



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$a, b, c: ab: 2^{15} 7^{11} \quad bc: 2^{17} 7^{18} \quad ac: 2^{23} 7^{39} \quad \min(abc)$$

Это значит, что мы можем

предположить ab, bc и ac корректно

$$ab = 2^{15} 7^{11} \quad bc = 2^{17} 7^{18} \quad ac = 2^{23} 7^{39}$$

$$(abc)^2 = 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39} \quad \min =$$

$$= 2^{45} \cdot 7^{78} \quad \text{используем}$$

$$abc = \sqrt{2^{45} \cdot 7^{78}} = 7^{39} = (7^{39})^2$$

$$= 7^{39} \sqrt{2^{45} \cdot 7^{78}} \quad \sqrt{2^{45}} = 2^{23}$$

так мы можем минимизировать

m, n и t

выберем $m=n=1$, $t=2$, тогда

$$abc = 7^{39} \sqrt{2^{45} \cdot 2 \cdot 7^{78}} = 7^{39} \cdot \sqrt{2^{46} \cdot 7^{78}} = 7^{39} \cdot 2^{23}$$

при таких m, n и t все условия соблюдены,

а $abc \rightarrow \min$

$$\text{Ответ: } 7^{39} \cdot 2^{23}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 12

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$\max(m)$: сократим дроби

$$(a;b) = 1$$

Если дроби можно сократить на m , то
это значит, что $a+b : m$ и $a^2-7ab+b^2 : m$

Заметим, что $a^2-7ab+b^2 = a^2+1ab+b^2-9ab =$

$$= \underbrace{(a+b)^2}_{:m} - 9ab \Rightarrow \underbrace{(a+b)^2 - 9ab}_{:m} : m \Rightarrow 9ab : m$$

$9ab : m$ пусть $a = \alpha_1 \cdot \dots \cdot \alpha_n$, $ab = \beta_1 \cdot \dots \cdot \beta_m$

но так как a и b взаимно просты \Rightarrow

\Rightarrow пусть $m = 2x$ (чтобы каждая
примитивная a и b)

~~$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$~~

$$\frac{\alpha_1 \cdot \dots \cdot \alpha_n + \beta_1 \cdot \dots \cdot \beta_m}{\alpha_1 \cdot \beta_1}$$

значит, a и b на делится и
найдём делители a и b

значит m не может
быть $m \leq 9$, так $9ab : m$

пусть $m=9$, тогда $a+b : m$ и $9ab : m$
считается, $m=9$

$$a=2 \text{ и } b=7$$

$$(2;7) = 1 \quad 2+7=9; 9$$

Ответ: $m=9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

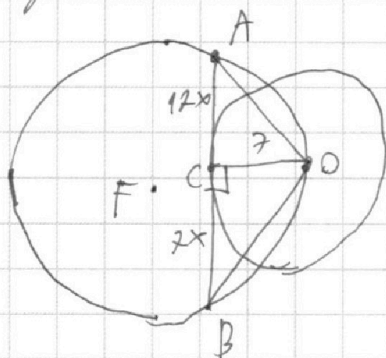
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 13



$$\frac{AB}{\sin \angle AOB} = \frac{AB}{\sin \angle AOB} = 2 \cdot FO \quad (\text{по н. синуса})$$

т.е. ΔAOB вписан в окруж.

$$AB = 24x \quad FO = 13$$

$$\sin \angle AOB = \frac{24x}{26} = \frac{12x}{13}$$

$$S_{\Delta AOB} = 24x \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 12x \cdot 7 = 84x$$

$$\frac{12 \cdot 7}{2}$$

$$S_{\Delta AOB} = AO \cdot OB \cdot \sin \angle AOB \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \sqrt{(17x)^2 + 7^2} \cdot \sqrt{(7x)^2 + 7^2} \cdot 84x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{12x}{13} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\sqrt{((17x)^2 + 7^2)((7x)^2 + 7^2)} \cdot \frac{6x}{13} = 84x$$

$$\sqrt{((17x)^2 + 7^2)((7x)^2 + 7^2)} = \frac{84 \cdot 13}{6} = \frac{42 \cdot 13}{3} = 18 \cdot 13.$$

пусть $x^2 = t, t \geq 0$

$$\sqrt{(17^2 t + 7^2)} \cdot \sqrt{7^2 t + 7^2} = 18 \cdot 13.$$

$$\sqrt{t} \sqrt{17^2 t + 7^2} = \frac{18 \cdot 13}{7} \cdot 7 \sqrt{17^2 t + 7^2} \cdot \sqrt{t+1} = 18 \cdot 13$$

$$\sqrt{t} \sqrt{17^2 t + 7^2} = \frac{18 \cdot 13}{7} \cdot 7 \sqrt{17^2 t + 7^2} \cdot \sqrt{t+1} = 18 \cdot 13$$

$$(17^2 t + 7^2)(t+1) = \frac{18^2 \cdot 13^2}{7^2}$$

$$17t^2 + 17^2 t + 7^2 t + 7^2 = \left(\frac{18 \cdot 13}{7}\right)^2$$

$$17t^2 + t(17^2 + 7^2) + \frac{7^2 - (18 \cdot 13)^2}{7^2} = 0.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t = \frac{\sqrt{(19^2 + 7^2)^2 - 4 \cdot \frac{2^4 - (16 \cdot 13)^2}{7^2}} + 19^2 + 7^2}{34}$$

