



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Заметим, что если $ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$, то $\min ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$

Тогда $\times ab : 2^{15} \cdot 7^{18}$

$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$ заметим, что 7 у нас хватает (в смысле $\min abc$ содержит 7^{39} , т.к. 7 можно разложить в a и c так, чтобы $ab : 2^{15} \cdot 7^{18}$, а $bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$)

А вот с 2 есть проблема т.к. ac содержит только 23 "2", тогда $\times ab^2c : 2^{32} \cdot 7^{29}$, тогда $b^2 : 2^9 \Rightarrow \min b = 2^5$

Давайте поймём, что $abc = 2^{28} \cdot 7^{39} \min$, ну мы знаем, что ac меньше чем $2^{23} \cdot 7^{39}$ быть не может. Ну тогда допустим $ac > 2^{23} \cdot 7^{39}$ но $ac < 2^{28} \cdot 7^{39} \Rightarrow \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68} \Rightarrow abc : 2^{28} \Rightarrow$ мы нашли минимальное abc.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$, пусть E_m существует m , такое что

$(a+b):m$ и $(a^2-7ab+b^2):m$, причём $m = \max$.

$$\begin{aligned} & \text{т.к. } a^2-7ab+b^2 = (a+b)^2 - 9ab, \text{ т.к. } a+b:m \Rightarrow \\ & \Rightarrow (a+b)^2:m \Rightarrow 9ab:m. \end{aligned}$$

Пусть $a+b=mk, k \in \mathbb{N}$, а $9ab=ms, s \in \mathbb{N}$

Тогда

$$9abk = a+b(a+b)s = a^2 + 2ab + b^2$$

Ну, т.к. $9abk:a$, то $(a+b)s + b^2:a$, т.к. $a^2:a$, то $b^2:a$, но $b \nmid a$, значит $\text{НОД}(b;a)=1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow s:a$

Аналогично $s:b \Rightarrow s:ab$

Пусть $s = abrt, r \in \mathbb{N}$

Тогда

$$9ab = mabrt$$

$$9 = mrt$$

$$m_1 = 1$$

$$r_1 = 9$$

$$m_2 = 3$$

$$r_2 = 3$$

$$m_3 = 9$$

$$r_3 = 1$$

(т.к. m и $r \in \mathbb{N}$)

Тогда $\max m = 9$

Приведём пример: $a=4, b=5$ ($\text{НОД}(a;b)=1$)

$$\frac{4+5}{4^2+5^2-7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11}$$

Ответ: $m=9$.

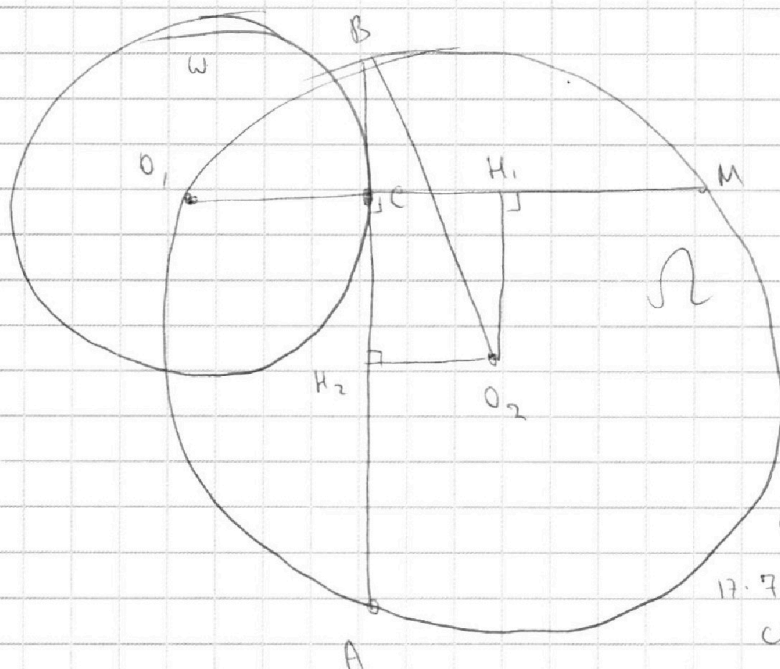
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

