



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .
7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Оценка:  $a^2: 3^{11} \cdot 4^{11}$ ,  $b^2: 3^{18} \cdot 4^{16}$ ,  $c^2: 3^{25} \cdot 4^{38} \Rightarrow$

$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2: 3^{(11+18+25)} \cdot 4^{(11+16+38)} = 3^{50} \cdot 4^{65}$  т.к.  $(abc)^2$  - квадрат,

то  $(abc)^2$ : хотя бы  $4^{66} \Rightarrow abc: 3^{25} \cdot 4^{33} \Rightarrow \min abc = 3^{25} \cdot 4^{33}$

Пример:

Осталось решить две системы

I  $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=21 \end{cases}$

и II  $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$

решения I  $x=4, y=4, z=14$

решения II:  $x$

и вторая сист.  $\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$  это предположим

$\begin{cases} y+z=16 \\ x+z=38 \end{cases}$  к  $z$  одному из значений прибавить  $24$

т.к.  $2y+x+z=24 \Rightarrow y < 0$ , а у нас  $x, y, z$  положительные степени  $4 \Rightarrow 2y+38=24+k \quad k \geq 11 \Rightarrow \min k=11$

$\Rightarrow x=22, y=0, z=16 \Rightarrow$  оценка  $abc \min(abc) = 3^{25} \cdot 4^{38}$

$a = 3^4 \cdot 4^{22}, b = 3^4, c = 3^{14} \cdot 4^{16} \Rightarrow$  такой минимум не достигается.

Ответ:  $\min(abc) = 3^{25} \cdot 4^{38}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \quad \frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} \quad a, b \in \mathbb{N}$$

сокр. на  $m$  дроби  $\Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{m}$  и  $a^2-8ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m}$

$$\Rightarrow a \equiv -b \pmod{m} \Rightarrow a^2-8a \cdot (-a) + (-a)^2 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow 10a^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$a^2 \not\equiv 0 \pmod{m}$  т.к. если ократно  $m \Rightarrow \text{НОД}(a, m) \neq 1$

из усл. что  $a \equiv -b \pmod{m} \Rightarrow 10 \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow \max(m) = 10$ .

Пример:  $a=14$   $b=13$ , т.к.  $a^2$  оканч. на 4 и  $b^2$  оканч. на 9  
 $a$  в  $a+b$  тоже оканч. на 9 то вся сумма:  $10$   $a+14+13=30$   
10.

Ответ:  $\max(m) = 10$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)  $\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$      *умножим на сопряженное.*

$$2x^2-3x+4 - 2x^2-x-3 = (1-4x)(\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3})$$

$$(1-4x) = (1-4x)(\sqrt{2x^2-3x+4} + \sqrt{2x^2+x+3}) \quad | : (1-4x)$$

$$1 = 2x^2-3x+4 + 2x^2+x+3 + 2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)}$$

$$x = 2x^2+3 + \sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} \Rightarrow x > 0 \text{ т.к.}$$

$$2x^2 > 0 \quad 3 > 0 \quad \text{и} \quad \sqrt{\dots} > 0$$

$$\Rightarrow x \geq 2x^2+3 \quad \text{но} \quad 2x^2+3-x > 0 \text{ при } \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

Ответ: нет таких  $x$ .

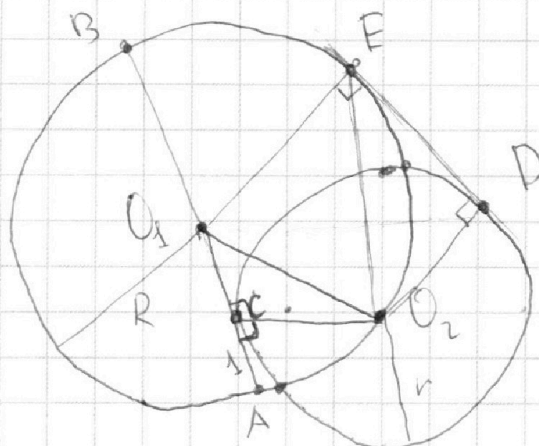
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BC = 16 \quad CA = 1$$

$$\Rightarrow R = \frac{16+1}{2} = 8,5$$

$O_2C$  - высота  $\triangle O_1 O_2 A$

$$\Rightarrow r^2 + (8,5-1)^2 = 8,5^2$$

$$r^2 = (8,5-1)(8,5+1) = 16 \quad r = 4 \quad R = 8,5$$

т.к.  $O_1E = O_1O_2 = R$  ]  $\angle O_1EO_2 = 2 \Rightarrow \angle EO_2O_1 = 2$