$$x = \sqrt{t}$$

$$AB = 24x$$

$$\text{ответ: } 24\sqrt{t}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} 20x^2 - x - 4 = 0 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$20x^2 - x - 4 = 0$$
$$\begin{array}{r} \times 20 \\ \hline 4160 \\ 10 \\ \hline 320 \end{array}$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-4) \cdot 20 =$$
$$= 1 + 16 \cdot 20 = 321$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{321}}{40}$$

$$-6x^2 + 3x - 2 \geq 0$$

$$x \in \emptyset$$

$$-6x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot (-2) \cdot (-6) = 9 + 8 \cdot (-6) < 0$$

Корней при $x^2 < 0 \Rightarrow$ ветви ветви
знаками параболы ниже оси x

Элементами этой системы в \mathbb{R} нет

$$\text{Ответ: } x = 1/9$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad \text{Задача №4}$$

ОДЗ:

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad \text{и} \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad \left| \quad 3x^2 - 6x + 2 = 0 \quad D = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 36 - 24 = 12$$
$$\frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$\frac{3-\sqrt{3}}{3}$ $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0 \quad \left| \quad 3x^2 + 3x + 1 = 0 \quad D = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 1 < 0 \Rightarrow \text{нет } x \in \mathbb{R}$$

$x \in \mathbb{R}$

т.к. коэф при x^2 больше 0, но ветви направлены вверх, значит во всем диапазоне x парабола выше оси X , тогда решим неравенство относительно \mathbb{R}

$$x \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{3+\sqrt{3}}{3}, +\infty)$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{3x^2 - 6x + 2}, \quad b = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$a^2 = 3x^2 - 6x + 2 \quad b^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$\text{Заметим, что } a^2 - b^2 = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$1 - 9x$ это левая часть уравнения, тогда

$$a - b = a^2 - b^2 \quad a^2 - a - b^2 + b = 0$$

Решим это уравнение относительно a

$$D = 1 - 4(-b^2 + b) = 9b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$$

$$\begin{cases} a = \frac{1 + (2b - 1)}{2} = b \\ a = \frac{1 - (2b - 1)}{2} = 1 - b \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) $a = b$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 3x + 1 = 3x^2 - 6x + 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$$

2) $a = 1 - b$ $a + b = 1$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = -2 + 3x - 6x^2 \Leftrightarrow$$

$$(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) = 9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2 =$$

$$= 9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2.$$

$$(3x - 6x^2 - 2)^2 = (3x - 6x^2 - 2)(3x - 6x^2 - 2) = 9x - 18x^3 - 6x - 18x^3 +$$

$$+ 36x^4 + 12x^2 - 6x + 12x^2 - 4 = 36x^4 - 36x^3 + 24x^2 - 3x - 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) = 36x^4 - 36x^3 + 24x^2 - 3x - 4 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -36x^2 + 6 = 24x^2 - 3x - 4 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 60x^2 - 3x - 12 = 0 \quad | :3 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 20x^2 - x - 4 = 0 \\ -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

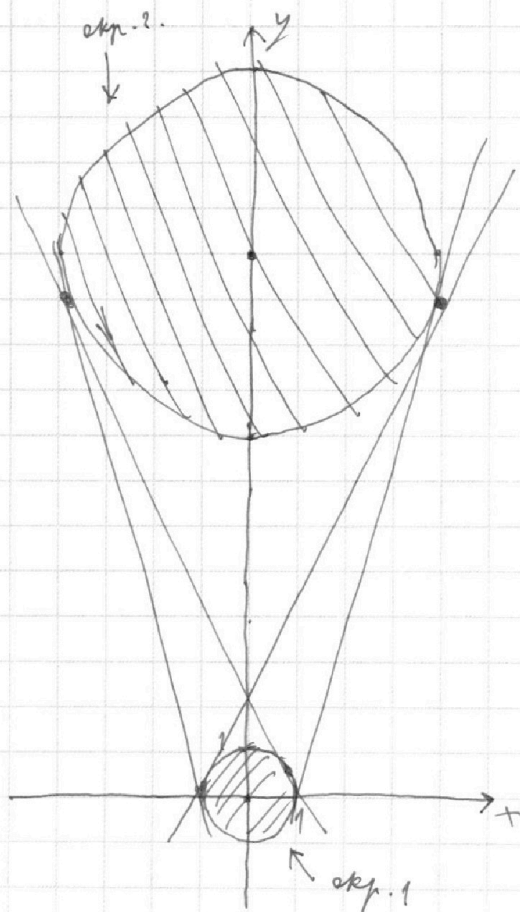


$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \rightarrow y = 8b - ax & \textcircled{1} \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 & \textcircled{2} \end{cases} \quad \text{Задача №6}$$

