



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

### 9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .
5. [4 балла] Не нулевые действительные числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .
7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA$ ,  $AB$ ,  $BC$  в точках  $D$ ,  $E$ ,  $F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 3^{11} \cdot 7^{11} \Rightarrow ab \geq 3^{11} \cdot 7^{11} > 0 \\ bc &: 3^{18} \cdot 7^{16} \Rightarrow bc \geq 3^{18} \cdot 7^{16} > 0 \\ ac &: 3^{21} \cdot 7^{38} \Rightarrow ac \geq 3^{21} \cdot 7^{38} > 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(перемножим)} \\ a^2 b^2 c^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{65} \\ \Downarrow \\ abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33} \end{array} \right\}$$

но т.к.  $a, b, c$  - натуральные, то:  $abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33}$

Ответ:  $abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33}$

Пример:

$$a = 3^7 \cdot 7^{11}$$

$$b = 3^4$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{27}$$

$$\begin{aligned} abc &\geq 3^{25} \cdot 7^{33}, \text{ но } ac \geq 3^{21} \cdot 7^{38} \Rightarrow ac: 7^{38} \Rightarrow abc: 7^{33} \\ \Rightarrow abc &\geq 3^{25} \cdot 7^{38} \end{aligned}$$

Ответ: ~~какая~~ минимум  $3^{25} \cdot 7^{38}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пусть  $a \equiv k$ , тогда  $b \equiv m-k \equiv -k$

тогда запишем вторую дробь через остатки!

$$\frac{k+(-k)}{k^2 - 8k(-k) + k^2}$$

$k^2 + 8k^2 + k^2$  должно делиться на  $m$

$$10k^2 \equiv 0$$

если  $m > 10$ , то  $\text{НОД}(k^2, m) > 1$ , пусть  $\text{НОД}(k^2, m) = d$ ,

тогда мы рассмотрим простой делитель  $d$ : пусть этот, тогда!

$k: p; m: p \Rightarrow m-k: p$ , но тогда  $\text{НОД}(a, b) \geq p$ , где  $p \geq 2$ ,

это противоречит условию, если  $\frac{a}{b}$  - несократимая, то

$$\text{НОД}(a, b) = 1 \Rightarrow m \leq 10$$

Пример:

$a=1$  дробь  $\frac{1}{9}$  - несократимая

$b=9$   $\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{1+9}{1-72+81} = \frac{10}{10}$ , можно сократить на 10

Ответ:  $m=10$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x \quad | \cdot 1^2$$

$$2x^2-3x+4 + 2x^2+x+3 - 2\sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3} = 1+16x^2-8x$$

$$4x^2-6x-6 = 2\sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3}$$

$$6x^2-3x-3 = \sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3}$$

$$t = 2x^2 - x + 3,5, \text{ тогда еще слева!}$$

$$6x^2-3x-3 = 3t-13,5, \text{ а справа!}$$

$$2x^2-3x+4 = t - (2x-0,5)$$

$$2x^2+x+3 = t + (2x-0,5)$$

$$\text{тогда: } \sqrt{2x^2-3x+4}\sqrt{2x^2+x+3} = \sqrt{(t-(2x-0,5))(t+(2x-0,5))} = \\ = \sqrt{t^2 - (2x-0,5)^2} = \sqrt{t^2 - 4x^2 + 2x - 0,25} = \sqrt{t^2 - 2t + 6,75}$$

$$3t-13,5 = \sqrt{t^2-2t+6,75} \quad | \cdot 1^2$$

$$9t^2 + 81t + 13,5^2 = t^2 - 2t + 6,75$$

$$8t^2 - 79t + 182,25 - 6,75 = 0 \quad | \cdot 1$$

$$8t^2 - 79t + 175,5 = 0$$

$$8t^2 - 79t + 175,5 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$16t^2 - 158t + 351 = 0$$

$$D = 158^2 - 4 \cdot 16 \cdot 351 = 4(158^2 - 16 \cdot 351) = 4(6241 - 5616) =$$