т.к.  $O_1E \perp ED$  и  $O_2D \perp ED \Rightarrow O_1E \parallel O_2D \Rightarrow$

$\angle EO_2D = 2$  запишем, что т. синусов. гл  $\triangle EDO_2$  и

$$\triangle O_1EO_2 \quad EO_2 = \frac{ED}{\sin 2} = \frac{r}{\cos 2} \quad \text{гтд} \quad \angle EO_1O_2 = 90 - 2 =$$

$$= 2(\angle O_2ED) \Rightarrow \frac{EO_2}{\sin 2} = \frac{R}{\sin 2} \Rightarrow \frac{R \cdot \sin 2}{\sin 2} = \frac{r}{\cos 2} \Rightarrow$$

↑  
гтд между хордой и кас.

$$R \cdot 2 \cdot \cos^2 2 = r$$

$$8,5 \cdot 2 = \frac{4}{\cos^2 2} \quad \cos^2 2 = \frac{4}{17} \quad \cos 2 = \frac{2}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \sin 2 = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{ED}{\frac{2}{\sqrt{17}}} = \frac{4}{\frac{2}{\sqrt{17}}} \quad ED = 2\sqrt{15}$$

Ответ:  $ED = 2\sqrt{15} = \sqrt{60}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \quad 2x + 2z = 3x + 2y \quad (3y + x)(3x + 2y) = 2xy$$
$$9xy + 2xy + 3x^2 + 6y^2 = 2xy \quad 9xy + 3x^2 + 6y^2 = 0$$

$$3(x+y)(x+2y) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ x = -2y \end{cases}$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x + 2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 6 \cdot 12xy}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{-(6x^2 + 8y^2 + 12xy)}{x^2 - 6y^2}$$

Разберём два случая.  $x = -y$  и  $x = -2y$

$$\text{I.} - \frac{(6y^2 + 8y^2 - 12y^2)}{-5y^2} = \frac{4}{5} \quad \text{II.} - \frac{(24y^2 + 8y^2 - 24y^2)}{x^2 - 6y^2} = 4$$

Т.к. нам нужен max, то ответ:  $2y^2$  max = 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$S$  - путь  $x$  -  $\varnothing$  велосипед.  $y$  -  $\varnothing$  мотоцикл.

найти:  $S$  - ?

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{S}{x} &= \frac{S}{y} + 2 \\ \frac{S y}{x} &= \frac{S x}{y} + 96 \\ \frac{S}{x+6} &= \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4} \end{aligned} \right.$$

$$S \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = 2$$

$$S \left( \frac{y}{x} - \frac{x}{y} \right) = 96$$

$$\frac{2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{96}{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}} \Rightarrow 2xy = \frac{96xy}{x+y}$$

$$\Rightarrow x+y=48 \quad x=48-y \Rightarrow \frac{S}{54-y} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$S(y+6-54+y) = 5(54-y)(y+6) \Rightarrow S = \frac{5(54-y)(y+6)}{4(2y-48)}$$

$$\Rightarrow \frac{5(54-y)(y+6)(y-42+y)}{(48-y)(2y-48)4 \cdot y} = 2 \quad (\text{в I перенесли } S \text{ в одну сторону.})$$

$$5(54-y)(y+6) = 28y(48-y)$$

$$240y - 5y^2 + 1620 = 384y - 28y^2$$

$$3y^2 - 144y + 1620 = 0 \quad y^2 - 48y + 540 = 0$$

$$y_1 = 30 \quad \text{если } y=18 \text{ то } S < 0 \Rightarrow y=30 \Rightarrow S = \frac{5 \cdot 24 \cdot 36}{x \cdot 12} = 90 \text{ км}$$

