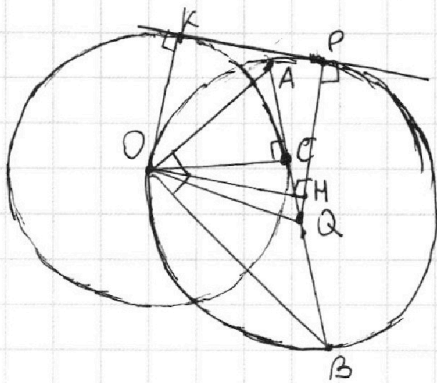
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~4



Пусть O - центр ω ;

Q - центр Ω ;

KP - общая касательная;

$K \in \omega$; $P \in \Omega$

1) AB - диаметр Ω $\Rightarrow \angle AOB = 90^\circ$
 $O \in \Omega$

2) Q - центр Ω
 AB - диаметр Ω $\Rightarrow AQ = QB$

3) В прямоуг. $\triangle AOB$: $AQ = QB = OQ = \frac{16+1}{2} = 8,5$
 $QO = QP$ (радиусы Ω) = 8,5

4) AB - касат. к $\omega \Rightarrow OC \perp AB \Rightarrow OC$ - высота в прямоуг. $\triangle AOB$
 $\Rightarrow OC^2 = AC \cdot CB \Rightarrow OC = \sqrt{AC \cdot CB} = \sqrt{16} = 4$

$OC = Ok$ (радиусы ω) = 4

5) проведем $OM \perp PQ$

$OMPK$ - прямоуг.-ник $\Rightarrow OM = KP$; $Ok = MP = 4$

6) ~~13~~ $MQ = PQ - MP = 8,5 - 4 = 4,5$

по т. Пифагора в $\triangle OMQ$: $OM = \sqrt{OQ^2 - MQ^2}$

$OM = \sqrt{(8,5)^2 - (4,5)^2} = \sqrt{72,25 - 20,25} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} = KP$

Ответ: $2\sqrt{13}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 Пусть x - скорость велосипедиста,
 y - скорость мотоциклиста,
 S - расстояние между А и В

$$\text{тогда: } \begin{cases} \frac{S}{y} = \frac{S}{x} + 2 \\ x \cdot \frac{S}{y} = y \cdot \frac{S}{x} + 36 \\ \frac{S}{y+6} = \frac{S}{x+6} + 1,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S \frac{x-y}{xy} = 2 \\ S \frac{x^2-y^2}{xy} = 36 \\ S \frac{x-y}{(x+6)(y+6)} = 1,25 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} S = \frac{2xy}{x-y} & (1) \\ S = \frac{36xy}{(x-y)(x+y)} & (2) \\ S = \frac{1,25(x+6)(y+6)}{x-y} & (3) \end{cases}$$

$$\text{Из (1) и (2): } \frac{2xy}{x-y} = \frac{36xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$x \neq y \neq 0 \Rightarrow \frac{48}{x+y} = 9 \Rightarrow x+y = 48$$

$$\text{Из (1) и (3): } \frac{2xy}{x-y} = \frac{1,25xy + 7,5x + 7,5y + 45}{x-y}$$

$$0,75xy = 7,5(x+y) + 45$$

$$x+y = 48 \Rightarrow 0,75xy = 405 \Rightarrow \cancel{xy = 60} \quad xy = 540$$

$$\begin{cases} x+y = 48 \\ xy = 540 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 48^2 - 4xy \\ xy = 540 \end{cases}$$