 $\sqrt{3}$ 

$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

Тростников O_2H , K_2O_2

О,М как показано

на + рис., і. е.

$$Oc \cap \Omega = M$$

$$O_2 H, \Delta O.M \approx H,$$

$$O_2 K_2 \wedge A \vee B \supset K_2$$

Тогда Пусть $B \subset \mathbb{R}^n$

$$x \neq 2$$

$$A \quad AC = 17x$$

$$O_1 \cdot P \cdot CM = BC \cdot AC \text{ (opp. hyps)}$$

$$17.7x^2 = 7 \text{ cm}$$

$$C_M = 13 \times 10^{-2}$$

Кроме того $\varnothing, \varnothing_{1,M} \quad \varnothing_{1,H} = H_{1,M} \quad (\varnothing_2 H_1 \perp \varnothing_{1,M} \Rightarrow \text{геом. нонанам})$

и H_2 - серфина АВ

$$\text{Тогда } \overset{u}{\text{CH}_x} = \overset{H_2 - \text{соединя } AB}{O_1 H_1 - O_1 C} = \frac{17x^2 + 7}{2} - 7 = \frac{17x^2 - 7}{2} = \overset{H_2O_2}{\text{Ч}} \left(\underset{\text{прям.}}{\text{CH}_x \text{O}_2 \text{H}_2} \right)$$

$$B_{H_2} = \frac{2}{2} = 12 \times$$

Th po berem $BO_3 = 13$

$$BH_2 = \frac{17}{2} = 8.5$$

$$X \text{ и } BO_2H_2: \text{ по Т. негарова: } (8.5)^2 + (17)^2 = 340.25$$

$$+9 \quad 144 \cdot 4x^2 + (17x^2 - 7)^2 = 169 \cdot 4$$

$$144 \cdot 4x^2 + 289x^4 - 7 \cdot 17 \cdot 4x^2 + 49 = 169 \cdot 4$$

$$576x^2 + 289x^4 - 238x^2 + 49 = 169 \cdot 4$$

$$(17x^2 + 7)^2 = 169 \cdot 4$$

$$17x^2 + 7 = 13.2$$

$$17x^2 = 19$$

$$x^2 = \frac{19}{12}, \text{ T.K. } x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{19}{12}}$$

$$AB = 24x = 24\sqrt{\frac{19}{17}}$$

Antwort: $AB = 24\sqrt{\frac{19}{17}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{4} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Заметим, что $3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x$

Тогда пусть $3x^2 + 3x + 1 = t$, а
 $1 - 9x = d$.

тогда:

$$\sqrt{t+d} - \sqrt{t} = d \quad | \cdot (\sqrt{t+d} + \sqrt{t}) \neq 0, \text{ т.к. } 0 \text{ достигается}$$

нигда

или $d=0$, но $\sqrt{t}$ не пос. '0)

тогда $t+d - t = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$

$$d = d(\sqrt{t+d} + \sqrt{t})$$

1) $d=0 \Rightarrow 1-9x=0$

$$x = \frac{1}{9}$$

2) $d \neq 0 \Rightarrow 1 = \sqrt{t+d} + \sqrt{t}$

$\sqrt{t}$ и $\sqrt{t+d}$ - всегда больше 0 $\Rightarrow \sqrt{t}$ достигает минимума, когда $\sqrt{t+d}$ достигает минимума

или $x = x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \min t = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{t} > 1$, а

$\sqrt{t+d} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{t+d} + \sqrt{t} > 1 \Rightarrow$ уравнение $\sqrt{t+d} + \sqrt{t} = 1$ не имеет корней.

