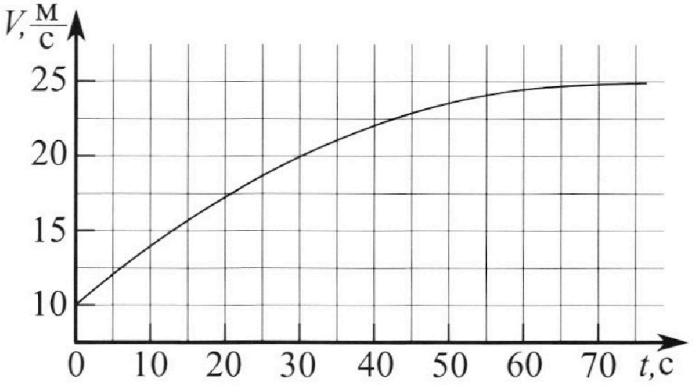
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 11-03

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Автомобиль массой m = 1500 кг движется с постоянной скоростью и затем разгоняется на прямолинейном горизонтальном участке дороги. График зависимости скорости от времени при разгоне показан на рисунке. В конце разгона сила тяги двигателя равна $F_к$ = 600 Н. Считать, что при разгоне сила сопротивления движению пропорциональна скорости.



1) Используя график, найти ускорение автомобиля в начале разгона.
2) Найти силу тяги F_0 в начале разгона.
3) Какая мощность P_0 передается от двигателя на ведущие колеса в начале разгона?

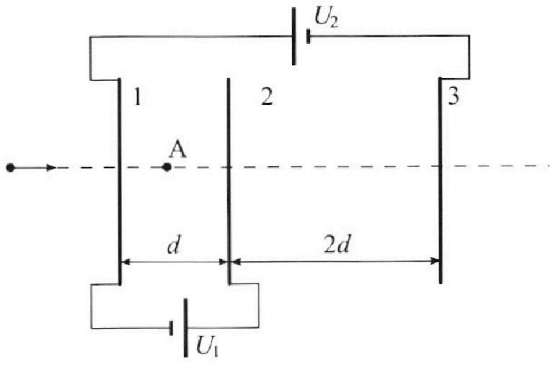
Требуемая точность численного ответа на первый вопрос ориентировочно 10%.

2. Герметичный вертикальный цилиндрический сосуд объёмом V разделён тонким невесомым теплопроводящим герметичным поршнем (диск соосный с сосудом) на две равные части. Поршень может перемещаться без трения. В верхней части цилиндра находится гелий, а в нижней - вода и углекислый газ. В начальный момент система находилась в равновесии при давлении $P_0 = P_{АТМ}/2$ ($P_{АТМ}$ – нормальное атмосферное давление) и при комнатной температуре T_0. При этом жидкость занимала объём $V/4$. Затем цилиндр медленно нагрели до T = 373 К. Установившийся объём его верхней части стал равен $V/5$.

По закону Генри, при заданной температуре количество $\Delta\nu$ растворённого газа в объёме жидкости w пропорционально парциальному давлению p газа: $\Delta\nu = kpw$. Объём жидкости при этом практически неизменен. Для углекислого газа константа Генри для данной комнатной температуры $k \approx 0{,}5\cdot10^{-3}$ моль/(м$^3\cdot$Па). При конечной температуре T углекислый газ в воде практически не растворяется. Можно принять, что $RT \approx 3\cdot10^3$ Дж/моль, где R - универсальная газовая постоянная. Давлением водяных паров при комнатной температуре и изменением объёма жидкости в процессе нагревания пренебречь. Все газы считать идеальными.

1) Найти отношение количеств вещества в газообразном состоянии в верхней и нижней частях до нагревания.
2) Опред елите отношение конечной и начальной температур в сосуде T/T_0.

3. Три проводящие плоские мелкие сетки находятся друг напротив друга на расстояниях d и $2d$ (см. рис.). Размеры сеток значительно больше d. Изначально сетки не заряжены. К сеткам подсоединили источники с напряжением $U_1 = U$ и $U_2 = 3U$. Частица массой m и зарядом $q>0$ движется по направлению к сеткам и перпендикулярно сеткам, имея скорость V_0 на расстоянии от сеток, намного большем их размеров. Частица пролетает через сетки, не отклоняясь от прямолинейной траектории. Заряд q намного меньше модуля зарядов сеток.



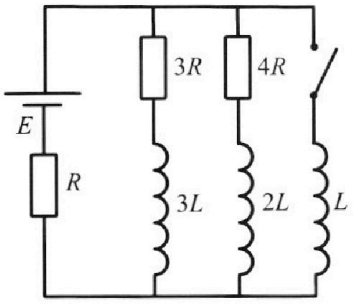
1) Найти модуль ускорения частицы в области между сетками 1 и 2.
2) Найти разность $K_1 - K_2$, где K_1 и K_2 — кинетические энергии частицы при пролете сеток 1 и 2.
3) Найти скорость частицы в точке А на расстоянии $d/4$ от сетки 1.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 11-03

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

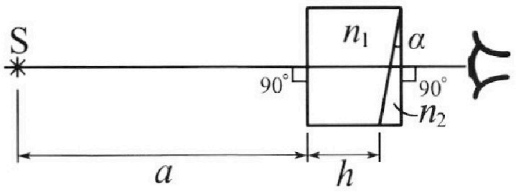
4. Параметры цепи указаны на схеме, все элементы идеальные. Ключ разомкнут, режим в цепи установился. Затем ключ замыкают.



1) Найти ток I_{10} через резистор с сопротивлением $3R$ при разомкнутом ключе.
2) Найти скорость возрастания тока в катушке индуктивностью L сразу после замыкания ключа.
3) Какой з аряд протечет через резистор с сопротивлением $3R$ при замкнутом ключе?

Ответы давать с числовыми коэффициентами в виде обыкновенных дробей.

5. Оптическая система состоит из двух призм с показателями преломления n_1 и n_2 и находится в воздухе с показателем преломления $n_в = 1{,}0$. Точечный источник света S расположен на расстоянии $a = 90$ см от системы и рассматривается наблюдателем так, что источник и глаз наблюдателя находятся на прямой, перпендикулярной наружным поверхностям призм (см. рис.). Угол $\alpha = 0{,}1$ рад можно считать малым, толщина $h = 14$ см. Толщина призмы с показателем преломления n_2 на прямой «источник – глаз» намного меньше h. Отражения в системе не учитывать.