уравнение $\textcircled{1}$ задаёт прямую на
плоскости
уравнение $\textcircled{2} \Leftrightarrow$ совокупности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 & \text{как окружность, но "маленькую" и покрываемую} \\ x^2 + (y-12)^2 \leq 16 & \text{окр. с центром } (0; 12) \text{ и радиусом } 4 \\ \text{как окр.} & \text{того же центра} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y-12)^2 \geq 16 \end{cases} \rightarrow \text{окр. с центром } (0; 0) \text{ и радиусом } 1$$



$\textcircled{1}$ будет давать 2
касания при касании
одних окружностей
прямая $\textcircled{1}$ касательна окр. 1
при $y \geq 0$ в верхней
половинке окр., а с окр. 2
касается в нижней половине.

$$\begin{cases} \sqrt{1-x^2} = 8b - ax \\ -\sqrt{16-x^2} + 12 = 8b - ax \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = -\sqrt{16-x^2} + 12$$

+ суммарно касание
одних сторон

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{1-x^2} = -\sqrt{16-x^2} + 12.$$

$$1-x^2 + 16-x^2 + 2\sqrt{16-x^2-16x^2+x^4} = 144.$$

$$17-2x^2 + 2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 144.$$

$$2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 127+2x^2.$$

$$4(16-17x^2+x^4) = 127^2 + 4 \cdot 127x^2 + 4x^4$$

$$64 - 68x^2 = 127^2 + 508x^2$$

$$64 - 127^2 = 576x^2 \rightarrow \text{нет решений в } \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{r} \times 127 \\ \times 127 \\ \hline 508 \end{array}$$

2) при каютах "выход" стр. каюты с обеих сторон каюты будут в их объеме неустойчива

$$\begin{cases} -\sqrt{1-x^2} = 8b-ax \\ 11-\sqrt{16-x^2} = 8b-ax \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 12 - \sqrt{16-x^2} = -\sqrt{1-x^2}$$

$$\sqrt{16-x^2} - \sqrt{1-x^2} = 12. \quad 17-2x^2 - 2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 144.$$

$$-2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 127+2x^2 \quad x^2 = t$$

$$4(16-17t+t^2) = 127^2 + 4t^2 + 4 \cdot 127 \cdot t$$

$$64 - 58t + 4t^2 = 127^2 + 4 \cdot 127 \cdot t + 4t^2$$

$$(4 \cdot 127 + 58)t = 64 - 127^2 < 0$$

нет решений в \mathbb{R} так как $t \geq 0$

Ответ: \emptyset

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{1-x^2} = 12 - \sqrt{4^2-x^2}$$

$$\sqrt{1-x^2} + \sqrt{4^2-x^2} = 12$$

$$1-x^2 + 4^2-x^2 + 2\sqrt{(1-x^2)(16-x^2)} = 144$$

$$17-2x^2 + 2\sqrt{16-x^2-16xx^2+x^4} = 144$$

$$2\sqrt{16-17x^2+x^4} = 2x^2 + 127$$

$$4(x^4-17x^2+16) = 4x^4 + 127 \cdot 4 \cdot x^2 + 127^2 -$$

$$-4 \cdot 17x^2 + 64 = 127 \cdot 4 \cdot x^2 + 127^2$$

$$x^2(127 \cdot 4 + 17 \cdot 4) = 127^2 - 64 - 127^2$$

или $x^2 \in \mathbb{R}$

2) ~~$$\begin{cases} -\sqrt{1-x^2} = -ax+6b \\ \sqrt{4^2-x^2} + 12 = -ax+6b \end{cases}$$~~

~~$$\sqrt{4^2-x^2} + 12 = -\sqrt{1-x^2}$$~~

$$\begin{cases} -\sqrt{1-x^2} = -ax+6b \\ 12-\sqrt{16-x^2} = -ax+6b \end{cases}$$

$$12 = \sqrt{4^2-x^2} - \sqrt{1-x^2}$$

$$16-x^2 + 1-x^2 - 2\sqrt{(16-x^2)(1-x^2)} = 144$$

$$17-2x^2 - 2\sqrt{16-16x^2-x^2+x^4} = 144$$

~~$$-2x^2 - 127 = 2\sqrt{16-16x^2-x^2+x^4}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 & \textcircled{1} \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases} \quad \textcircled{1} \quad \begin{cases} (y-12)^2 = 16 - x^2 \\ y \approx 4. \end{cases}$$

$$y = 8b - ax$$

$$12 - y = \sqrt{16 - x^2}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{16 - x^2} - 12$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y-12)^2 \geq 16 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y-12)^2 \leq 4^2 \end{cases}$$

Кривая из систем задан
окружностью, а $\textcircled{1}$ задает
прямую 2 решения
будут, или эта
прямая касается обе
окружности, это возможно
в двух случаях