Ответ: $x = \frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



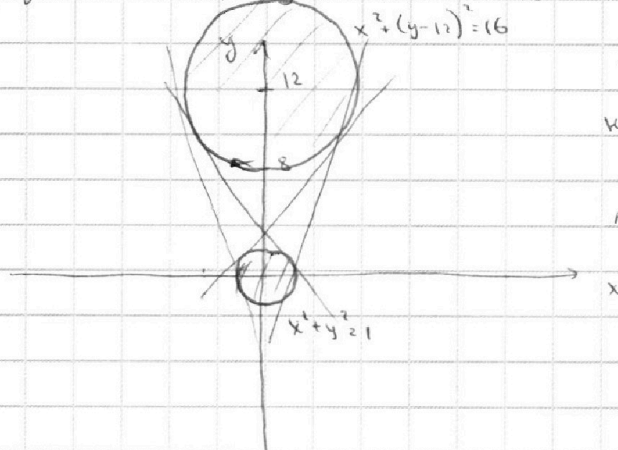
№6

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

схематично

Давайте изобразим второе неравенство графически:

графиками $x^2+y^2=1$ и $x^2+(y-12)^2=16$ являются окр.



Тогда решением
неравенства будет мно-
жество точек в окр, вг-
раженные границы

✗ $ax+y-8b=0$ - это прямая, тогда, чтобы было только
2 решения нужно, чтобы она касалась двух окр. одновр.
как показано на рис. Т.е. всего 4 прямых.

Тогда нам нужно решить систему:

$$\begin{cases} x^2+(8b-ax)^2=1 & (1) \\ x^2+(8b-ax-12)^2=16 & (2) \end{cases}$$

так, чтобы каждое уравнение имело
всего лишь 1 корень, т.е. $D=0$

$$(1) \quad x^2 + x^2(a^2+1) - 16abx + 64b^2 - 12 = 0$$

$$D = a^2 - 64b^2 + 1 = 0$$

$$(2) \quad (a^2+1)x^2 + ax(24-16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$$

Получим новую систему:

$$\begin{cases} a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \\ a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \end{cases}$$

$$-60b^2 - 12b + 9 = 0$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$b_1 = -\frac{1}{2}(1)$$

$$b_2 = \frac{3}{10}(1/2)$$

$$(1) \quad a^2 - 64\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -1$$

$$(2) \quad a^2 - 64\left(\frac{3}{10}\right)^2 = -1$$

$$a^2 = 15.27 \quad a = \pm\sqrt{15.27}$$

$$a^2 = \frac{169}{25} - 1 = \frac{119}{25}$$

$$a = \pm\frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{15.27}, -\frac{\sqrt{119}}{5}, \frac{\sqrt{119}}{5}, \sqrt{15.27}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

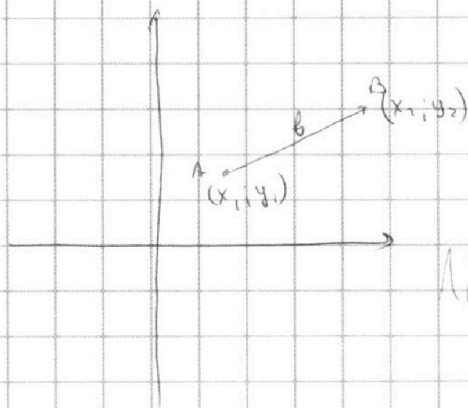
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