$$(x-y)^2 = 2304 - 2160$$

$$x-y = 12$$

подставив в (1), получим:
ответ: 90 км

$$S = \frac{2 \cdot 540}{12} = 90 \text{ (км)}$$



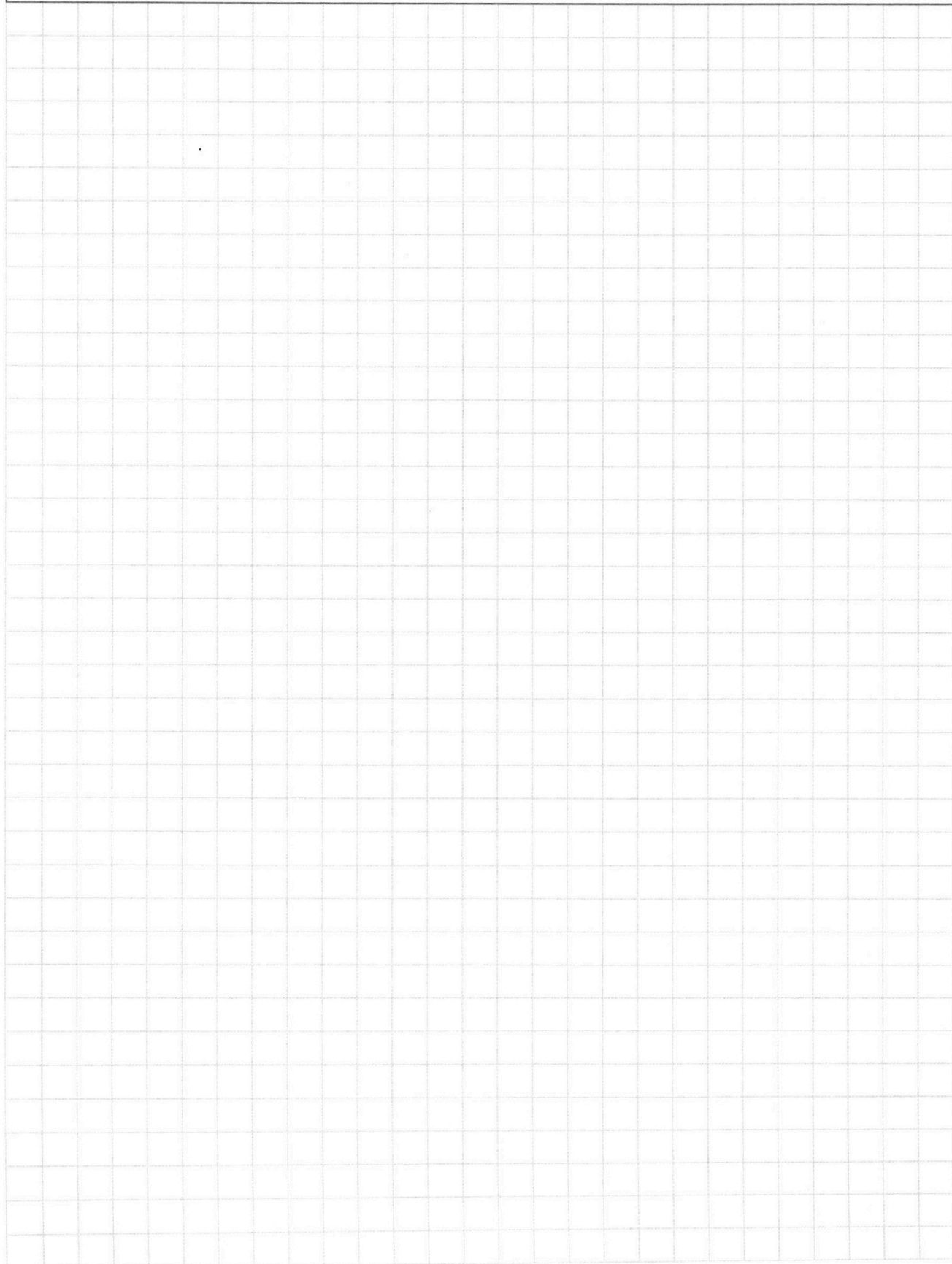
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$U_B = x$$

$$U_M = y$$

$$S = \frac{2xy}{x+y} = \frac{36xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 125 \\ \hline 750 \\ 260 \\ \hline 1625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 15 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$2x^2y + 2xy^2 = 36xy$$

$$1,5 \text{ мин} = 1,5x$$

$$2x + 2y = 36 \quad 48 - x$$

$$y = \frac{36 - 2x}{2} \quad S\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) = 2$$

$$S\left(\frac{x-y}{xy}\right) = 2$$

$$\frac{S}{U_M + 6} = \frac{S}{U_B + 6} + 1,25$$

$$S = \frac{2xy}{x-y}$$

$$\frac{S}{y} = \frac{S}{x} + 2 \quad | \cdot x$$

$$\frac{xS}{y} = S + 2x$$

$$x \cdot \frac{S}{y} = y \cdot \frac{S}{x} + 36$$

$$\frac{xS}{y} = \frac{yS}{x} + 36 \Rightarrow S\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) = 36$$