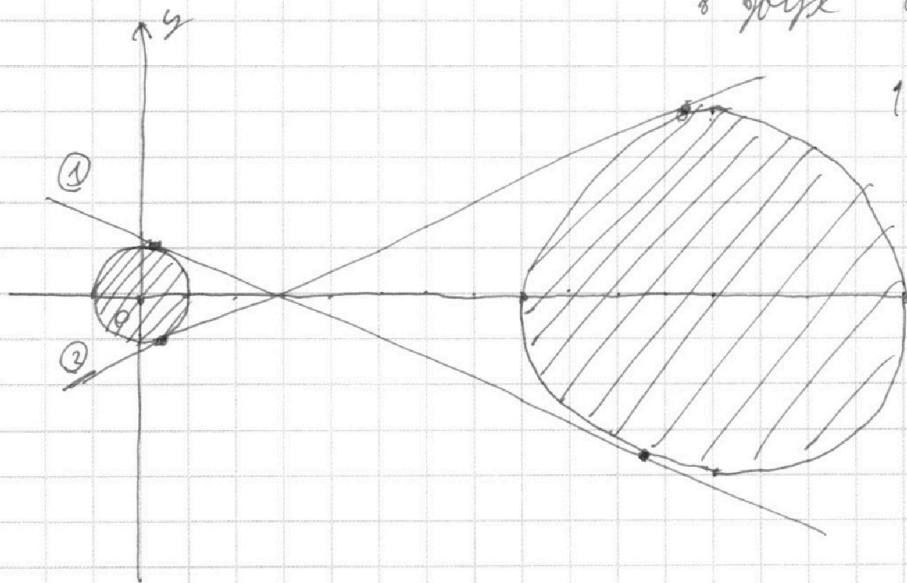
$$12 - \sqrt{16 - x^2} = y$$

$$12 = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{16 - x^2}$$

$$(y-12)^2 = 16 - x^2$$

$$y = y = \sqrt{16 - x^2} + 12$$

$$y = \sqrt{16 - x^2}$$



1) Это касание прямая касается с верхней
окружностью 1-окр и второй касательной 2-окр
тогда

$$y = \sqrt{1 - x^2} \quad \text{и} \quad y = -\sqrt{4^2 - x^2} + 12. \quad \text{Получаем систему}$$

$$\begin{cases} \sqrt{1 - x^2} = 8b - ax \\ -\sqrt{4^2 - x^2} = 8b - ax \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{1 - x^2} = 12 - \sqrt{4^2 - x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} \quad (a;b)=1 \quad a-b \quad ab:m^2 \quad m=\alpha \cdot \beta$$

$$(a+b)^2 - 9ab = a^2 + 2ab + b^2 - 9ab = a^2 - 7ab + b^2$$

$$a+b = mn \quad ab:m^2 \quad a;b|m$$

$$a^2 + b^2 - 7ab = (a^2 + b^2 + 2ab) - 9ab = (a+b)^2 - 9ab$$

$$a^2 - 7ab + b^2 : m^2 \quad ab:m^2 \quad a \neq b$$

$$a+b:m$$

$$m \geq 3 \quad m=4 \quad a=4 \quad b=5$$

$$m=3 \quad a+b \neq 9 \quad m=12$$

$$a+b:3 \quad \begin{cases} a+b:m \Rightarrow (a;b)=1 \\ ab:m^2 \end{cases} \quad m=3 \quad \begin{cases} b+a=mn \\ ab=m^2k \end{cases}$$

$$a=7 \quad b=2 \quad m=3 \quad \begin{cases} a+b:6 \\ ab:6 \end{cases}$$

$$(a+b; a^2-7ab+b^2) = m$$

$$(a+b; a^2-a-b-7ab+b^2) = m$$

$$ab:m^2 \quad a^2-a-7ab+b^2-b$$

$$a \cdot b : m \cdot m$$

$$a = m^2, \text{ но } m \nmid a \text{ и } m \nmid b$$

$$m \leq a$$

$$m \leq b$$

$$a^2 - 7ab + b^2 = (a+b)P(x)$$

$$\begin{array}{r|l} a^2 - 7ab + b^2 & a+b \\ a^2 + ab & a-8b \\ \hline -6ab & \\ -6ab - 6b^2 & \\ \hline 6b^2 & \end{array}$$

$$(a+b) \quad a+b$$

$$(a+b)(a-8b) + 9b^2$$

$$a+b:3 \quad 9b^2: a+b$$

$$m \leq 9 \quad m \leq 3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a + b : m$$

$$a^2 - 7ab + b^2 : m^2$$

21; 2

$$\frac{a}{m} \quad \frac{b}{m}$$
~~$$\frac{a}{m} \quad \frac{b}{m}$$~~

$$(a-b)^2 - 9ab : m^2$$

$$a + b : m$$

~~$$9ab : m^2$$~~

$$9ab : m^2$$

$$m = 3$$

$$a = \alpha_1 \cdot \beta_1$$

$$b = \alpha_1 \cdot \beta_2$$

$$\alpha_1 \cdot \beta_2$$

$$(a:b) = 1$$

$$m = abk \quad k = 1$$

$$a + b : 9$$

$$(a:b) = 1$$

$$m = ab$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \quad X$$

$$7 : 2$$

$$a = \alpha_1 \dots$$

$$b = \beta_1 \dots$$

$$a = \alpha_1 \dots \alpha_n$$

$$b = \beta_1 \dots \beta_n$$

$$m = \alpha_n \cdot \beta_n$$

$$\frac{\alpha_1 \dots \alpha_n}{\beta_n}$$

$$\beta_n$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$a + b - 2\sqrt{ab} = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\sqrt{a} - a = \sqrt{b} - b$$