$$y_2 = 18$$

Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

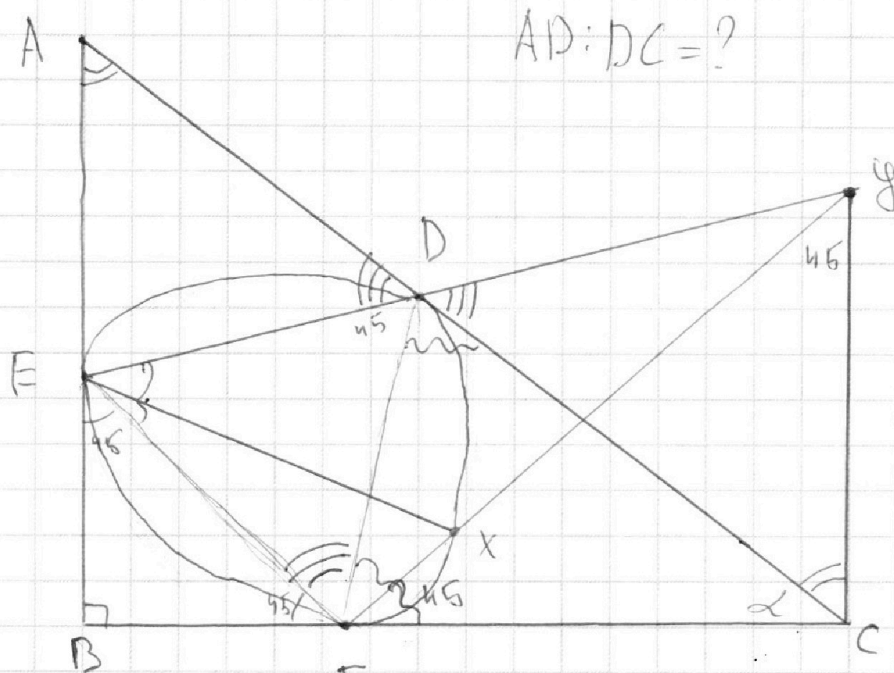
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AB \perp BC, BC \perp DC \Rightarrow AB \parallel DC$

$\angle BAC = \angle ACD$  по условию  $EX = 2\sqrt{2} \cdot xy$

$\angle ADE = \angle DCB$  - верт. кат. кр. -  $\triangle ADE \sim \triangle DCB$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DB} \quad \angle EDC = \angle DCB \Rightarrow \angle EDC = \angle DCB$$

$$DB = \frac{yx \cdot xF}{yE} \quad \triangle EDC \sim \triangle FDB \text{ т.к.}$$

$\angle EDC$  - общ., а  $\angle EDC$  и  $\angle FDB$  - опираются на одну дугу.  $\Rightarrow \frac{DF}{DB} = 2\sqrt{2}$

$$DF = 2\sqrt{2} DB \quad \text{дот. с углов}$$

$$\frac{DE}{DC} = \frac{DF}{FC} \quad \triangle EDC \sim \triangle FDB \quad \frac{AD}{DC} = \frac{AE}{FC} \quad \begin{cases} FC = yC \\ \angle FDC = \alpha \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{EB}{EF} = \frac{yc}{yF}$$

$$\frac{AD+DC}{\sin \alpha} = \frac{BE+AD}{\cos \alpha}$$

$$BE = \frac{yc \cdot EF}{yF}$$

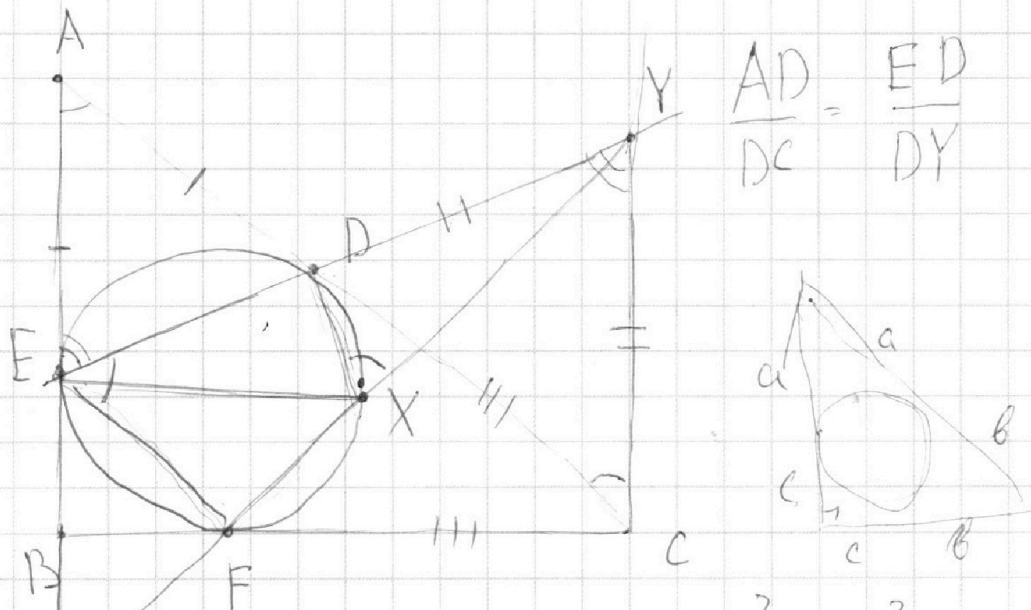
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$