$$= 4 \cdot 625 = 50^2, \text{ продолжение на другой листе.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t_1 = \frac{158-50}{32} = \frac{108}{32} = \frac{27}{8}$$

$$t_2 = \frac{157+50}{32} = \frac{207}{32} = \frac{13}{2}$$

$$1) t = \frac{27}{8} = 2x^2 - x + 3,5 \quad | \cdot 8$$

$$27 = 16x^2 - 8x + 28$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$(4x-1)^2 = 0$$

$$x = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$2) \frac{13}{2} t = \frac{13}{2} = 2x^2 - x + 3,5$$

$$6,5 = 2x^2 - x + 3,5$$

$$2x^2 - x + 3 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 5^2$$

$$x_1 = \frac{1+5}{4} = 1,5$$

$$x_2 = \frac{1-5}{4} = -1$$

предположим -1!

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2+3+4} - \sqrt{2+1+3} = 1+4$$

$$\sqrt{9} - \sqrt{6} = 5$$

$3-2 \neq 5$ , потому что корни раскрываемые с плюсом

предположим 1,5!

$$\sqrt{4,5-4,5+0} - \sqrt{4,5+1,5+3} = 1-6$$

$$\sqrt{0} - \sqrt{9} = -5$$

$$2-3 \neq -5$$

предположим  $\frac{1}{4}$ !

$$\sqrt{\frac{1}{8} + \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 3} = 1 - 4 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{\frac{27}{8}} - \sqrt{\frac{27}{8}} = 0$$

⇓

Ответ:  $x = \frac{1}{4}$ .

у данного выражения 2 корня, а.к.

при возведении в квадрат мы не

учитывали что под корнем и полу-

чим 4 корня, 2 из них не подходят

из крапчатых корней, поэтому

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 2y = z \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{z}$$

$$9x^2 + 4y^2 + 12xy = z^2 \quad 3yz + xz = zxy$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - (9x^2 + 4y^2 + 12xy)}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8xy^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

$$6x^2 + 8y^2 > -12xy$$

$$6x^2 + 8y^2 + 12xy > 0$$

$$\underbrace{6(x+y)^2}_{>0} + \underbrace{2y^2}_{>0} > 0$$

⇓

$$\frac{-1(6x^2 + 8y^2 + 12xy)}{x^2 - 6y^2}, \text{ если } x^2 - 6y^2 > 0, \text{ то вся дробь } < 0$$

рассмотрим когда  $x^2 - 6y^2 > 0$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 3 + \frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \leq 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \leq 3$$

Ответ: 3.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пусть  $x$  - расстояние от  $A$  до  $B$

$y$  - скорость мотоциклиста

$z$  - скорость велосипедиста, тогда:

первое условие даёт: 1 час 15 минут =  $\frac{5}{4}$  часа

$$1) \frac{x}{y} + z = \frac{x}{z}$$

второе условие:

$$2) \frac{x \cdot z}{y} + 96 = \frac{x}{z} \cdot y$$

третье условие:

$$3) \frac{x}{y+6} + \frac{5}{4} = \frac{x}{z+6}$$

Перепишем их:

$$1) xz + zy z = zy$$

$$2) xz^2 + 96yz = y^2 x$$

$$3) 4(xz + 6x) + (y+30)(z+6) = 4(xz + 6x)$$

$$4xz + 24x + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4xz + 24x$$

$$4yz + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4yz$$

Выразим  $x$  из первого:

$$xy - xz = 2yz; \quad x(y-z) = 2yz \quad x = \frac{2yz}{y-z}$$

Подставим во 2:

$$xz^2 + 96yz = y^2 x$$

$$x(y^2 - z^2) = 96yz$$

$$x(y-z)(y+z) = 96yz$$

$$\frac{2yz}{y-z} (y-z)(y+z) = 96yz$$

$$2yz^2 + 2yz^2 = 96yz \quad / : yz \text{ т.к. } y \neq 0; z \neq 0$$

$$2z + 2y = 96$$

$$z + y = 48 \quad \text{запомним}$$

подставим на второе  
и т.д.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y + z = 48$$