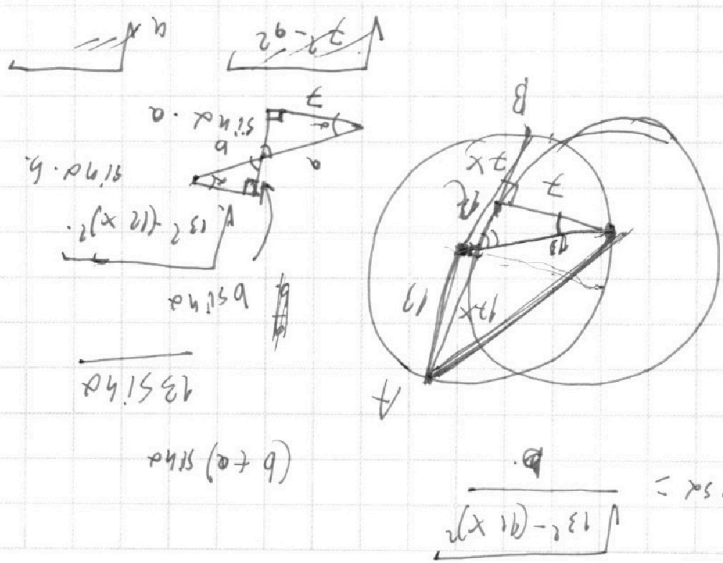
$$f(x) = \sqrt{x} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$$

$$\left(x^{-\frac{1}{2}}\right)' = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$$

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

$ab: 2^{15} 7^{11}$
 $bc: 2^{17} 7^{16}$
 $ac: 2^{23} 7^{20}$
 $(abc)^2: 2^{15+17+23} 7^{11+16+20}$

$ab = 2^{15} 7^{11} m$
 $bc = 2^{17} 7^{16} m$
 $ac = 2^{23} 7^{20} t$
 $\frac{b}{a} = \frac{ac}{bc} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{m}{t}$
 $\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^7 \frac{m}{h}$
 $a = \frac{ch}{2^2 \cdot 7^2 m}$
 $\frac{ch}{2^2 \cdot 7^2 m} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{m}{t} b$



$$\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{b^2 - (a-x)^2}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$b \frac{c}{a} = 2^6 \cdot 7^{28}$$

$$\frac{a}{b}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot n$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot m$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot k$$

min(ab, c)

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot n$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot m$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot k$$

$$\frac{c}{a} = 2^8 \cdot 7^{28} \cdot \frac{m^2}{nt}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \cdot \frac{m}{t}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11}$$

$$a = 2^6 \cdot 7^{11} \cdot b$$

$$b^2 \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot n$$

$$b^2 = 2^9 \cdot n$$

$$\frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m^2}{nt}$$

$$\frac{c}{b} = \cancel{2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m^2}{nt}} = \cancel{2^6 \cdot 7^{18}} \cdot \frac{m^2}{nt}$$

$$t^2 = m^2 \quad \underline{t=m}$$

K

$$\frac{c}{a} = 2^8 \cdot 7^{28} \cdot \frac{m}{n}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11}$$

$$c = 2^8 \cdot 7^{28} \cdot \frac{m}{n} \cdot a = 2^8 \cdot 7^{18} \cdot \frac{ma}{n}$$

$$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m}{n}$$

$$\underline{c = ab}$$

$$abc = \underline{c^2} = (2^{23} \cdot 7^{39})^2$$

$$c : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 2^6 \cdot 7^{11} \text{ м} \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{16} \text{ м} \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \text{ т}$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^6 \frac{\text{м}}{\text{н}} \quad \frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{18} \frac{\text{т}}{\text{н}}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{\text{т}}{\text{м}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{b}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 2^{29} \frac{\text{т}^2}{\text{мн}} = 2^{23} \cdot 2^{39} \text{ т}$$

$$\frac{\text{т}^2}{\text{мн}} = 2^9 \cdot 7^{10} \frac{\text{т}}{\text{н}}$$

$$\frac{\text{т}}{\text{мн}} = 2^9 \cdot 7^{10}$$

$$\text{т} = 2^9 \cdot 7^{10} \text{ мн}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \cdot \frac{2^9 \cdot 7^{10} \text{ мн}}{\text{н}} = 2^{15} \cdot 7^{21} \text{ н}$$

$$\frac{ac}{bc} = 2^8 \cdot 7^{11} \frac{\text{т}}{\text{м}} = 2^{15} \cdot 7^{21} \text{ м}$$

$$\frac{\text{т}}{\text{м}} = 2^7 \cdot 7^{10} \text{ н}$$

$$\frac{\text{т}^2}{\text{н}^2} = \frac{2^{18} \cdot 7^{20}}{1}$$

$$\frac{ab \cdot c}{c \cdot bc} = 2^{16} \cdot 7^{38} = 2^{15} \cdot 7^{21} \frac{\text{т}^2}{\text{н}^2}$$