$$S\left(\frac{x-y}{(x-y)(x+y)}\right) = 36$$

$$\frac{S}{y+6} = \frac{S}{x+6} + 1,25$$

$$\frac{S}{y+6} = \frac{S}{x+6} + 1,25$$

$$S = \frac{36xy}{(x-y)(x+y)}$$

$$\frac{xS}{y} = S + 2x$$

$$y = \frac{S}{\frac{S}{x} + 2} = \frac{S}{\frac{S+2x}{x}} = \frac{Sx}{S+2x}$$

$$\frac{xS}{y} = \frac{4S}{x} + 36$$

$$\begin{array}{r} 1,25 \\ \times 6 \\ \hline 750 \\ 260 \\ \hline 1625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 15 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$xS + 6S = yS + 6S + 1,25xy + 1,25 \cdot 36$$

$$\frac{S}{\frac{Sx}{S+2x} + 6} = \frac{S}{x+6} + 1,25$$

$$\frac{S^2 + 2Sx}{Sx + 6S + 12x} = \frac{S}{x+6} + 1,25$$

$$S^2x + 2Sx^2 + 6S^2 + 12Sx = S^2x + 6S^2 + 12Sx + 1,25Sx^2 +$$

$$+ 7,5Sx + 15x^2 + 45S + 90x$$

$$2Sx^2 = 1,25Sx^2 + 15Sx + 15x^2 + 45S + 90x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = 48 - x$$

$$S = \frac{2xy}{x-y}$$

$$\frac{S}{y+6} = \frac{S}{x+6} = 1,25$$

$$\begin{array}{r} 18440 \\ + 2880 \\ \hline 22320 \end{array} \quad \begin{array}{r} 22320 \\ - 2304 \\ \hline 20016 \end{array}$$

$$y = 48$$

$$\frac{S}{54-x} = \frac{S}{x+6} = 1,25$$

$$S \left(\frac{x+6-54+x}{48x-x^2+324} \right) = 1,25$$

$$S = \frac{60x - 1,25x^2 + 405}{2x - 48}$$

$$S = \frac{2(48-x)}{x-48+x} = \frac{96x^2 - 2x^2}{2x-48} = \frac{48-x^2}{x-48}$$

$$\frac{48-x^2}{x-48} = \frac{60x - 1,25x^2 + 405}{2x-48} \quad | \cdot (2x-48)(x-48)$$

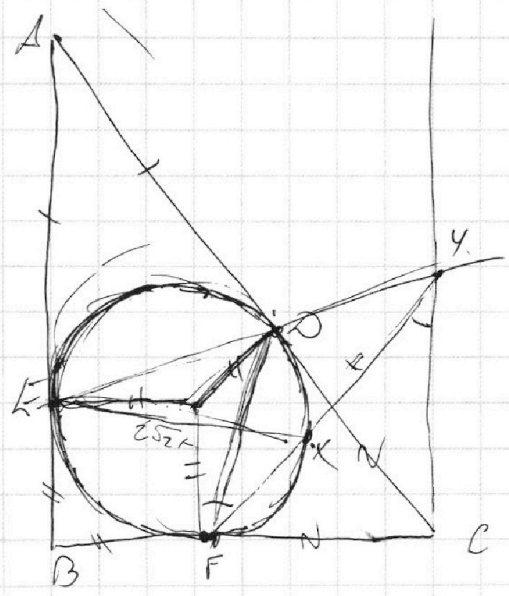
$$(48-x^2)(2x-48) = (60x - 1,25x^2 + 405)(x-48)$$

$$96x - 2304 - 2x^3 + 48x^2 = 60x^2 - 1,25x^3 + 405x - 2880 + 60x^2 - 19440$$

$$0,25x^3 + 72x^2 + 309x - 20016 = 0$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 6,2 \\ \hline 324 \\ 24 \\ \hline 324 \\ 24 \\ \hline 1080 \\ + 500 \\ \hline 6000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ 192 \\ \hline 2304 \\ + 48 \\ \hline 2880 \\ + 405 \\ \hline 3240 \\ + 1820 \\ \hline 19440 \end{array}$$



$$3x + 2y = z \quad \frac{z}{3x+2y} = \frac{3}{x} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \quad \text{max?}$$

$$2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4 = 2\sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x \quad | \cdot (\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3})$$