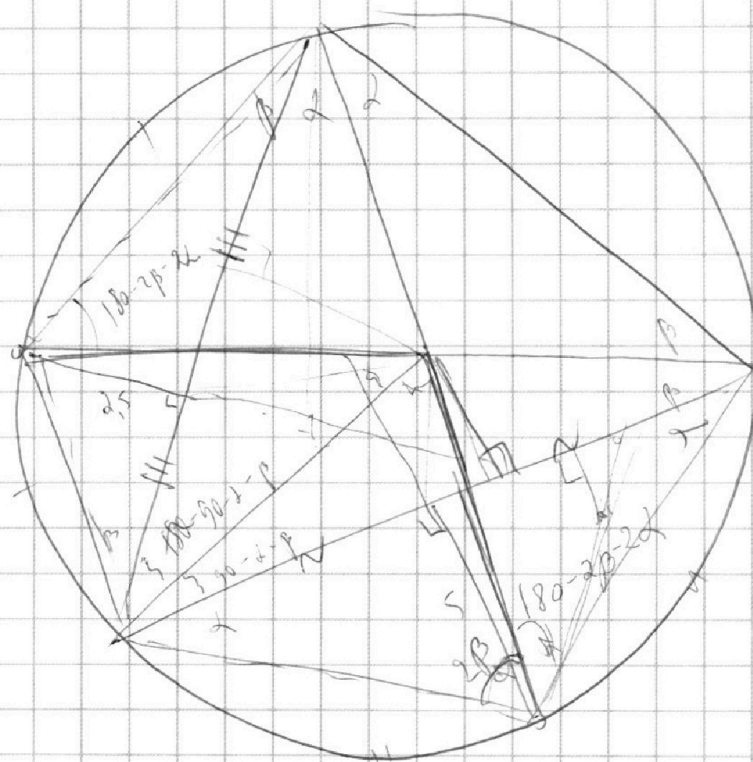
№5. Давайте возьмем любой вектор с координатами $x_1(x_2-x_1); (y_2-y_1)$



$$\text{Путь } AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$180 - 2\alpha - 2\beta$$

$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta}$$



$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta}$$

$$\frac{2R \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2R \sin \beta}{\sin \beta}$$

$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta}$$

$$(180 - 2\alpha - 2\beta)$$

$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{R}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{R}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta}$$



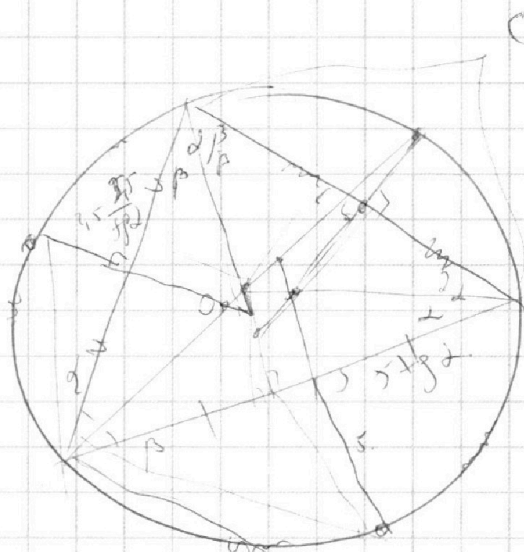
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{10}{\lg 3} \quad \frac{5}{\lg 2}$$

$$\frac{2 \cdot \lg 2}{\lg 3}$$

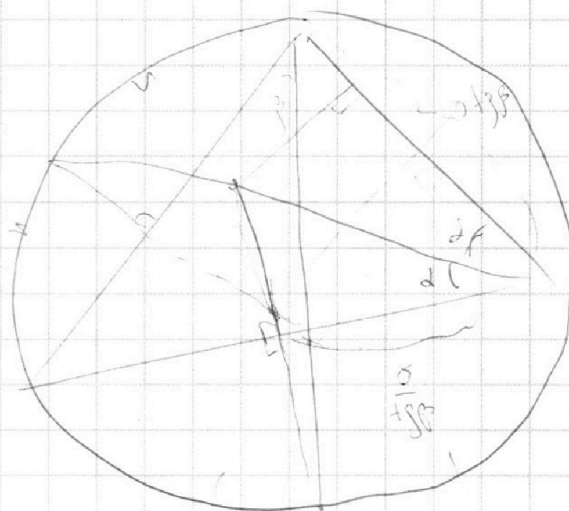
$$\lg 3$$

$$\frac{2 \cdot \lg 2}{\lg 3}$$

$$\lg 3 = 2 \lg 2 - 2 \lg 2$$

$$\bar{x} = \frac{(2 \lg 2 - \lg 3)}{2 \lg 2}$$

$$\begin{aligned} \lg 3 &= 2 \lg 2 - 2 \lg 2 \\ \lg 3 &= 2 \lg 2 - 2 \lg 2 \\ \lg 3 &= 2 \lg 2 - 2 \lg 2 \end{aligned}$$