$$\frac{\text{т}}{\text{н}} = 2^8 \cdot 7^{11} \text{ т}$$

$$\frac{\text{н}}{\text{м}} = 2^9 \cdot 7^{10} \text{ н}$$

$$\frac{\text{н}}{\text{т}} = 2^8 \cdot 7^{11} \text{ т}$$

$$\left. \begin{aligned} ab \cdot c &= 2^6 \cdot 7^{11} \text{ т} \\ bc &= 2^{17} \cdot 7^{16} \text{ м} \\ ab &= 2^{15} \cdot 7^{21} \text{ н} \end{aligned} \right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^{15} \cdot 7^{11} \quad bc: 2^{17} \cdot 7^{18} \quad ac: 2^{23} \cdot 7^{29} \quad \min(abc)$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot h \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot m \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{29} \cdot t$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^7 \cdot \frac{m}{h} \quad \frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \cdot \frac{m}{t}$$

$$\frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{18} \cdot \frac{t}{h} \quad \frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m^2}{ht}$$

$$\frac{t}{h} = \frac{m^2}{ht} \quad t = m \quad \frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11}$$

$$\frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{18} \cdot \frac{m}{h}$$

$$\frac{c^2}{ab} = 2^{10} \cdot 7^{35} \cdot \frac{m^2}{h^2}$$

$$\frac{m}{h} = \frac{c}{b} \cdot \frac{1}{2^6 \cdot 7^{11}}$$

$$\left(\frac{m}{h}\right)^2 = \frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{1}{2^{12} \cdot 7^{22}}$$

$$\frac{c^2}{ab} = 2^{10} \cdot 7^{35} \cdot \frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{1}{2^{12} \cdot 7^{22}}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{4}{t} = \frac{a}{b} = \frac{4}{t} \quad b = a$$

$$4 = 11$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad h = m$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad 2^2 \cdot 7^2 = \frac{4}{m} \cdot t \cdot 2^2 \cdot 7^2$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad \frac{4}{t} = \frac{4m}{m \cdot t}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad 2 = \frac{4}{m}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad 1 = \frac{a}{b \cdot t \cdot 2^6 \cdot 7^{11}}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad \frac{4}{b} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{t}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b} \quad \frac{4}{t} \cdot 2^6 \cdot 7^{11} = \frac{a}{b}$$

$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot a$
 $bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot b$
 $ac = 2^{23} \cdot 7^{29} \cdot c$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$a+b : m$$

$$a^2+2ab+b^2 - 9ab$$

$$\frac{a \cdot b}{a^2 + \dots}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

$$m \mid m(m) : a+b : m \text{ и } a^2 - 7ab + b^2 : m$$

$$a+b : m \Rightarrow 9ab : m$$

$$a^2 - 7ab + b^2 = 0$$

$$(a; b) = 1$$

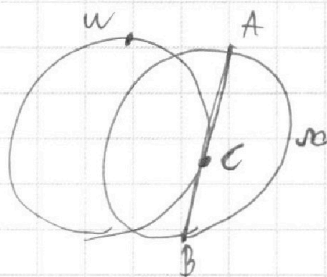
$$D = 49b^2 - 4b^2 = 45b^2$$

$$m \mid 9$$

$$2b \pm 3b\sqrt{5}$$

$$a+b = mn$$

$$\frac{mh}{(mh)^2 + mk} = \frac{h}{mn^2 + k}$$



$$\frac{AC}{CB} = \frac{12}{7}$$

$$AB = ?$$

$$a+b = mn$$

$$9ab = hk$$

$$b = \frac{nk}{9b}$$

$$\frac{hk}{9b} + b = mn$$

$$(a; b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$a+b = mn$$

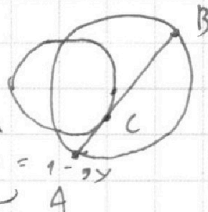
$$a^2 - 7ab + b^2 = mk$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 9ab$$

$$(a+b)^2 - 9ab : m^2$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$



$$a^2 - a - b^2 + b = 0$$

$$D = 1 - 4(-b^2 + b) =$$

$$= 4b^2 - 4b + 1 = (2b-1)^2$$

$$\frac{1 \pm (2b-1)}{2} = a$$

$$9ab : m^2$$

$$a+b : m$$

$$9ab = m^2 n$$

$$a+b = mk$$

$$9ab = m^2 n$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = m^2 k^2$$

$$a^2 - b^2 = 1 - 9x$$

$$a-b = a^2 - b^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_a \quad \underbrace{\hspace{15em}}_b$

$$a^2 = 3x^2 - 6x + 2 \quad 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$$b^2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a^2 - a = b^2 + b = 0$$

$$D = 1 - 4(b - b^2) = 4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$$

$$\frac{1 \pm (2b - 1)}{2} = \begin{cases} b \\ 1 - b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b \\ 1 - b = a \end{cases} \quad \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1$$