умножим первое на 4:

$$4yz + 8yz = 42y$$

и перенесем третье:

$$4yz + 5yz + 30y + 30z + 180 = 42y$$

приведем:

$$4yz + 8yz = 4yz + 5yz + 30y + 30z + 180$$

$$3yz = 30y + 30z + 180$$

$$yz = 10y + 10z + 60$$

$$y + z = 48$$

$y = 48 - z$ , подставим:

$$(48 - z)z = 480 - 10z + 10z + 60$$

$$48z - z^2 = 540$$

$$z^2 - 48z + 540 = 0 \quad 540 = 2 \cdot 27 \cdot 10; 4 \cdot 540 = 16(135)$$

$$D = 48^2 - 4 \cdot 540 = 16(144 - 135) = 16 \cdot 9 = 12^2$$

$$z_1 = \frac{48 + 12}{2} = 30 \quad \text{соответственно } y = 18$$

$$z_2 = \frac{48 - 12}{2} = 18 \quad 30$$

когда мы вычитали  $z$  мы получили:  $2y \leq y - z$

$$\text{т.к. } z > 0; \quad y - z > 0 \quad y > z \Rightarrow y = 30; \quad z = 18$$

проверим дальше:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

 МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 30$$

$$z = 18$$

$$\lambda = \frac{2y \pm z}{y - z} = \frac{2 \cdot 30 \pm 18}{30 - 18} = \frac{30 \pm 18}{6} = 30 \pm 3 = 40$$

Ответ: 90 км



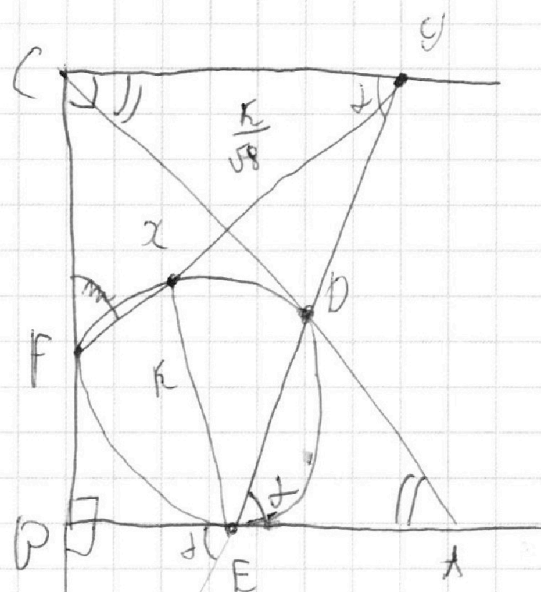
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \triangle MPE &\sim \triangle MCE \sim \triangle AFE \\ \triangle CDE &\sim \triangle DAE \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$x$  - расстояние

$$S = D \cdot t$$

$y$  - скорость мот.

$z$  - скорость велогон.

$$\begin{aligned} z &= 30, 18 \\ y &= 18, 30 \\ x &= \frac{2 \cdot 540}{12} = 90 \end{aligned}$$