$$DY \cdot ED = \cancel{DX} \cdot XF = x^2 + \cancel{2cx} + 2ac + 2bc = \cancel{2}b^2 + 2ab$$

$$DY = \frac{2\sqrt{2} \cdot XF}{ED}$$

$$\frac{2y^2 + 6xy}{-5y^2}$$

$$\frac{c^2 + c(a+b) - ab}{2y^2 - 6y^2}$$

$$-(6x^2 + 8y^2 + 6xy)$$

$$(x+y)(x+2y) = 0$$

$$-5y^2$$

$$x^2 - 6y^2$$

$$5y^2 (x+y) \quad (x = -y)$$

$$\frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$$

$$+(24y^2 + 8y^2 - 12y^2)$$

$$x = -2y \quad c^2$$

$$+ 2y^2$$

$$c(a+b+c) = ab$$

$$P - a - b = \frac{ab}{P}$$

$$c = P - a - b \quad c = \frac{ab}{P}$$

$$P^2 - P(a+b) = ab \quad c^2 + c(a+b)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 14 \\ \hline \end{array}$$

$$13 \quad 49 + 13 \cdot 169 - \quad (8 \cdot 34) \cdot \frac{56}{3}$$

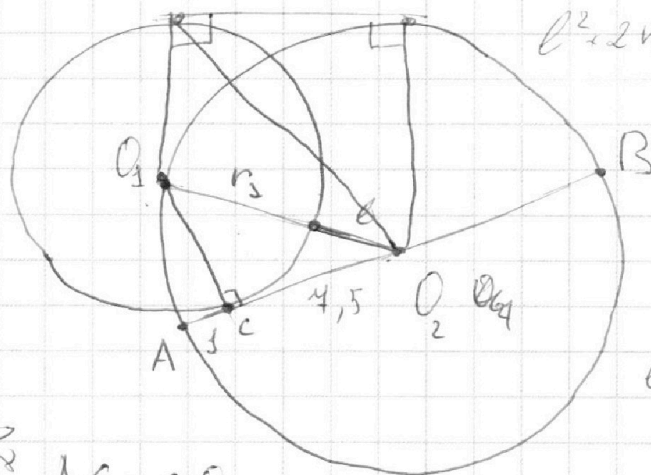
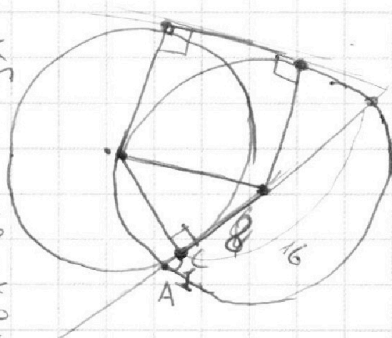
$$9 + 49 - \quad 14^2 \quad 13^2 \quad 32$$

$$(2x^2 + 4x + 2)(x + 2) = 2x^2 + 4x + 2x + 4 + 3x + 6 = 2x^2 + 7x + 10$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 1 + 16x^2 - 8x$$

$$4x^2 - 2x + 4 - 1 - 16x^2 + 8x = 2\sqrt{4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 8x + 2x^2 + 4x + 12}$$

$$-12x^2 + 6x + 6 = 2\sqrt{4x^4 - 10x^2 - 4x + 12}$$



$$r_1^2 - 2r_1l + l^2 = (4,5)^2$$

$$(r_1 + l)r_1 = (4,5)^2$$

$$r_1^2 - 2r_1l + l^2 = (4,5)^2$$

$$AC + CO_2 = O_2B$$

$$O_2B = 4 + O_2C = 16 \quad O_2B = 16 - O_2C$$

$$AC = 4,5$$

$$r_1^2 - 2r_1l + l^2 = 0$$

$$1 + x = 16 - x$$

$$2x = 15 \quad x = 4,5$$

$$(r_1 - l)(r_1 + l)$$

$$3(-2x^2 + x + 1)$$

$$(-2x^2 + x + 1)(-2x^2 + x + 1) = 4x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$$

$$9(32x^4 - 32x^3 - 32x^2 + 23x + 3) = 0$$

$$9(4x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1) = 36x^4 - 36x^3 - 27x^2 + 18x + 9 = 4x^4 - 3x^2 - 3x + 2x^2 + 4x + 12$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 4 = 3$$