при $x = \frac{1}{4}$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} = \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$2x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + x + 3$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$2x^2 - 3x + 4 - (2x^2 + x + 3) = (1 - 4x) (\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3})$$

$$1 - 4x = (1 - 4x) (\dots)$$

$$1 - 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1$$

$$\sqrt{2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} + \sqrt{2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{8}} = 1$$

$$\geq \sqrt{\frac{23}{8}} \qquad \geq \sqrt{\frac{23}{8}}$$

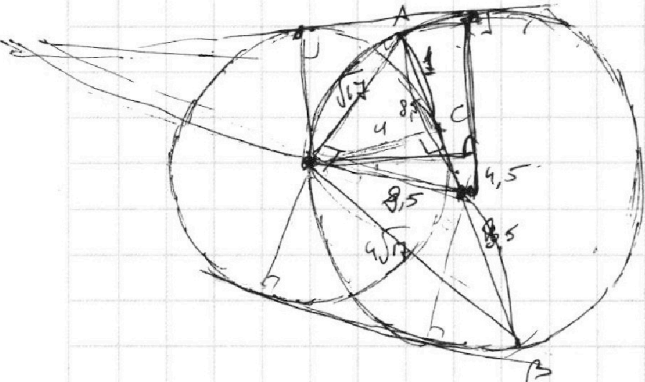
$$\sqrt{5} + \sqrt{5} \geq 2\sqrt{\frac{23}{8}} > 2 > 1$$

$\frac{116}{17}$

10-17

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4,5 \\ \times 4,5 \\ \hline 22,5 \\ 180 \\ \hline 202,5 \end{array}$$

$$\sqrt{(8,5)^2 - (4,5)^2} = \sqrt{72,25 - 20,25} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab: 3^{11} 7^{11}$
 $bc: 3^{18} 7^{16}$
 $ac: 3^{21} 7^{38}$

$a^2 b^2 c^2: 3^{50} 7^{55} \Rightarrow abc: 3^{25} 7^{28}$

если $abc \neq 3^{25} 7^{28}$, то $a^2 b^2 c^2 \neq 3^{50} 7^{55}$

$ab = 3^{11} 7^{11} x$
 $bc = 3^{18} 7^{16} y$
 $ac = 3^{21} 7^{38} z$

$\Rightarrow a^2 b^2 c^2 = 3^{50} 7^{55} xyz$

$\begin{cases} a+b=11 & 21-a=18-b \\ b+c=18 & \Rightarrow 18-11+a=7+b \\ a+c=21 & 21-a=y+a \\ & a=y \end{cases}$

$\begin{cases} a+b+c=25 & b=4 \\ & c=14 \end{cases}$

$\begin{cases} a+b=12 & 38-a=16-b=16-12+a \\ b+c=16 & 38-a=y+a \\ a+c=38 & a=y \end{cases}$

2 $\frac{a}{b}$ - макс.

$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2-6ab}$

$M_{max} - ?$

$a+b = mk \Rightarrow a = mk - b$
 $a^2 - 8ab + b^2 = mn \Rightarrow (mk-b)^2 - 8(mk-b)b + b^2 = m^2 k^2 - 2mkb + b^2 - 8mkb + 8b^2 + b^2 = m^2 k^2 - 10mkb + 10b^2$

$m^2 k^2 - 10mkb + 10b^2 = mn \Rightarrow 10b^2 : m$

если $b^2 : m$, то

$a \equiv m \cdot p$
 $b \equiv m \cdot p$

если $b^2 : m$, то $m \nmid b^2$

$p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots$
 $p_1^{\frac{\alpha_1}{2}} \neq p_1 = p_1$

рассмотрим примо p такое, что $p_1^{\frac{\alpha_1}{2}} (p_1^{\frac{\alpha_1}{2} + 1}) m : p \Rightarrow$