1) Считая $n_1 = n_в = 1{,}0$, $n_2 = 1{,}7$, найдите на какой угол отклонится системой луч, идущий от источника перпендикулярно левой грани системы.
2) Считая $n_1 = n_в = 1{,}0$, $n_2 = 1{,}7$, найдите расстояние между источником и его изображением, которое будет видеть наблюдатель.
3) Считая $n_1 = 1{,}4$, $n_2 = 1{,}7$, найдите на каком расстоянии от источника будет его изображение, которое увидит наблюдатель.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

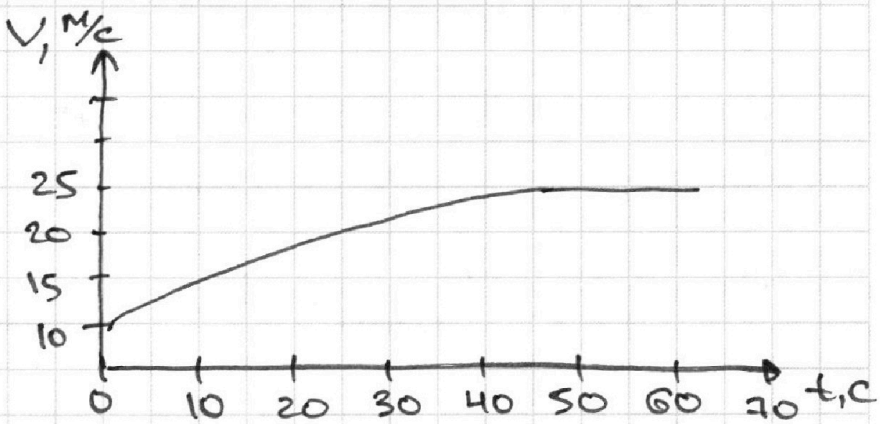
МФТИ

Задача 1

$m = 1500$ кг

$F_к = 600$ Н

$F_c = 2 \cdot v$



примерной график: ↗

1) a_0 - ?

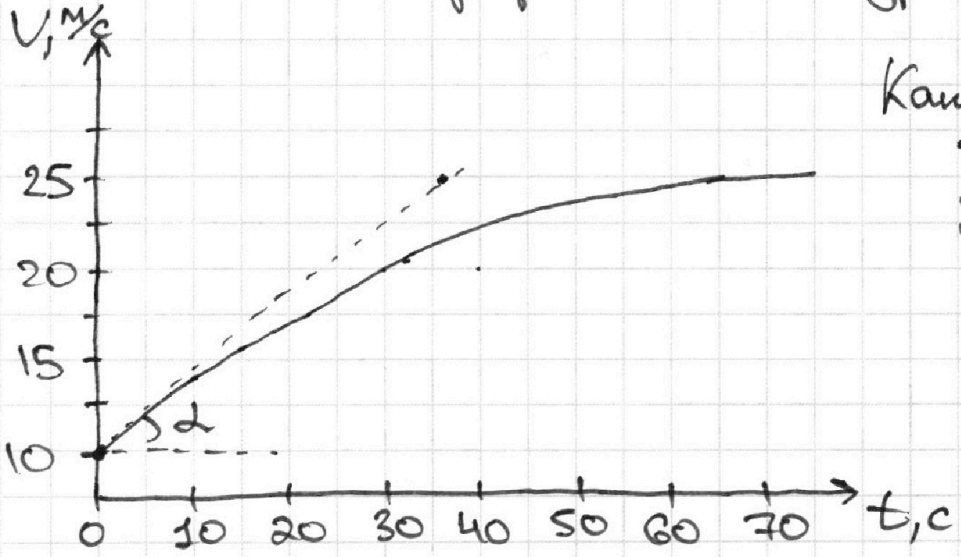
2) F_0 - ?

3) P_0

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Чтобы найти ускорение из (1) пункта, необходимо построить касательную к графику в (.) $t=0$ $V=10$ м/с

Для этого график более аккуратно:



Как видно из графика в условии и моего примерного графика касательная пересекает $v = 25$ м/с примерно в $t = 35$ с

тогда: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$

$$\rightarrow \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = \frac{3}{7} \text{ м/с}^2 \approx 0{,}43 \text{ м/с}^2;\ a_0 = 0{,}43 \text{ м/с}^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1 (продолжение)

Для произвольного момента времени

2 з.н. для автомобиля

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = F_{тяги} - F_c = F_{тяги} - \alpha v$$

Рассмотрим два момента времени,

• В конце нам известна $F_к = 600$ Н

при этом как видно из графика скорость в конце устанавливается, т.е. $\frac{dv}{dt} = 0$

и $v_к = 25$ м/с

тогда:

$$0 = F_к - \alpha v_к \rightarrow \alpha = \frac{F_к}{v_к} = \frac{600}{25} \text{ Н·с/м}$$

$$\alpha = \frac{120}{5} = 24 \text{ Н·с/м}$$

• тогда нетрудно найти силу тяги F_0 в начале разгона:

$v_0 = 10$ м/с

$a_0 = 0{,}43$ м/с²

$$ma_0 = F_0 - \alpha v_0$$

$$\rightarrow F_0 = ma_0 + \alpha v_0$$

$$F_0 = 1500 \cdot 0{,}43 + 24 \cdot 10 =$$

$$= 15 \cdot 43 + 240 = 645 + 240 = 885 \text{ Н}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 1 (продолжение)

Необх. найти мощность P_0 от двигателя на ведущие колеса в начале разгона

$$P_0 = \left(\frac{dA}{dt}\right)_0 \qquad \frac{dA}{dt} = F \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\rightarrow P_0 = F_0 \cdot \left(\frac{dx}{dt}\right)_0 = F_0 \cdot v_0$$

$$P_0 = 885 \cdot 10 = 8850 \text{ Вт}$$

Ответ: 1) $a_0 = 0{,}43 \text{ м/с}^2$

2) $F_0 = 885 \text{ Н}$

3) $P_0 = 8850 \text{ Вт}$

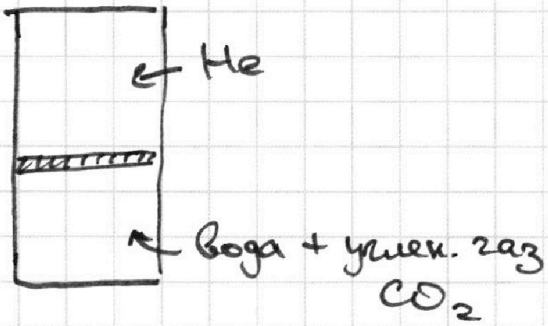
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 2



V

$P_0 = \frac{P_{атм}}{2}$

T_0 - комн. темп.

$V_в = \frac{V}{4}$

$T = 373$ K

$V_1 = \frac{V}{5}$

Закон Генри:

$\Delta\nu = k p \omega$

ω - объём жидкости

$k = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \frac{моль}{м^3 \cdot Па}$ ← при T_0

$k' \approx 0$ ← при T (газ практически не растворяется)

$RT \approx 3 \cdot 10^3 \frac{Дж}{моль}$

Давлением водяных паров при комнатной температуре пренебрегаем

Необходимо найти:

1) Отношение ~~[illegible]~~ кол-ва вещ. в газ. ~~[illegible]~~ состоянии до нагрева

т.е. $\cancel{\frac{V_{He}}{V_{угл}} = \frac{V_г}{V_у}}$ $\frac{\nu_г}{\nu_у}$ - ?

где $\nu_г$ - кол-во гелия в верх. части

$\nu_у$ - кол-во углекислого газа в газ. сост (т.е. в нижнем сосуде)

2) $\frac{T}{T_0}$ - ?