$$-4x + 1$$

$$\cancel{1 - 4x}^1 = (1 - 4x) \left( \sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} \right)$$

$$x = 2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 + 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}$$

$$\cancel{2x} = 2x^2 + 4 + 4x^2 + 6 + 2\sqrt{\dots}$$

$$x > 0$$

$$x > 2x^2 + 3$$

$$0 > 2x^2 - x + 3$$

$$(x-1)^2 + x + 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x^2 - 3x + 4 = (2x - 2)(x - 2) + 3x$$

$$(2x^2 + x + 3) = (2x + 3)(x + 1)$$

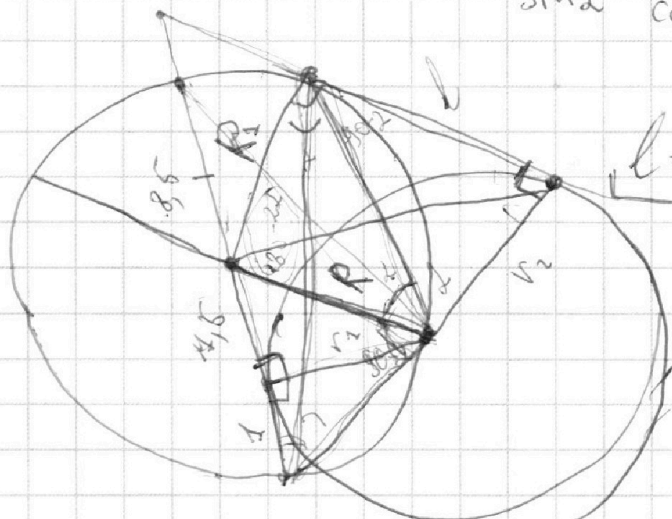
$$1 + 16x^2 - 8x = 4x^2 - 2x + 4 - 2\sqrt{\quad}$$

$$2\sqrt{\quad} = -12x^2 + 6x + 6$$

$$\sqrt{\quad} = -6x^2 + 3x + 6 \quad (9) + 36 \cdot 4$$

100 8,661

$$\frac{l}{\sin \alpha} = \frac{r_2}{\cos \alpha} = \frac{R \cdot \sin 2\alpha}{\sin \alpha}$$



$$l = R \cdot \sin 2\alpha$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 14 \\ \hline 14 \\ \times 14 \\ \hline 110 \\ \times 14 \\ \hline 280 \\ \times 14 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\frac{8,5}{\cos \alpha} = \frac{(r_1^2 + (4,5)^2)^{1/2}}{\cos \alpha}$$

$$\frac{4}{\cos \alpha} = 8,5 \cdot 2 \cos \alpha$$

$$\frac{4}{8,5} \cdot \frac{2}{14} = \cos \alpha \quad 243$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$11 + 18 + 21 = 50$$

$$11 + 16 + 38 = 65$$

$$a = 3^{11} \quad \text{or} \quad 1234564$$

$$a^2 b^2 c^2 = 3^{50} \cdot 4^{65}$$

$$a^2 b^2 c^2 = 3^{32} \cdot 4^{49}$$

$$abc = 3^{25} \cdot 4^{33}$$

$$\frac{abc}{a} =$$

$$bc =$$

$$a + b = 11$$

$$a = 11 - b$$

$$b + c = 16$$

$$c + a = 21$$

$$a + b = 11$$

$$c + 11 - b = 21 \quad c - b = 10$$

$$b + c$$

$$2c - 28$$

$$c = 14$$

$$a = 4$$

$$b = 4$$

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2} = 10$$

$$10$$

$$m = 10 \quad 8 \cdot 25$$

$$a + b \equiv m$$

$$a^m \equiv -b$$

$$a^{2m} \equiv 0$$

$$25$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \equiv m$$

$$10 a^{2m} \equiv 0$$

$$50 -$$

$$2a^2 + 2a^{2m} \equiv 0$$

$$2a^2(1+4) \equiv 0$$

$$50 - 200$$

$$49 + 9 =$$

$$8 - 9 = 3$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 24 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\frac{10}{10}$$

$$40$$

$$\begin{array}{r} 2186 \\ - 53 \\ \hline \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + 4x = 1 + \sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 16x^2 + 8x\sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$3x^2 - 4y^2 - 3x + 2y$$