$$1) \frac{x}{y} + z = \frac{2}{z}$$

$$\frac{2y}{z} = 2 + 2y = \frac{2z}{y} - 140$$

$$2y + 2y^2 = 2z + 90y$$

$$\frac{18 \cdot 30}{6} = 90 \quad 2760$$

$$2) \frac{2 \cdot z}{y} + 96 = \frac{2y}{z}$$

$$\frac{90}{30} + 2 = \frac{90}{18} \quad \checkmark$$

$$6 \cdot 8$$

$$27 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4$$

$$3) \frac{x}{y+6} + \frac{5}{4} = z + 6$$

$$3 \cdot 18 + 96 = 150 \quad \checkmark$$

$$\frac{90}{36} + \frac{5}{4} = \frac{90}{24}$$

$$z(z + 2y) = 2y$$

$$z = \frac{2y}{z + 2y}$$

$$1) xz + 2yz = 2y$$

$$2(y - z) = 2yz; \quad x = \frac{2yz}{y - z}$$

$$2) xz^2 + 96yz = y^2z$$

$$48 - z = \frac{10z + 60}{z - 10}$$

$$48z - z^2 - 480 + 10z = 10z + 60$$

$$z^2 - 48z + 540 = 0$$

$$4(xz + 6z) + (5y + 30)(z + 6) = 4(2y + 6z)$$

$$4xz + 24z + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4xy + 24z \quad D = 6 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 8 - 4 \cdot 540$$

$$3) 4xz + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4xy = 4xz + 8yz$$

$$3yz = 30y + 30z + 180$$

$$yz = 10y + 10z + 60$$

$$y(z - 10) = 10z + 60$$

$$\frac{2yz^3}{y - z} + 96yz = \frac{2y^2z^2}{y - z}$$

$$y = \frac{10z + 60}{z - 10}$$

$$16(140 - 155) =$$

$$= 16(9) =$$

$$= (3 \cdot 4)^2$$

$$z = \frac{48 + 12}{2} = 30$$

$$4xz + 5yz + 30y + 30z + 180 = 4xy$$

$$2) 2(y - z)(y + z) = 96yz$$

$$2y^2z + 2yz^2 = 96yz$$

$$z = \frac{48 \cdot 12}{2} = 18$$

$$4x(y - z) =$$

$$2y + 2z = 96$$

$$8yz = 5yz + 30y + 30z + 180$$

$$y + z = 48$$

$$y = 48 - z$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{matrix} x & y & z \\ \int & \int_1 & \int_2 \\ \text{ном} & & \text{век.} \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 1240 \\ 240 \\ \hline 267 \\ 58 \\ \hline 84100 \\ \hline 6 \\ 74 \\ \hline 384 \\ 96 \\ \hline 13440 \end{array}$$

$$z + \frac{5}{v_1} = \frac{5}{v_2}$$

$$v_2 \cdot v_1 + 96 = v_1 \cdot \frac{5}{v_2}$$

$$\frac{5}{v_1 + 6} + \frac{5}{4} = \frac{5}{v_2 + 6}$$

$$100x + 960 = \frac{40}{x} + 100x + 400$$

$$\frac{40}{x} = 560$$

$$40 = 560x$$

$$x = \frac{40}{560} = \frac{1}{14} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$$

$$y = 240$$

$$z = 10$$

$$20 + \frac{20}{14} = \frac{260}{14} \checkmark$$

$$\frac{100}{14} + 960 = \frac{290^2}{14}$$

$$80 + \frac{40}{14} = \frac{4 \cdot 240}{14}$$

$$2 + \frac{1}{14 \cdot 240} = \frac{1}{140}$$

$$28 + \frac{1}{240} = \frac{1}{10}$$

$$280 +$$

$$2v_2 + 5v_2$$

$$2z + 2z = 2y$$

$$z^2 x + 96z = y^2 x$$

$$\frac{x}{y+6} + \frac{5}{4} = \frac{x}{z+6}$$

$$xz + 6x - \frac{5z + 30}{4} = 2y + 6x$$

$$\frac{14}{8} \cdot 3$$

$$42z + 24x + 5z + 30 = 42y + 24x$$

$$\frac{1120}{1160}$$

$$42z + 5z + 30 = 42y$$

$$\frac{124}{1160}$$

$$2z + 2z = 2y$$

$$8z + 42z = 42y = 42z + 5z + 30$$

$$3z = 30$$

$$z = 10$$

$$20 + 10x = 2y \quad y = \frac{20 + 10x}{2} = \frac{20}{2} + 5x$$

$$100x + 960 = y^2 x$$

$$40x + 50 + 30 = 42y$$

$$42y = 80 + 40x = 40x + 50 + 30$$

$$20y + 102y = 100x + 960$$

$$100x + 960 = \left( \frac{40}{2} + 100 + \frac{400}{2} \right) x \quad x = \frac{40}{2} + 100x + 400$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 2y = z \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z} \quad 3yz + xz = 2xy$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = 3 - \frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{xy(y-z)(y+z)}{(x-y)(x+y)}$$