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

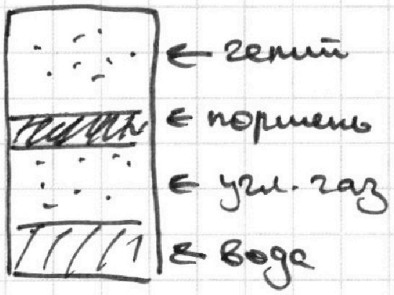
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 (продолжение)

1) Рассмотрим ситуацию до нагрева



над водой, объемом $\omega = V_в = \frac{V}{4}$

находится углекислый газ

так же часть угл. газа раствор. в воде

Уравнение Клапейрона - Менделеева для гелия:

$$p_0 \cdot \frac{V}{2} = \vartheta_г R T_0 \rightarrow \vartheta_г = \frac{p_0 V}{2RT_0}$$

$$\vartheta_г = \frac{p_{атм} V}{4RT_0}$$

Уравнение Клапейрона - Менделеева для углек. газа:

$$p_0 \cdot \left(\frac{V}{2} - V_в\right) = \vartheta_1 R T_0$$

ϑ_1 - кол-во углекислого газа в газообр. сост.

$$\frac{p_{атм}}{2} \cdot \frac{V}{4} = \vartheta_1 R T_0 \rightarrow \vartheta_1 = \frac{p_{атм} \cdot V}{8RT_0}$$

$\vartheta_1 = \vartheta_у$ (как я обозначил в вопросе)

$$\rightarrow \frac{\vartheta_г}{\vartheta_у} = \frac{p_{атм} \cdot V \cdot 8RT_0}{4RT_0 \cdot p_{атм} \cdot V} = \frac{8}{4} = 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

по закону Генри, кол-во углекислого газа, растворенного в воде

$$\vartheta_2 = K \cdot p_0 \cdot \frac{V}{4} = K \cdot \frac{p_{атм} \cdot V}{8}$$

Значит в итого углекислого газа в нижней части сосуда $\frac{5}{8}$:

$$\vartheta = \vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{p_{атм} \cdot V}{8RT_0} + \frac{p_{атм} \cdot V \cdot K}{8} =$$

$$= \frac{p_{атм} \cdot V}{8} \cdot \left(\frac{1}{RT_0} + K\right)$$

В нижней части по условию давл. вод.паров преобр. мало → и кол-во вод.паров преобр. мало

2) Рассмотрим ситуацию после нагрева

т.к. по условию $T = 373K$

т.е. $T = 373$ К $- 273 = 100°C$

то как известно давление вод.паров будет равно $p_{атм}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 2 (продолжение)

Давление со стороны гелия и со стороны угл. газ + вод. пары уравновесили поршень (∃ давление $p_г$)

Тогда уравнение Клапейрона - Менделеева для гелия:

$$p_г \cdot \frac{V}{5} = \nu_г \cdot RT = \frac{p_{атм} \cdot V}{4RT_0} \cdot RT$$

$$\rightarrow p_г = \frac{5}{V} \cdot \frac{p_{атм} \cdot V}{4} \cdot \frac{T}{T_0}$$

$$p_г = \frac{5}{4} p_{атм} \cdot \frac{T}{T_0}$$

Уравнение Клапейрона - Менделеева для угл. газа:

$$p_г' \cdot \left(V - \frac{V}{5} - \frac{V}{4}\right) = \nu RT$$

давление угл. газа

объем угл. газа (полный объём за вычетом воды и гелия)

$$p_г' \cdot \left(\frac{20V}{20} - \frac{4V}{20} - \frac{5V}{20}\right) = \frac{p_{атм} \cdot V}{8} \cdot \left(\frac{1}{RT_0} + K\right) \cdot RT$$

$$p_г' \cdot \frac{11V}{20} = \frac{p_{атм} \cdot V}{8} \cdot \left(\frac{T}{T_0} + KRT\right)$$

$$\rightarrow p_г' = \frac{20}{11 \cdot 8} p_{атм} \cdot \left(\frac{T}{T_0} + KRT\right)$$

$$p_г' = \frac{5}{22} p_{атм} \cdot \left(\frac{T}{T_0} + KRT\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Давление со стороны ун. газа и вод. паров:

$$p_2 = p_2' + p_{атм}$$

тогда:

$$\frac{5}{4} p_{атм} \cdot \frac{T}{T_0} = \frac{5}{22} p_{атм} \cdot \left(\frac{T}{T_0} + KRT\right) + p_{атм}$$

$$\rightarrow \frac{5}{4} \cdot \frac{T}{T_0} = \frac{5}{22} \frac{T}{T_0} + \frac{5}{22} KRT + 1$$

$$\rightarrow \left(\frac{5}{4} - \frac{5}{22}\right) \cdot \frac{T}{T_0} = \frac{5}{22} KRT + 1$$

$$\frac{T}{T_0} \cdot \left(\frac{5 \cdot 11 - 5 \cdot 2}{44}\right) = \frac{5}{22} KRT + 1$$

$$\frac{T}{T_0} \cdot \frac{55 - 10}{44} = \frac{5}{22} KRT + 1$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{44}{45} \cdot \frac{5}{22} KRT + \frac{44}{45}$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2}{9} KRT + \frac{44}{45}$$; подставим. числ. значения:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2}{9} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^3 + \frac{44}{45} = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{44}{45}$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{3}{9} + \frac{44}{45} = \frac{1}{3} + \frac{44}{45} \overset{\cdot 15}{=} \frac{15 + 44}{45} = \frac{59}{45}$$

Ответ: 1) $\frac{\partial r}{\partial y} = 2$; 2) $\frac{T}{T_0} = \frac{59}{45}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