$$5x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 1$$

$$2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} = 3x - 5x^2 - 2$$

$$2\sqrt{(9x^4 - 18x^3 + 6x^2 + 9x^3 - 18x^2 + 6x + 3x^2 - 6x + 2)} = 4x - 12x$$

$$4(9x^4 - 6x^3 - 9x^2 + 2) = (-6x^2 + 3x - 2)(-6x^2 + 3x - 2)$$

$$36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^3 + 9x - 6x + 12x^2 - 6x + 4$$

$$~~36x^4~~ - 36x^3 + 24x^2 - 3x + 4 =$$

$$= ~~36x^4~~ - 24x^3 - 36x^2 + 8 \quad -12 \cdot 8 - 60 \cdot 4 + 6 + 4$$

$\frac{10}{10}$

$$12x^3 - 60x^2 - 3x + 4 = 0.$$

$$12 \cdot 8 - 60 \cdot 4 - 6 + 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2+3x+1} + \sqrt{3x^2-6x+2} = 1$$

$$3x^2+3x+1 + 3x^2-6x+2 + 2\sqrt{(3x^2+3x+1)(3x^2-6x+2)} = 1$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{9x^4 - 18x^3 + 6x^2 + 9x^3 - 18x^2 + 6x + 3x^2 - 6x + 2} = 1$$

$$2\sqrt{9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2} = 3x - 2 - 6x^2$$

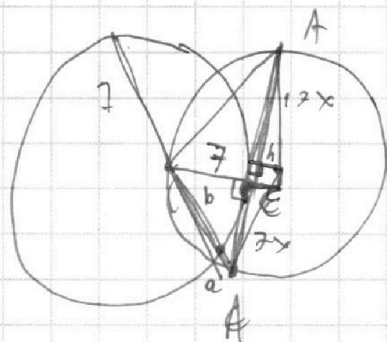
$$(-6x^2+3x-2)(-6x^2+3x-2) = 36x^4 - 18x^3 + 12x^2 - 18x^3 + 9x - 6x + 12x^2 - 6x + 4$$

$$36x^4 - 36x^3 + 24x^2 - 12x + 4 = 36x^4 - 36x^3 - 36x^2 + 8$$

$$60x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$15x^2 - 3x - 1 = 0$$

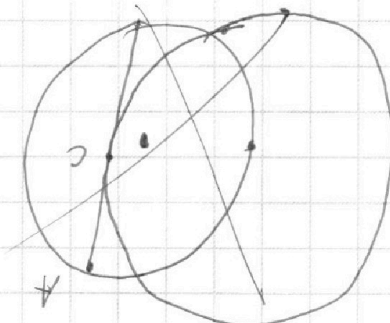
$$\sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1}$$



$$\sqrt{(7x)^2+7} = a+b \quad a^2-4(\cdot)$$

$$(7x)^2 = a(a+b+7), \quad a^2+2b+1b.$$

$$b^2+ab-7a-7=0$$



$$\sqrt{a^2+ab+7a+7} = a+b$$

$$a^2+ab+7a+7 = a^2+2ab+b^2$$

$$b^2+ab-7a-7=0$$

$$a^2+18a+4 \cdot 7$$

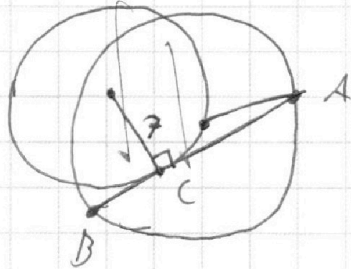
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

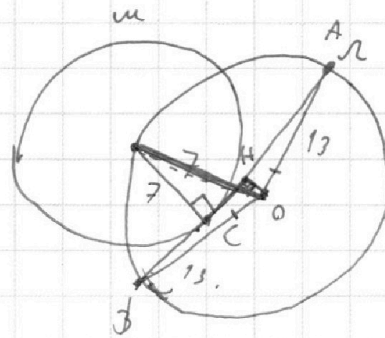


$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

AB - ?

$$AC = 12x$$

$$CB = 2x$$



$$a + b = \sqrt{(7x)^2 + 7^2}$$

$$(7x)^2 = (a + b + 7) \cdot a$$

$$OH = \sqrt{13^2 - (2x)^2} = 6$$

$$OH = 13$$

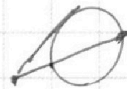
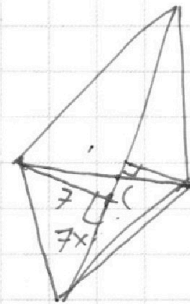
$$OH = 6$$

$$13^2 - (2x)^2 = 36$$

12x

$$169 - 4x^2 = 36$$

$$127 = 4x^2$$



$$\sqrt{(7x)^2 + 7^2} = a + b$$

$$ba = (7x)^2$$

$$(b + 7) \begin{cases} (a + b + 7) \cdot a = (7x)^2 & a^2 + ab + 7a = (7x)^2 \\ \sqrt{(7x)^2 + 7^2} = a + b & b^2 - b^2 - b^2 \end{cases}$$

$$(7x)^2 + 7^2 = a^2 + b^2 + 7ab$$

$$b^2 + ab - 7a - 7^2 = 0$$

$$a^2 + 7ab + 7a + 7^2 = a^2 + b^2 + 7ab$$

$$a^2 + 28a + 4 \cdot 7^2$$

$$7a + 7^2 + b^2 + 7ab$$

$$= a^2 + 2 \cdot 14a + (14)^2$$

$$-a + 7^2 = b$$

$$= (a + 14)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 16 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 1$$