$$\frac{\lg 3}{\lg 2} = \lg 2$$

$$\lg 3 = 2 \lg 2 - 2 \lg 2$$



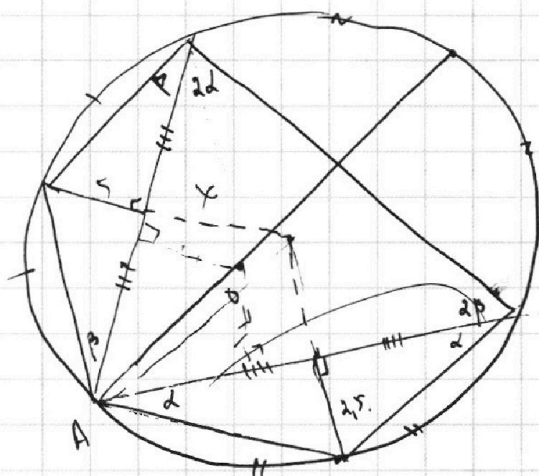
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



#

(cos φ = 2d / R) →
 $2 \cdot 8 \cdot 7^{23}$

$2^{23} \cdot 7^{40}$

$R = 5 + x$

$5 \tan \beta$

$$\sqrt{\left(\frac{5}{\sin \beta}\right)^2 - 25} = \frac{25 - 25 \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta}$$

$$\frac{5}{\tan \beta} = \frac{5}{\sin^2 \beta}$$

$5 \tan \beta = \frac{10}{\tan \beta}$

$\frac{5}{\tan \beta}$

$\frac{\sin \beta}{\cos \beta}$

$$\frac{5}{\tan \beta} = \frac{5}{\sin^2 \beta}$$

$$x = \frac{5}{\tan \beta}$$

$\frac{5}{\tan \beta} \sin \beta = \frac{10 \cdot 2}{\tan \beta \cdot \sin \beta}$

$2 \tan \beta \cdot \sin \beta = \frac{10}{\tan \beta \cdot \sin \beta}$

$2 = \frac{10}{\tan^2 \beta \cdot \sin^2 \beta}$

$5 \cdot (x + 5 + x) = 5$

$x(2x + 5) = \frac{25}{\tan^2 \beta}$

$5 \cdot (2.5 + x + x + 5) = \frac{2.5}{\tan^2 \beta}$

$2.5 + 2x = \frac{2.5}{\tan^2 \beta}$

$2x + 5 = \frac{5}{\tan^2 \beta}$

$2.5 = \frac{2.5}{\tan^2 \beta} - \frac{5}{\tan^2 \beta}$

$\frac{1}{\cos^2 \beta} + 1$

$1 = \frac{1}{\tan^2 \beta} - \frac{2}{\tan^2 \beta}$

$\frac{1}{\tan^2 \beta} = \frac{2}{\tan^2 \beta}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + (8b - ax)^2 = 1$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 2 \cdot 8 \cdot ab \cdot x = 1$$

$$x^2(a^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 = 0$$

$$D = 256a^2b^2 - 4(64b^2 - 1)(a^2 + 1) = 256a^2b^2 - 256a^2b^2 - 256b^2 + 4a^2 + 4 = 4a^2 - 256b^2 + 4 = 0$$

$$x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16$$

$$x^2 + (8b - ax)^2 - 2(8b - ax) \cdot 12 + 144 = 16$$

$$x^2 + 64b^2 + a^2x^2 - 16abx - 192b + 24ax + 128 = 0$$

$$x^2(a^2 + 1) + ax(24 - 16b) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(64b^2 - 192b + 128)(a^2 + 1) =$$