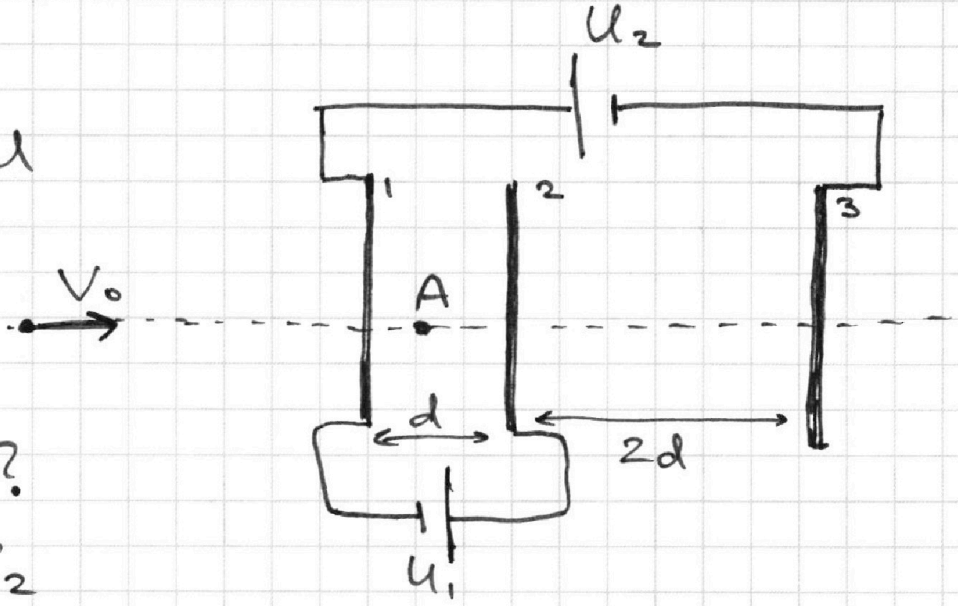
$U_1 = U$

$U_2 = 3U$

m

$q > 0$

V_0



1) $q_{12} - ?$

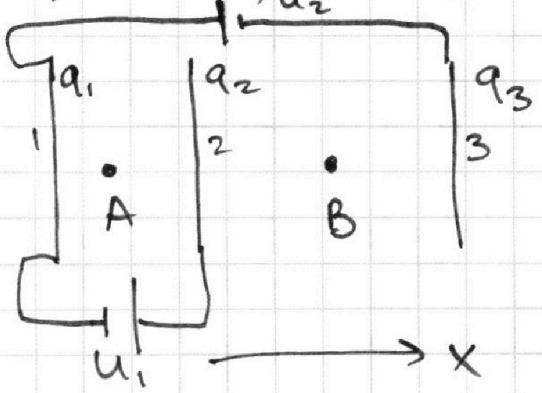
2) $K_1 - K_2$

K_1 и K_2 - кинет. энергии при пролете сеток 1 и 2

3) $\ell_A = \frac{d}{4}$ ∈ раст от сетки 1 до (·)A

$v_A - ?$

Сначала найдём, как перераспределяться заряды по сеткам, их можно считать равномерно заряженными плоскостями
На первой q_1; на второй q_2; на третей - q_3



т.к. изначально не заряжено:

$q_1 + q_2 + q_3 = 0$

Найдём поля в каждой из частей

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Будем считать заряды положительными
(в конце знаки уточнятся)

тогда E_A:

на ось x

поле от равномерн. заряженной пластины: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$E_{Ax} = \frac{q_1}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_2}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_3}{2S\varepsilon_0}$$

в точке 5:

$$E_{Бx} = \frac{q_1}{2S\varepsilon_0} + \frac{q_2}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_3}{2S\varepsilon_0}$$

Теперь запишем разности потенциалов:

- $\varphi_2 - \varphi_1 = U_1$

  т.к. поле между 1 и 2 однородное:

  $$\varphi_1 - \varphi_2 = d E_{Ax} = \frac{d}{2S\varepsilon_0} \cdot (q_1 - q_2 - q_3)$$

  $$\rightarrow U_1 = \frac{d}{2S\varepsilon_0} \cdot (q_2 + q_3 - q_1)$$

- $\varphi_1 - \varphi_3 = U_2$

  $$\varphi_2 - \varphi_3 = 2d E_{Бx} = 2d \cdot \frac{1}{2S\varepsilon_0} \cdot (q_1 + q_2 - q_3)$$

  $$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{d}{2S\varepsilon_0} \cdot (q_1 - q_2 - q_3)$$

$$\varphi_1 - \varphi_3 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{d}{2S\varepsilon_0} \cdot (q_1 - q_2 - q_3) + \frac{d}{2S\varepsilon_0} \cdot (2q_1 + 2q_2 - 2q_3)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 (продолжение)

$$q_1 - q_3 = \frac{d}{2S\varepsilon_0} \cdot (q_1 - q_2 - q_3 + 2q_1 + 2q_2 - 2q_3) =$$

$$= \frac{d}{2S\varepsilon_0} \cdot (3q_1 + q_2 - 3q_3)$$

$$\begin{cases} U_2 = \frac{d}{2S\varepsilon_0} \cdot (3q_1 + q_2 - 3q_3) = 3U \\ U_1 = \frac{d}{2S\varepsilon_0} \cdot (q_2 + q_3 - q_1) = U \\ q_1 + q_2 + q_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3q_1 + q_2 - 3q_3 = \frac{6US\varepsilon_0}{d} \\ q_2 + q_3 - q_1 = \frac{2US\varepsilon_0}{d} \\ q_1 + q_2 + q_3 = 0 \end{cases}$$

$$1Q = \frac{US\varepsilon_0}{d}$$

тогда: $\begin{cases} 3q_1 + q_2 - 3q_3 = 6Q \\ q_2 + q_3 - q_1 = 2Q \\ q_1 + q_2 + q_3 = 0 \rightarrow q_2 + q_3 = -q_1 \end{cases}$

$$\rightarrow -2q_1 = 2Q \rightarrow q_1 = -Q$$

$$\begin{cases} q_2 - 3q_3 = 6Q + 3Q = 9Q \\ q_2 + q_3 = Q \rightarrow q_2 = Q - q_3 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 (продолжение)

$Q - q_3 - 3q_3 = 9Q$

$Q - 9Q = 4q_3 = -8Q$

$q_3 = -2Q$

тогда $q_2 = Q - q_3 = 3Q$

Итого: $q_1 = -Q$

$q_2 = 3Q$; $Q = \frac{US\varepsilon_0}{d}$

$q_3 = -2Q$

Значит поле в точке А:

$E_{Ax} = \frac{1}{2S\varepsilon_0} \cdot (q_1 - q_2 - q_3) = \frac{1}{2S\varepsilon_0} \cdot (-Q - 3Q + 2Q) =$

$= \frac{1}{2S\varepsilon_0} \cdot (-2Q) = -\frac{Q}{S\varepsilon_0} = -\frac{US\varepsilon_0}{dS\varepsilon_0} = -\frac{U}{d}$

В точке Б:

$E_{Bx} = \frac{1}{2S\varepsilon_0} \cdot (q_1 + q_2 - q_3) = \frac{1}{2S\varepsilon_0} \cdot (2Q + 2Q) =$

$= \frac{4Q}{2S\varepsilon_0} = \frac{2Q}{S\varepsilon_0} = \frac{2US\varepsilon_0}{dS\varepsilon_0} = 2\frac{U}{d}$

Итак, можно перерисовать начальную картинку

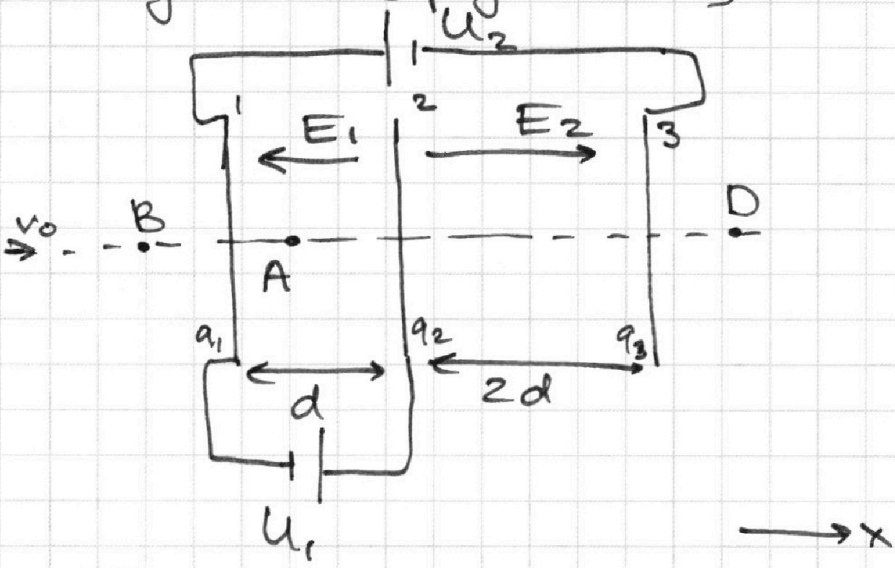
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 (продолжение)



$E_1 = \frac{U}{d}$

$E_2 = \frac{2U}{d}$

Тогда в области 12 на заряд будет действовать сила $F_{12} = qE_1 = q \cdot \frac{U}{d}$

$ma_{12} = F_{12}$ (– 2 з.н.)