$\Rightarrow b^2 : p \Rightarrow b : p$

$a+b : m$

$m : p$

$b : p$

$\Rightarrow a : p \Rightarrow \frac{a}{b}$ сократима на $p \neq$

Значит, $\text{НОД}(b^2, m) = 1 \Rightarrow 10 : m \Rightarrow M_{max} = 10$

3 $\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$

$\sqrt{2(x^2-1,5x+2)} - \sqrt{2(x^2+0,5x+1,5)} = 1-4x$

$\sqrt{2((x-0,75)^2 + 1,4375)} =$

$\sqrt{2((x-\frac{3}{4})^2 + \frac{23}{16})} - \sqrt{2((x+\frac{1}{4})^2 + \frac{23}{16})} = 1-4x$

$\sqrt{2(x-\frac{3}{4})^2 + \frac{23}{8}} - \sqrt{2(x+\frac{1}{4})^2 + \frac{23}{8}} = 1-4x$

$\sqrt{\frac{23}{8} + \frac{4}{8}} - \frac{23}{8} =$

$\begin{matrix} 10,75^2 & 112,5625 \\ - 200,00 & \\ \hline 10,75 & \\ - 10,75 & \\ \hline 0,5625 & \\ \sqrt{0,5625} & 0,75 \end{matrix}$

$2 - \frac{9}{16} = \frac{32}{16} - \frac{9}{16} = \frac{23}{16}$
 $\frac{3}{2} - \frac{1}{16} = \frac{24}{16} - \frac{1}{16} = \frac{23}{16}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} xy = 60 \\ x + y = 48 \end{cases}$$

$$x = 48 - y$$

$$(48 - y)y = 60$$

$$48y - y^2 - 60 = 0$$

$$y^2 - 48y + 60 = 0$$

$$D_1 = 24^2 - 60 = 576 - 60 = 516$$

$$(x+y)^2 = 48^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 2304$$

$$(x-y)^2 = 2304 - 4xy$$

$$(x-y)^2 = 2304 - 240$$

$$(x-y)^2 = 2064$$

$$x-y = 4\sqrt{129}$$

$$S = \frac{2xy}{4\sqrt{129}} = \frac{96}{4\sqrt{129}} = \frac{24}{\sqrt{129}}$$

$$(x-y)^2 = 44$$

$$x-y = 12$$

$$\frac{1980}{12} =$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ + 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3648 \\ + 48 \\ \hline 1384 \\ + 152 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2064 \mid 2 \\ 1032 \mid 2 \\ 516 \mid 2 \\ 258 \mid 2 \\ 129 \mid 3 \\ 43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ - 4 \\ \hline 2160 \end{array}$$

$$- 4xy$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ - 2160 \\ \hline 144 \\ 96 \end{array}$$

$$4\sqrt{129}$$

$$\begin{array}{r} 244 \mid 2 \\ 122 \mid 2 \\ 61 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \\ \hline 24 \\ + 12 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \mid 12 \\ 72 \mid 30 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = 8$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{7}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 75 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 6xy + 4y^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$= \frac{-6x^2 - 6xy - 8y^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{6x(x+xy)}{x^2 - 6y^2}$$

$$405 \overline{) 0,75}$$

$$24$$

$$75$$

$$\times 48$$

$$600$$

$$300$$

$$36,00$$

$$4500 \overline{) 75}$$

$$60$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S}{y} - \frac{S}{x} = 2 \\ \frac{S}{y+6} - \frac{S}{x+6} = 1,25 \end{array} \right.$$

$$S \frac{x-y}{xy} = 2$$

$$S \frac{x-y}{(x+6)(y+6)} = 1,25$$

$$\begin{array}{r} 375 \\ \times 75 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$\frac{2xy}{x-y} = \frac{1,25xy + 7,5x + 7,5y + 45}{x-y}$$

$$\begin{array}{r} 40500 \overline{) 75} \\ - 375 \\ \hline 3000 \\ - 3000 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2xy = 1,25xy + 7,5x + 7,5y + 45$$

$$0,75xy = 7,5x + 7,5y + 45$$

$$0,75xy = 7,5(x+y) + 45$$

$$0,75xy = 360 + 45$$

$$0,75xy = 405$$

$$xy = 60$$