$$= 144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 - 64b^2 + 192a^2b + 192b - 128a^2 - 128 = 16a^2 - 64b^2 + 192b - 128 = 0$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{cases} a^2 - 8b^2 + 12b - 8 = 0 \\ a^2 - 64b^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$56b^2 + 12b - 10 = 0$$

$$28b^2 + 6b - 5 = 0$$

$$D = 36 + 560 = 596 = 4 \cdot 149 = (2\sqrt{149})^2$$

$$b = \frac{-6 \pm 2\sqrt{149}}{28} = \frac{-3 \pm \sqrt{149}}{14}$$

$$D = 36 + 600 = 636$$

$$30b^2 + 20b + 4b - 3 = 0$$

$$D = 16 + 400 = 416 = 16 \cdot 26 = 4 \cdot 2 \cdot 13 = 4 \cdot 26$$

$$b = \frac{-4 \pm 2\sqrt{26}}{40} = \frac{-1 \pm \sqrt{26}}{10}$$



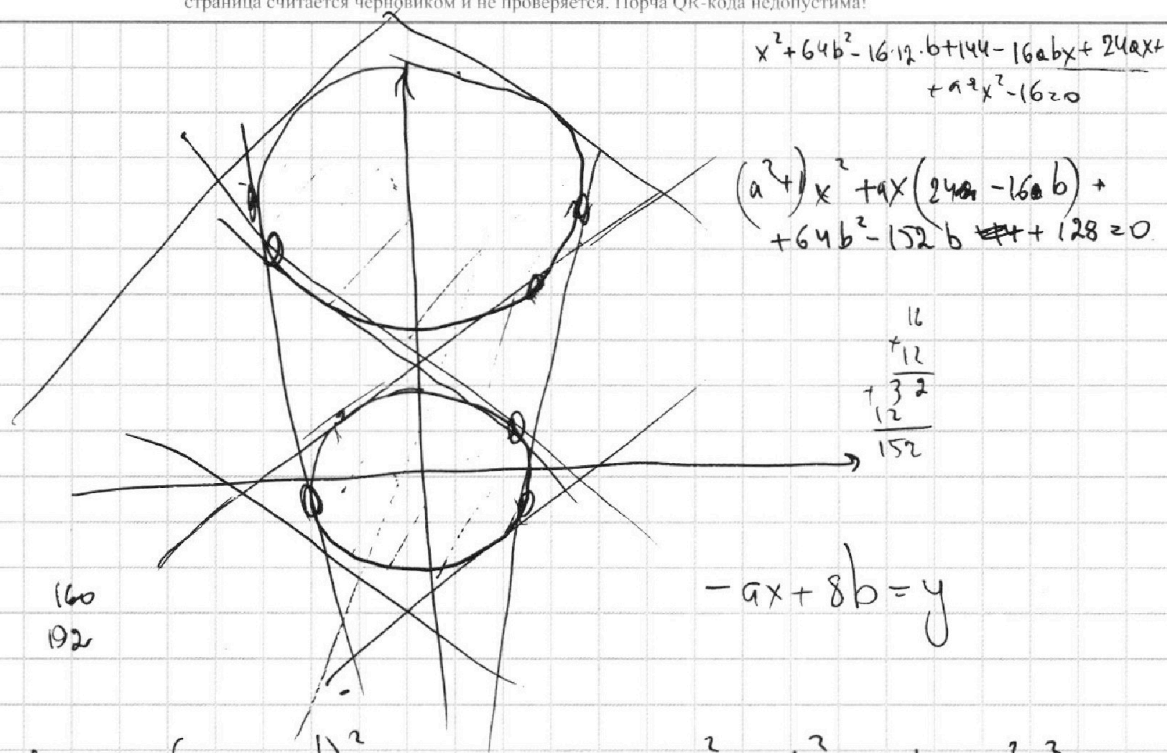
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + 64b^2 - 16 \cdot 12 \cdot b + 144 - 16abx + 24ax + a^2x^2 - 16 = 0$$