тогда $a_{12} = \frac{qU}{md}$

Ответим на второй вопрос $K_1 - K_2$

На частицу действуют только консервативные эл. силы → полная Энергия сохраняется

т.е. $W_{n_1} + K_1 = W_{n_2} + K_2$

при пролёте
Точка 1 потенциал φ_1

тогда $W_{n_1} = \varphi_1 q$

тогда $\varphi_2 - \varphi_1 = E_1 \cdot d = U \rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 + U$

$W_{n_2} = \varphi_2 q$

↑ потенциал при пролёте 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$K_1 + \varphi_1 q = K_2 + \varphi_2 q$

$K_1 - K_2 = (\varphi_2 - \varphi_1) q = U q$

ответ на второй вопрос $K_1 - K_2 = U q$

Для ответа на вопрос 3, найдем φ_A

$\varphi_A - \varphi_1 = \ell_A \cdot E_1 = \frac{d}{4} \cdot \frac{U}{d} = \frac{U}{4}$

ЗСЭ:

$$\frac{m v_0^2}{2} + W_{n0} = \frac{m v_A^2}{2} + W_{nA}$$

$W_{nA} = \varphi_A q = \left(\frac{U}{4} + \varphi_1\right) q$

$$\frac{m v_0^2}{2} + W_{n0} = \frac{m v_A^2}{2} + q \cdot \left(\frac{U}{4} + \varphi_1\right)$$

$W_{n0} = q\varphi_0$ ← потенциал на бесконечности удал. влево (т-е. слагаем)

$$\frac{m v_A^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} + q\varphi_0 - \frac{Uq}{4} - q\varphi_1$$

$$v_A^2 = v_0^2 - \frac{2}{m} \cdot \frac{Uq}{4} + \frac{2}{m} q \cdot (\varphi_0 - \varphi_1)$$

$$v_A^2 = v_0^2 - \frac{Uq}{2m} + \frac{2q}{m} \cdot (\varphi_0 - \varphi_1)$$

Т.е. необходимо найти связь φ_0 и φ_1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 (продолжение)

Найдём поле в точке B

$$E_{Bx} = \frac{Q}{2S\varepsilon_0} - \frac{3Q}{2S\varepsilon_0} + \frac{2Q}{2S\varepsilon_0} =$$

$$= \frac{3Q - 3Q}{2S\varepsilon_0} = 0$$

В точке D:

$$E_{Dx} = \frac{-Q}{2S\varepsilon_0} + \frac{3Q}{2S\varepsilon_0} - \frac{2Q}{2S\varepsilon_0} = 0$$

т.е. вне пластин поле нулевое, т.е.

потенциал при удалении на беск. такой же

как у обкл. пластины, поэтому

$$\varphi_0 = \varphi_1$$

т.е. $\frac{v_A^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} - \frac{Uq}{2m}$

$$\rightarrow v_A = \sqrt{v_0^2 - \frac{Uq}{m}}$$

Ответ:

1) $a_{12} = \frac{qU}{md}$

2) $K_1 - K_2 = Uq$

3) $v_A = \sqrt{v_0^2 - \frac{Uq}{m}}$

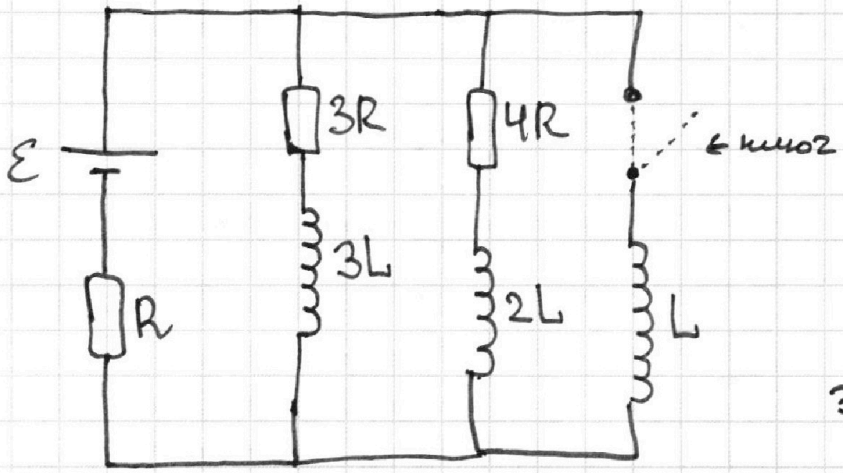
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



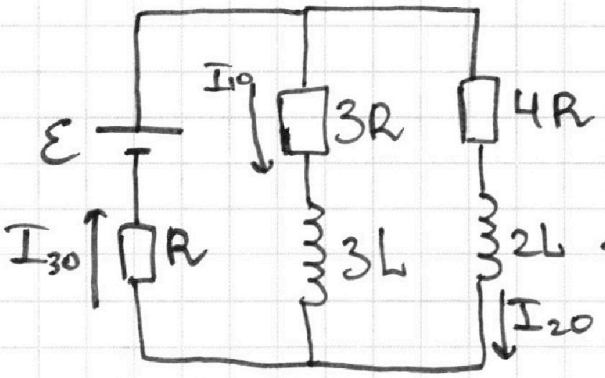
1) I_{10}; ключ разомкнут

2) $\frac{dI_L}{dt}$ – ? сразу после замыкания

3) q_{3R} – ?

1) ключ разомкнут; режим в цепи установился

Тогда схема следующая:



из-за устан. режима токи в цепи постоянные → напряжение на катушках ноль, т.е. через них пост ток

Тогда расставим токи

I_{10} – ток через 3R

I_{20} – ток через 4R

I_{30} – ток через R

из 1 з. Кирхгофа:

$I_{30} = I_{10} + I_{20}$

2 з. Кирхгофа для левого контура:

$\mathcal{E} = 3R \cdot I_{10} + R \cdot I_{30}$

для полного (огиб.): $\mathcal{E} = 4R \cdot I_{20} + RI_{30}$

$\rightarrow 3RI_{10} = 4RI_{20} \rightarrow I_{20} = \frac{3}{4} I_{10}$

тогда $I_{30} = I_{10} + \frac{3}{4} I_{10} = \frac{7}{4} I_{10}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