$$t = 2x^2 - 3x + 4$$

$$\sqrt{t} = \sqrt{t + 4x - 1} \quad x^2 - 6y^2$$

$$(1 - 4x)$$

$$3x + 2y = x$$

$$-2(3x^2 + 4y^2 + 3xy) -$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$1,25 (x+y)(3x+4y)$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$3 \frac{3y(3x+2y) + x(3x+2y)}{2} = 2xy$$

$$(2y+x)(x+y)$$

$$9xy + 2xy + 3x^2 + 6y^2 = 3 \frac{11xy + 3x^2 + 6y^2}{3}$$

$$3xy = \frac{(3x+2y)(2y+x)}{2} \quad 3(3xy + 2y^2 + x^2) = 0$$

$$24xy + 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy = 2xy \quad 3xy + 2y^2 + x^2 \Big|_{x+y}$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 = 0 \quad y \cdot (x+y)(x+2y) =$$

$$3(x+y)(x+2y) = 0$$

$$= x^2 + 2xy$$

$$x = 11 - y$$

$$2z = 44$$

$$z - y = 28$$

$$11 - y + z = 39 \quad z =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(54-y)(y+6) = (54y - y^2 + 324 - 6y) \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 54 \\ \hline 108 \\ \times 270 \\ \hline 1620 \\ 108 \\ \hline 1920 \\ + 384 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$2 \cdot \frac{xy}{y-x} = \frac{xy}{y-x}$$

$$\frac{y}{x} - \frac{x}{y} = 2$$

$$\frac{xy}{y-x} = 2$$

$$xy = 2(y-x)$$

$$xy = 2y - 2x$$

$$xy - 2y = -2x$$

$$y(x-2) = -2x$$

$$y = \frac{-2x}{x-2} = \frac{2x}{2-x}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 2304 \\ - 2160 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$2xy = \frac{96xy}{(x+y)}$$

$$2x + 2y = 96$$

$$x = 48 - y$$

$$\frac{S}{54-y} = \frac{S}{y+6} + \frac{5}{4}$$

$$114y - 3y^2 + 1620 = 0$$

$$y^2 - 38y - 540 = 0$$

$$D = 38^2 + 4 \cdot 540 = 144 + 2160 = 2304$$

$$\sqrt{D} = 48$$

$$y_{1,2} = \frac{38 \pm 48}{2}$$

$$y_1 = 43, y_2 = -5$$

$$S(y+6) \cdot 4 = S(54-y) \cdot 4 + 5(54-y)(y+6)$$

$$4S(y+6-54+y) = 5(54-y)(y+6)$$

$$4S(2y-48) = 5(54-y)(y+6)$$

$$S = \frac{5(54-y)(y+6)}{4(2y-48)}$$

$$5(54-y)(y+6) = 2y(48-y)$$

$$\frac{5(54-y)(y+6)}{(48-y)(2y-48) \cdot 4} = \frac{5(54-y)(y+6)}{4y(2y-48)} + 2$$

$$\frac{5(54-y)(y+6)(y-48+y)}{(48-y)(2y-48) \cdot 4 \cdot y} = 2$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 36 \\ \hline 72 \\ \times 36 \\ \hline 1296 \\ + 2 \\ \hline 1304 \\ + 2160 \\ \hline 3464 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$S$   $v_1$   $v_2$

$$\frac{S}{v_1} = \frac{S}{v_2} + 2$$

~~$S$~~   $v_2 (0,45 v_2 + 4,5)$   
 $4,5 v_2 + 4,5$

$$\frac{S}{v_1} \cdot v_2 = \frac{S}{v_2} \cdot v_1 + 96$$

$$S \left( \frac{v_2}{v_1} - \frac{v_1}{v_2} \right) = 96$$

$$\frac{S}{v_1 + 6} = \frac{S}{v_2 + 6} + 1,25$$

$$S \left( \frac{1}{v_1 + 6} - \frac{1}{v_2 + 6} \right) = 1,25$$

$$S \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = 2$$

$$\frac{5}{4} = \frac{9}{36}$$

$$\frac{1,25(v_1 + 6)(v_2 + 6)}{v_2 - v_1} = \frac{2v_1v_2}{v_2 - v_1}$$

$4,5$

$$1,25v_1(v_1 + 6)(v_2 + 6) = (v_1v_2 + 6v_2 + 6v_1 + 36)1,25$$

$$= 2v_2v_1 \quad 4,5v_2 + 4,5v_1 + 4,5 = 0,45v_1v_2$$

$$4,5v_2 + 4,5 = v_1(0,45v_2 - 4,5)$$

$$v_1 = \frac{4,5v_2 + 4,5}{0,45v_2 - 4,5}$$