$$(a^2 + 1)x^2 + 4x(24a - 16b) + 64b^2 - 152b + 128 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 12 \\ \hline 28 \\ + 12 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$-ax + 8b = y$$

$$\begin{cases} x^2 + (-ax + 8b)^2 = 1 \\ x^2 + (-ax + 8b - 12)^2 = 16 \end{cases}$$

$$x^2 + 64b^2 - 16abx + a^2x^2 = 1$$

$$x^2 + (8b - 12)^2 - 2a(8b - 12)x + a^2x^2 = 16$$

$$(-ax + 8b - 12 + ax - 8b)(-ax + 8b - 12 + ax + 8b) = 15$$

$$-24(-ax + 16b - 12) = 15$$

$$D = a^2(24 - 16b)^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 152b + 128) = 0$$

$$144a^2 - 24 \cdot 8a^2b + 64a^2b^2 - 64a^2b^2 + 152a^2b - 128a^2 - 64b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$16a^2 - 40a^2b - 64b^2 + 152b - 128 = 0$$

$$ax - 8b + 6 = -\frac{5}{8} + 6$$

$$-ax + 8b = \frac{43}{8}$$

$$x^2 + \left(\frac{43}{8}\right)^2 = 1$$

$$(a^2 + 1)x^2 - x(16 - 16abx + 64b^2 - 120) = 0$$

$$D = 64a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 120) = 0$$

$$64a^2b^2 - 4 \cdot 64a^2b^2 + 4a^2 - 4 \cdot 64b^2 + 480 = 0$$

$$-3 \cdot 64a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$-48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0$$

$$\begin{cases} 2a^2 - 5a^2b - 8b^2 + 19b - 16 = 0 \\ -48a^2b^2 + a^2 - 64b^2 + 120 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\sqrt{5x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$1 - 9x = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 1$$

$$\sqrt{1+d} - \sqrt{d} = 1 \quad | \cdot (\sqrt{1+d} + \sqrt{d})$$

$$1+d+d-2\sqrt{1+d} = 1$$

$$1+2d-1 = 2\sqrt{1+d}$$

$$1+d = \sqrt{1+d}$$

$$\sqrt{1+d} = \sqrt{1+d}$$

$$gabk = s(a+b)$$

$$gab = ms$$

$$s = ab$$

$$s = ab$$

$$gab = mabr$$

$$g = m$$

$$m = 1 \quad r = 2$$

$$m = 3 \quad r = 3$$

$$m = 9 \quad r = 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x_0 = \frac{-3 \pm \sqrt{9-12}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{6}$$

$$y_0 = 3 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{3-6+4}{4} = \frac{1}{4}$$

$$1+d+d+2\sqrt{1+d} = 1$$

$$1+2d-1 = 2\sqrt{1+d}$$

$$(1+2d-1)(1+2d-1) = d^2 + 2d - 1 + 2d + 4d^2 - 2d - 1 - 2d + 1 =$$

$$2d^2 + 4d^2 + 1 + 4d - 2d - 1 = 4d^2 + 2d$$

$$69x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 \cdot 4 =$$

$$16(8+69) = 16 \cdot 77$$

$$t^2 - 2(t+2d) + 1 = 0$$

$$D = (t+2d)^2 - 4$$

$$d^2 - 2t - 4d + 1 = 0$$

$$D = 4 + 16d - 4 = 16d = (4\sqrt{d})^2$$

$$t = \frac{2 \pm 4\sqrt{d}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{d}$$

$$1 - 9x = 1 + 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$1 - 9x = 1 - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x = 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$D = 36 - 24 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 12 < 0 \Rightarrow \text{всегда}$$

$$x \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{3+\sqrt{3}}{3}, \infty)$$