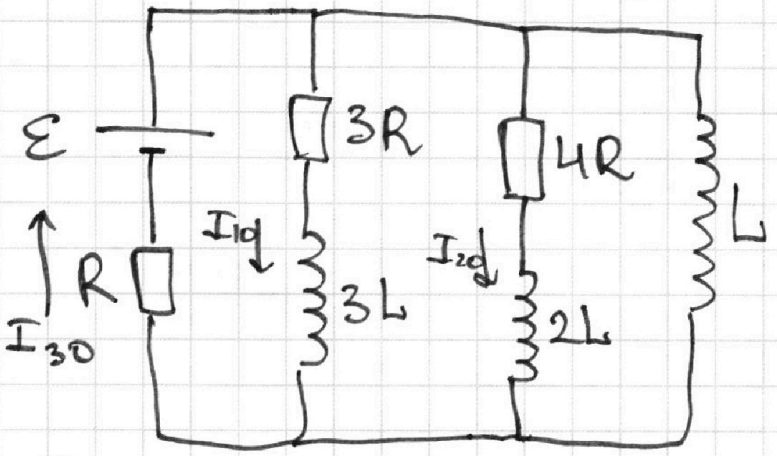
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 (продолжение)

$$\mathcal{E} = 3R \cdot I_{10} + R \cdot \frac{7}{4} I_{10} = I_{10} \cdot R \cdot \left(3 + \frac{7}{4}\right)$$

$$\mathcal{E} = I_{10} \cdot R \cdot \frac{19}{4} \rightarrow I_{10} = \frac{4}{19} \frac{\mathcal{E}}{R}$$

2) теперь ситуация сразу после замыкания



т.к. мгновенно ток через катушки не меняется, то на них тот же ток, что до замыкания

т.е. $I_L = 0$

$I_{2L} = I_{20}$

$I_{3L} = I_{10}$

Тогда ток I_{30} через резистор R тоже не изменился

то есть напряжение на всех элементах кроме L остались прежними

тогда можно записать $3R \cdot I_{10} = U_L$

$$U_L = 3R \cdot \frac{4}{19} \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12}{19} \mathcal{E}$$

при этом $U_L = |\mathcal{E}_{iL}| = L \cdot \frac{dI_L}{dt}$

т.е. $\frac{dI_L}{dt} = \frac{U_L}{L} = \frac{12\mathcal{E}}{19L}$

в этом пункте ответ: $\frac{dI_L}{dt} = \frac{12\mathcal{E}}{19L}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

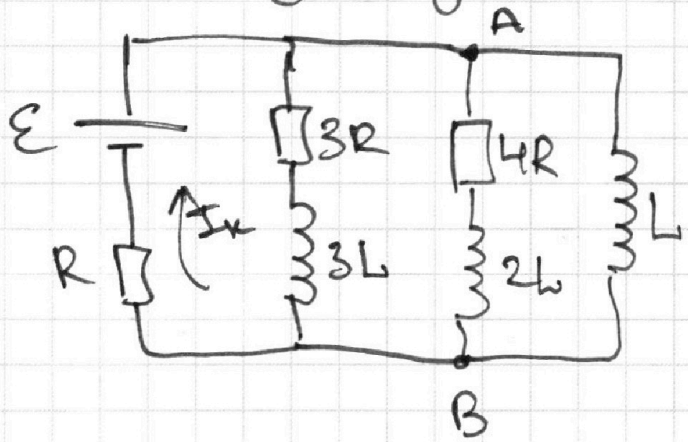
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 (продолжение)

3) Необходимо найти заряд, протекший через резистор 3R при замкнутом ключе

• Рассмотрим конечную ситуацию, когда ток в цепи установившийся



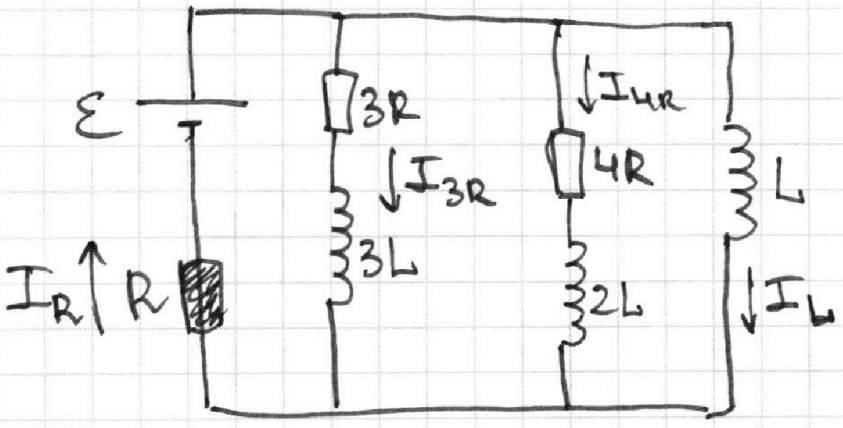
тогда $\varphi_A - \varphi_B = 0$

тогда токи через 3R и 4R равны 0

и они течет только через катушку L и резистор R

$$I_к = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

• Теперь рассмотрим нашу схему в произвольный момент времени



т.к. как расст. на рисунке

Заряд через 3R:

$$q_{3R} = \int_0^T I_{3R}\,dt$$

0 - момент замыкания

T - время через которое сит. установилась

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Теперь запишем все уравнения Кирхгофа:

$$I_R = I_{3R} + I_{4R} + I_L$$

$$\mathcal{E} = 3R \cdot I_{3R} + 3L \cdot \frac{dI_{3R}}{dt} + I_R \cdot R$$

$$\mathcal{E} = 4R \cdot I_{4R} + 2L \cdot \frac{dI_{4R}}{dt} + I_R \cdot R$$

$$\begin{cases} \mathcal{E} = L \cdot \frac{dI_L}{dt} + I_R \cdot R \\ I_L = I_R - I_{3R} - I_{4R} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\mathcal{E} = L \cdot \frac{dI_R}{dt} - L \cdot \frac{dI_{3R}}{dt} - L \cdot \frac{dI_{4R}}{dt} + I_R \cdot R$$

$$L \cdot \frac{dI_R}{dt} - L \cdot \frac{dI_{3R}}{dt} - L \cdot \frac{dI_{4R}}{dt} = 3R \cdot I_{3R} + 3L \cdot \frac{dI_{3R}}{dt}$$

Заметим более удобно:

$$\begin{cases} \mathcal{E} - I_R \cdot R = 3R \cdot I_{3R} + 3L \cdot \frac{dI_{3R}}{dt} \\ \mathcal{E} - I_R \cdot R = L \cdot \frac{dI_L}{dt} \end{cases}$$

По сути то же самое, что рабн. контур 3R, 3L, L

$$\rightarrow 3R \cdot I_{3R} + 3L \cdot \frac{dI_{3R}}{dt} = L \cdot \frac{dI_L}{dt}$$

$$\rightarrow 3R \cdot I_{3R} = L \cdot \left(\frac{dI_L}{dt} - 3 \cdot \frac{dI_{3R}}{dt} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 (продолжение)

$$I_{3R}\,dt \cdot \frac{3R}{L} = dI_L - d(3I_{3R})$$

$$dq_{3R}$$

$$dq_{3R} \cdot \frac{3R}{L} = d(I_L - 3I_{3R})$$

$$\to dq_{3R} = \frac{L}{3R}\, d(I_L - 3I_{3R})$$

$$\to q_{3R} = \int_0^{\tau} dq_{3R} = \frac{L}{3R} \cdot \int_0^{\tau} d(I_L - 3I_{3R}) =$$

$$= \frac{L}{3R} \cdot (I_L - 3I_{3R})_{\tau} - \frac{L}{3R} \cdot (I_L - 3I_{3R})_0$$