$$\frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} \geq 0$$

$$9x^2 + 4y^2 + 12xy = z^2$$

$$9x^2 + 4y^2 + 12xy + 4xz = z^2$$

$$4y^2 + 12xy = z^2 - 9x^2 - 4xz$$

$$20y^2 = 5z^2 - 45x^2 - 60xy \geq z^2 + x^2$$

$$uz^2 > 4bx + 60xy$$

$$36x^2 + 76y^2 + 48xy = 4z^2 > 4x^2 + 60xy$$

$$16y^2 > 12x^2 + 12xy$$

$$6y^2 > 5x^2 + 12xy$$

$$8y(y-z) > 5z(x+y) + 12xy$$

1)  $14y^2 > z^2$  и  $x^2 < 6y^2$   
 $6y^2 > x^2$

$$20y^2 > z^2 + x^2$$

$$12xy > \frac{z^2 + x^2}{2}$$

$$+12xy - 6xy = -4xy$$

$$(3x+2y)(x-2y) - 4xy - z^2$$

$$3x^2 - 2zy - 4xy = z^2$$

$$-4xy = -6yz - 22b$$

$$\frac{2(-x - 8y - z)}{x^2 - 6y^2}$$

$$-9x^2 + 4y^2 - 12xy + 3x^2 - 4y^2 =$$

$$= -1(6x^2 + 1y^2 + 12xy)$$

$$\frac{6x^2 + 8y^2 + 12xy}{6y^2 - x^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



$$ab : 3^{11} \cdot 7^{11} \quad \frac{11}{16} = 2 \cdot 7$$

$$bc : 3^{18} \cdot 7^{16} \quad \frac{1}{5} \rightarrow \frac{7^{27}}{65}$$

$$ac : 3^{27} \cdot 7^{38} \quad \frac{6}{1+15+40} = 0 \neq 9 \neq$$

$$\frac{1-42}{4} \geq 0 \rightarrow a(2b+1) + b(2a+1)$$

$$a^2 b^2 c^2 \geq 3^{50} \cdot 7^{65} = \frac{6}{24}$$

$$(2x^2 + 2x) - 2x$$

$$abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33} = (2 \cdot 1 \cdot 1)$$

$$a+b = m+k$$

$$a^2 - 8ab + b^2 = m^2$$

$$\frac{a+b}{(2a-2b)^2 - 3(a^2+b^2)} \cdot \frac{1}{9} \rightarrow \frac{10}{1+91-72} = \frac{20}{20} \quad 2x^2 - 2 = 6$$

$$(x-3)^2 = (x-2x+4)(x+2x+3)$$

$$8ab \equiv 8 \cdot k(-k) \equiv -8k^2$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + 2 + 3 = 2\sqrt{2x^2 - 3x + 4} \sqrt{2x^2 + 2x + 3} = 1 + 16x^2 - 8x$$

$$4x^2 - 6x - 6 = -2 \quad (k, m-k) = 1$$

$$6x^2 - 3x - 3 = -\sqrt{2x^2 - 3x + 4} \sqrt{2x^2 + 2x + 3}$$

$$(6x^2 - 3x - 3)^2 = (2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + 2x + 3)$$

$$x^2 - (m-k)^2 - 8 + (k+m)k = x^2 + x^2 - 8x^2$$

$$36x^4 + 9x^2 + 9 + 36x^3 - 36x^2 + 18x = 4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 9x + 8x^2 + 4x + 12$$