$$\text{орегенно } t = 0$$

$$x_1 = \frac{1}{9}$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2 =$$

$$= \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{1-6+18}{9} = \frac{13}{9}$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{1+3+9}{9} = \frac{13}{9}$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} - 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 = \frac{1}{9} - \frac{1}{3} + 1 = \frac{1-3+9}{9} = \frac{7}{9}$$

$$3 \cdot \frac{1}{27} + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1 = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{1+3+9}{9} = \frac{13}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$ab : 2 \cdot 7$$

$$bc : 2 \cdot 7$$

$$ac : 2 \cdot 7$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2 \cdot 7$$

$$abc : 7 \cdot 2$$

$$9abk = 5a^2 b^2 c^2$$

$$11y^2 = 5a$$

$$5 : b$$

$$5 : a$$

$$169 \cdot 4 = 289x^2 + 238x + 49$$

$$169 \cdot 4 = (17x + 7)^2$$

$$13 \cdot 2 = 17x^2 + 7$$

$$26 - 7 = 17x^2$$

$$\sqrt{19} \quad 12$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$17$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$11y^2 = 5a$$

$$\frac{a}{b} + 1$$

$$a+b$$

$$a^2-7ab+b^2$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

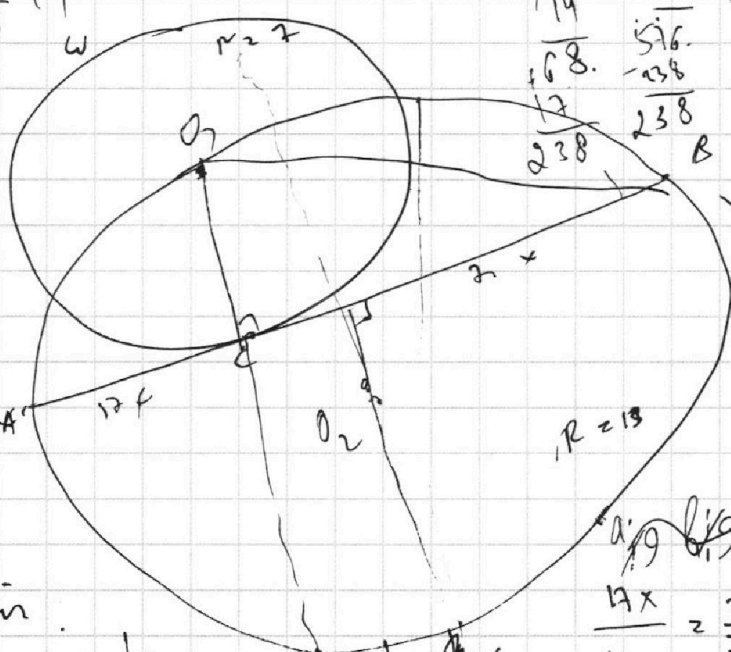
$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$

$$11y^2 = 5a$$



$$9ab : ms$$

$$ms : ab$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

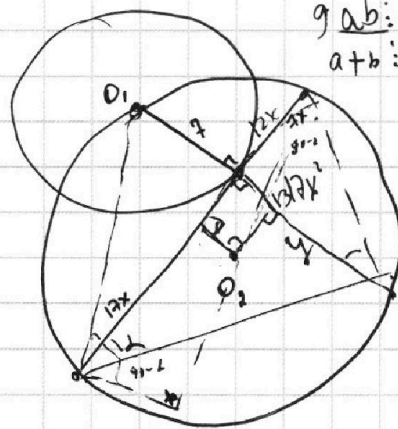
$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$

$$17x^2 + 7$$



$$a+b : ms$$

$$a+b : km$$

$$9ab : 5 = \frac{a+b}{k}$$

$$169 = \left(\frac{17x^2-7}{2}\right)^2 + (17x)^2$$

$$169 \cdot 4 = 289x^4 - 17 \cdot 7 \cdot 2 \cdot x^2 + 49 + 144 \cdot 4x^2$$