$(I_L - 3I_{3R})_{\tau}$ – токи, когда режим установился

Как было найдено ранее

$$(I_L)_{\tau} = \frac{\mathcal{E}}{R};\ (I_{3R})_{\tau} = 0$$

$$\to (I_L - 3I_{3R})_{\tau} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$(I_L - 3I_{3R})_0$ – токи в начале

$$(I_L)_0 = 0;\ (I_{3R})_0 = I_{10} = \frac{4}{19}\frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$\to (I_L - 3I_{3R})_0 = 0 - \frac{12}{19}\frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{12}{19}\frac{\mathcal{E}}{R}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 (продолжение)

Подставим все это в итоговую формулу:

$$q_{3R} = \frac{L}{3R} \cdot \left(\frac{\mathcal{E}}{R} - \left(-\frac{12}{19} \frac{\mathcal{E}}{R} \right) \right) =$$

$$= \frac{L}{3R} \cdot \left(\frac{\mathcal{E}}{R} \cdot \left(1 + \frac{12}{19} \right) \right) = \frac{L\mathcal{E}}{3R^2} \cdot \frac{19+12}{19}$$

$$q_{3R} = \frac{\mathcal{E}L}{R^2} \cdot \frac{31}{57}$$

Ответ: 1) $I_{10} = \frac{4}{19} \frac{\mathcal{E}}{R}$

2) $\frac{dI_L}{dt} = \frac{12\mathcal{E}}{19L}$

3) $q_{3R} = \frac{\mathcal{E}L}{R^2} \cdot \frac{31}{57}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 5

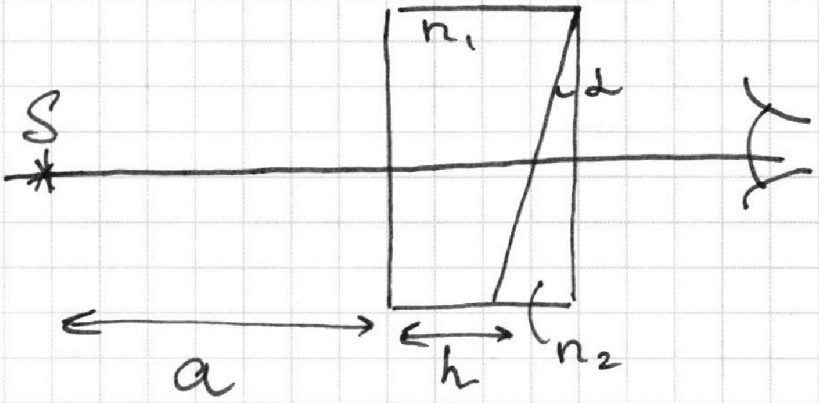
$n_1; n_2$

$n_в = 1$

$a = 90$ см

$\alpha = 0{,}1$ рад

$h = 14$ см



1) $n_1 = n_в = 1$

$n_2 = 1{,}7$

β – ? ← угол отклонения

луч перпенд. левой грани системы

2) $n_1 = n_в = 1$

$n_2 = 1{,}7$

e_1 – ? ← расстояние между источником и изображением

3) $n_1 = 1{,}4$

$n_2 = 1{,}7$

e_2 – ? ← расстояние между источником и изображением

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

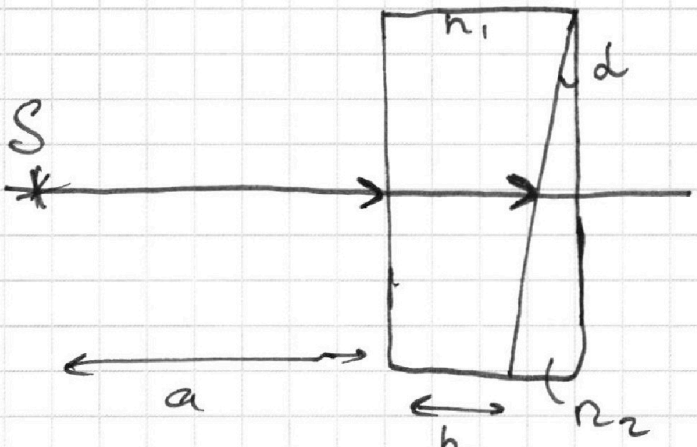
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 (продолжение)

1) Рассмотрим первый случай



$n_1 = n_в = 1$

$n_2 = 1{,}7$

Расм. луч, перпенд. наруж. поверх.

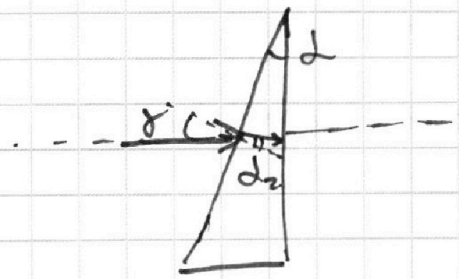
После прохождения левой поверх. линзы (1)

луч не преломляется

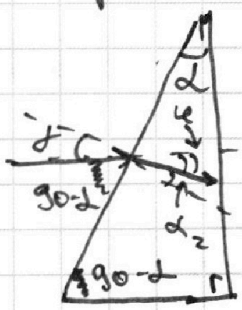
$n \sin\gamma = \text{const}$ ← закон Снеллиуса

в данном случае $\gamma_2 = 0$, поэтому и далее $\alpha = 0$

т.е. луч падает на наш. призму:



увел. картинка →



$\gamma = \alpha$

$n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \sin\alpha_2$

т.к. α – мал. по условию из параллакс. приближения

$\sin\alpha \approx \alpha$; $\sin\alpha_2 \approx \alpha_2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

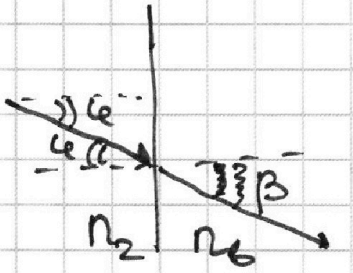
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 (продолжение)

$n_1 \alpha = n_2 \alpha_2 \to \alpha_2 = \frac{n_1}{n_2}\alpha$

$\varphi = \alpha - \alpha_2 = \alpha \cdot \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) = \alpha \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_2}$

Рассмотрим преломление на правой стороне призмы



$n_2 \sin\varphi = n_в \cdot \sin\beta$

$\to n_2 \cdot \varphi = n_1 \cdot \beta$

$\to \beta = \varphi \cdot \frac{n_2}{n_1}$

$\beta = \alpha \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_2} \cdot \frac{n_2}{n_1} = \alpha \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_1}$