$$a \equiv k$$

$$b \equiv -k$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$x^2(32x^2 - 38) + x(32x^2 - 38) - 3 - 15x = 0$$

$$x^2 + x^2 + 8x^2$$

$$(x^2 - 2)(32x^2 - 38) - 3(1 + 5x) = 0$$

$$-6x^2 \equiv 0$$

$$10x^2 \equiv 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода непустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$x + 2 = x^2 + 4 - 4x + x^2 - x$$

$$(x-2)^2 + x^2 - x$$

$$(x+1)^2 + x^2 - x + 2$$

$$(x-2)^2 + x^2 + 5x - 1$$

$$t = 2x^2$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{\dots} \dots = 1 - 16x^2 - 8x^2 + 5,50$$

$$12x^2 - 6x - 6 = 2$$

$$6x^2 - 3x - 3 = \sqrt{2x^2 - 3x + 4} \cdot \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$3t = 13,5$$

$$t = 2x^2 - x + 3,5$$

$$\sqrt{t - (2x + 2,5)} \cdot \sqrt{t + (2x - 0,5)} =$$

$$= \sqrt{t^2 - (2x - 0,5)^2} =$$

$$= t - 4x + 2x - 0,25 =$$

$$= \sqrt{t^2 - 2t + 6,75} = 3t - 13,5$$

$$t^2 - 2t + 6,75 = 9t^2 + 81t + 13,5$$

$$t_1 = \frac{158 + 50}{32} = \frac{208}{32} = \frac{104}{16} = \frac{26}{4} = \frac{13}{2}$$

$$t_2 = \frac{158 - 50}{32} = \frac{108}{32} = \frac{54}{16} = \frac{27}{8}$$

$$16t^2 - 158t + 351 = 0$$

$$\begin{array}{r} 208 \overline{) 13} \\ \underline{73} \phantom{00} \\ 38 \phantom{00} \\ \underline{76} \phantom{00} \\ 16 \phantom{00} \\ \underline{32} \phantom{00} \\ 32 \phantom{00} \\ \underline{32} \phantom{00} \\ 0 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 175 \overline{) 5} \\ \underline{75} \phantom{00} \\ 75 \phantom{00} \\ \underline{75} \phantom{00} \\ 0 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 175 \overline{) 3} \\ \underline{275} \phantom{00} \\ 553 \phantom{00} \\ \underline{624} \phantom{00} \\ 29 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ \underline{115} \phantom{00} \\ 20 \phantom{00} \\ \underline{675} \phantom{00} \\ 405 \phantom{00} \\ \underline{135} \phantom{00} \\ 270 \phantom{00} \\ \underline{180} \phantom{00} \\ 90 \phantom{00} \\ \underline{90} \phantom{00} \\ 0 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 958 \overline{) 2} \\ \underline{79} \phantom{00} \\ 79 \phantom{00} \\ \underline{79} \phantom{00} \\ 0 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \overline{) 5} \\ \underline{125} \phantom{00} \\ 0 \phantom{00} \\ \underline{625} \phantom{00} \\ 50 \phantom{00} \\ \underline{625} \phantom{00} \\ 0 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2057 \overline{) 16} \\ \underline{351} \phantom{00} \\ 2101 \phantom{00} \\ \underline{331} \phantom{00} \\ 5616 \phantom{00} \\ \underline{6241} \phantom{00} \\ 5676 \phantom{00} \\ \underline{625} \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2351 \overline{) 16} \\ \underline{2101} \phantom{00} \\ 331 \phantom{00} \\ \underline{5616} \phantom{00} \\ 6241 \phantom{00} \\ \underline{5676} \phantom{00} \\ 625 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6241 \overline{) 16} \\ \underline{5676} \phantom{00} \\ 625 \phantom{00} \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{8} - \frac{6}{8} + 4 = 3 + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$$

$$3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{6}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4 =$$

$$= \frac{1}{8} - \frac{6}{8} = \frac{32}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{24}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 3 =$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{24}{8} =$$