$\beta = 0{,}1 \cdot \frac{1{,}7 - 1}{1} = 0{,}1 \cdot 0{,}7 = 0{,}07$ рад

(угол на который отклонился луч

2) Необходимо в такой же системе найти изображение

$n_1 = n_в = 1$; $n_2 = 1{,}7$

Идея Рассмотрим луч, идущий от источника под некоторым малым углом φ

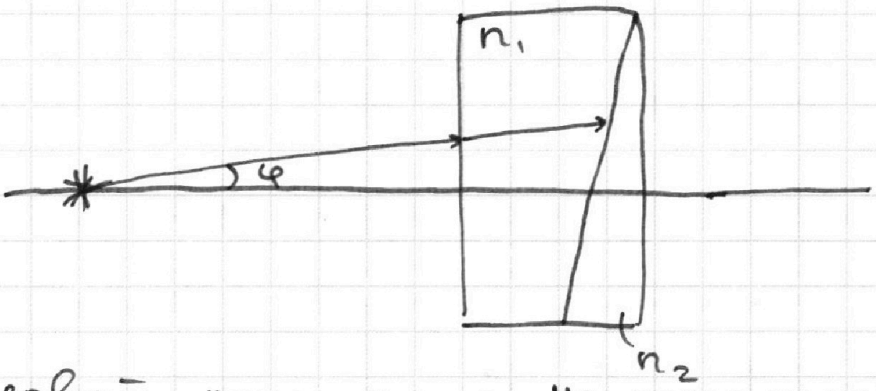
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

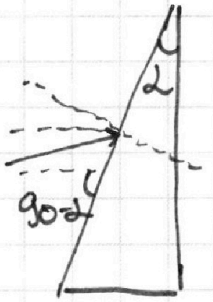
МФТИ

Задача 5 (продолжение)

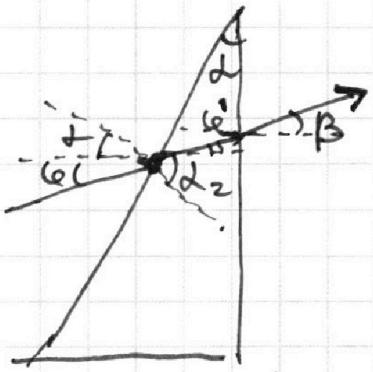


в первой призме луч не преломится и пойдёт под тем же углом φ

Рассмотрим преломление во второй линзе



более крупно



$$(\alpha+\varphi)\cdot n_1 = n_2\cdot\sin\alpha_2$$

$$\to \alpha_2 n_2 = n_1\cdot(\alpha+\varphi) \to \alpha_2 = \frac{n_1}{n_2}\cdot(\alpha+\varphi)$$

$$\varphi' = \alpha_2 - \alpha = \frac{n_1}{n_2}\alpha + \frac{n_1}{n_2}\varphi - \alpha =$$

$$= \frac{n_1-n_2}{n_2}\alpha + \frac{n_1}{n_2}\varphi$$

$$n_1\cdot\beta = n_2\varphi' \to \beta = \frac{n_2}{n_1}\varphi'$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

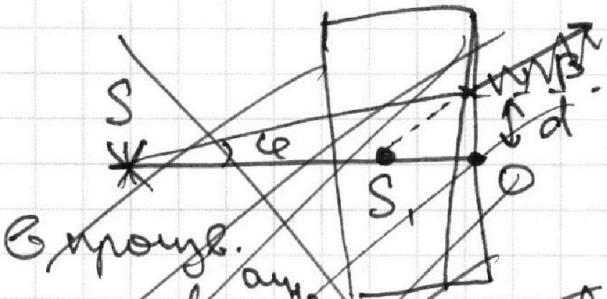
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\beta = \frac{n_2}{n_1}\cdot\left(\frac{n_1-n_2}{n_2}\alpha + \frac{n_1}{n_2}\varphi\right) =$$

$$= \varphi + \frac{n_1-n_2}{n_1}\alpha$$

Т.к. толщина треуг. призмы очень мала

это отклонение можно представить так:



S_1 – изображение

в кроше.

Как видно эта система из призм будет смещать каждый луч на угол

$$\Delta\varphi = \left|\frac{n_1-n_2}{n_1}\alpha\right|$$

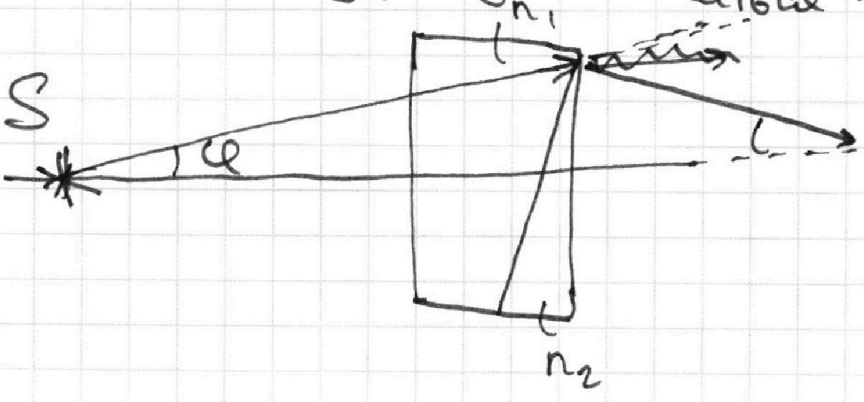
угла

$$\varphi = \frac{d}{a+h}, \quad \beta = \frac{d}{S_1O}$$

$$\rightarrow \frac{d}{S_1O} = \frac{d}{a+h} + \frac{n_1-n_2}{n_1}\alpha$$

$$\rightarrow \frac{1}{S_1O} = \frac{1}{a+h} + \frac{(n_1-n_2)\alpha}{n_1 d}$$

Угол φ будет уменьшаться на $\Delta\varphi$

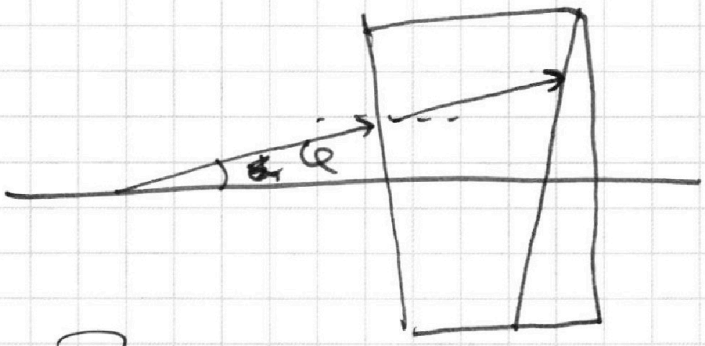


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Черновик

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$\frac{3}{7}$

$0{,}45 \cdot 7$

$$\begin{array}{r} {}^{3}45 \\ \times\ 7 \\ \hline 315 \end{array}$$

$0{,}43$

$$\begin{array}{r} {}^{2}43 \\ \times\ 7 \\ \hline 301 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} {}^{2}4 \\ \times 25 \\ \hline 120 \\ 48 \\ \hline 600 \end{array}$$

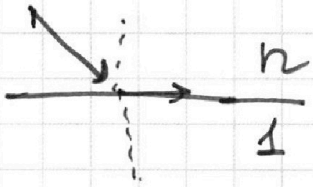
$$\begin{array}{r} {}^{1}43 \\ \times 15 \\ \hline 215 \\ 43 \\ \hline 645 \end{array}$$

$\times 831$

$\frac{q}{S \cdot \varepsilon_0} \cdot d = U$

$n \cdot \sin\alpha = \text{const}$

$C = \frac{q}{U} = \frac{S\varepsilon_0}{d}$



$1 = n \cdot \sin\alpha_{кр}$ $\sin\alpha_{кр} = \frac{1}{n}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 (продолжение) Черновик

Черновик

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