$$= \frac{27}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$2 - 3 = 1 - 6$$

$$t = 2x^2 - x + 3,5$$

1)  $t = 2$      $4,5 - 4,5 + 4$

2)  $t = \frac{27}{8}$      $4,5 + 1,5 + 3$

2)  $\frac{27}{8} = 2x^2 - x + 3,5$

$$\frac{27}{4} = 4x^2 - 2x + 7$$

$$27 = 16x^2 - 8x + 28$$

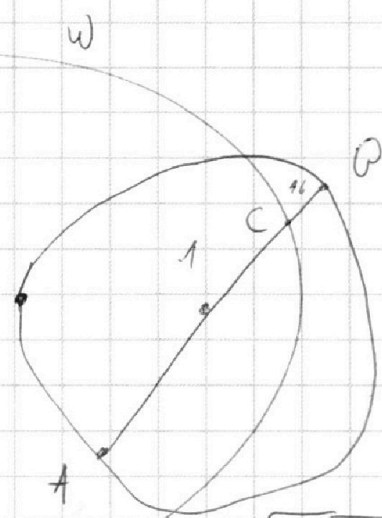
$$16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$D = 64 - 64 = 0$$

$$(4x + 1)^2 = 0$$

$$4x = -1$$

$$x = -\frac{1}{4} = -0,25$$



$$\frac{18}{18+14} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

$$2 - 1 + 3$$

$$2 + 3 + 4$$

$$3 - 2 = 1 + 4$$

$$13 = 4x^2 - 2x + 7$$

$$\sqrt{2+3+4} - \sqrt{2-1+3} = 1+4$$

$$3 - 2 = 1+4$$

$$4x^2 - 2x - 6 = 0$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4 = 1x^2 - x + 3 = 0$$

$$= \frac{1}{8} - \frac{6}{8} + \frac{32}{8} =$$

$$= \sqrt{\frac{25}{8}} = \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2+3+4} = 3$$

$$\sqrt{2-1+3} = 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$a =$$

$$a + b = 11$$

$$b =$$

$$b + c = 16$$

$$c =$$

$$a + c = 38$$

$$a + b + c = 38$$

$$9x^2 + 4y^2 + 12xy = z^2$$

$$3x^2 + 4y^2 > 6xy$$

$$-6x^2 - 8y^2 - 12xy$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$25$$

$$c = 25$$

$$a = 11$$

$$a = 11$$

$$-1(6x^2 + 8y^2 + 12xy)$$

$$10y^2 = 3 \cdot 34y^2 + \dots$$

$$3 - \frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= 11y^2 \sqrt{\frac{34}{3}}$$

$$x^2 < 6y^2$$

$$x^2 < 6y^2$$

$$14y^2 - z^2 < 0$$

$$14y^2 > z^2$$

$$10 = 3 \cdot 34 + \dots$$

$$a + b = 11$$

$$b + c = 16$$

$$a + c = 27$$

$$a + b + c = 53$$

$$c = 25$$

$$a = 7$$

$$b = 4$$

$$54y^2 > 9x^2 = z^2 - 4y^2 - 12xy$$

$$54y^2 > z^2 - 12xy = 6^2 + 16y^2 + 16z^2$$

$$74y^2 > x^2 + y^2 > 2xy = 3yz + xz$$

$$14y^2 > z^2$$

$$3yz + 6y^2 + 3z^2 + 2xy = 2xy$$

$$14y^2 > 6y^2 + 2z^2$$

$$4 \cdot 3xy + 6y^2 + 3z^2 = 0$$

$$14y^2 = z^2$$

$$14y^2 = z^2$$

$$10y^2 = 9x^2 + 12xy$$

$$12xy + 14y^2 + 12x^2 = 0$$

$$12xy + 34y^2 + 12x^2 = 12xy$$

$$34y^2 = 3x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{34y^2}{3}}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$3yz + 2z = 2xy$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