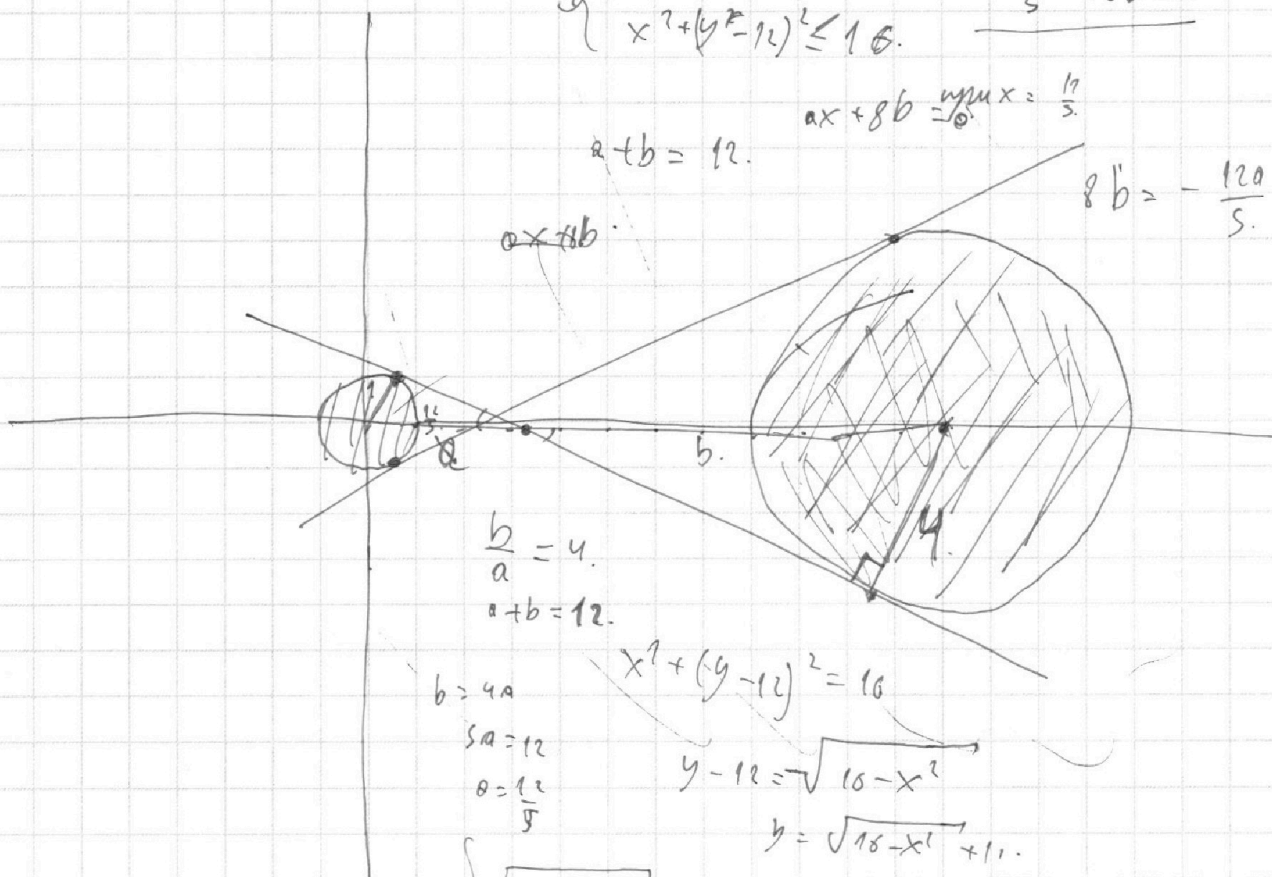
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 16 \end{cases} \quad \frac{12a}{5} + 8b = 0$$

$$ax + 8b = \frac{12}{5}x = \frac{12}{5}$$

$$a + b = 12$$

$$8b = -\frac{12a}{5}$$

$$ax + 8b$$



$$\frac{b}{a} = 4$$

$$a + b = 12$$

$$\begin{aligned} b &= 4a \\ 5a &= 12 \\ a &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$

$$x^2 + (y - 12)^2 = 16$$

$$y - 12 = \sqrt{16 - x^2}$$

$$y = \sqrt{16 - x^2} + 12$$

$$\begin{cases} \sqrt{1 - x^2} = ax - 8b \\ -\sqrt{16 - x^2} + 12 = ax - 8b \end{cases} \quad \begin{aligned} 1 - x^2 &= (ax)^2 + (8b)^2 - 16ab \\ (a^2 + 1)x^2 + (8b)^2 - 16ab &= 1 \end{aligned}$$

$$y = ax - 8b$$

$$12 + 8b - ax = \sqrt{16 - x^2}$$

$$12 - \frac{12a}{5} - ax = \sqrt{16 - x^2}$$

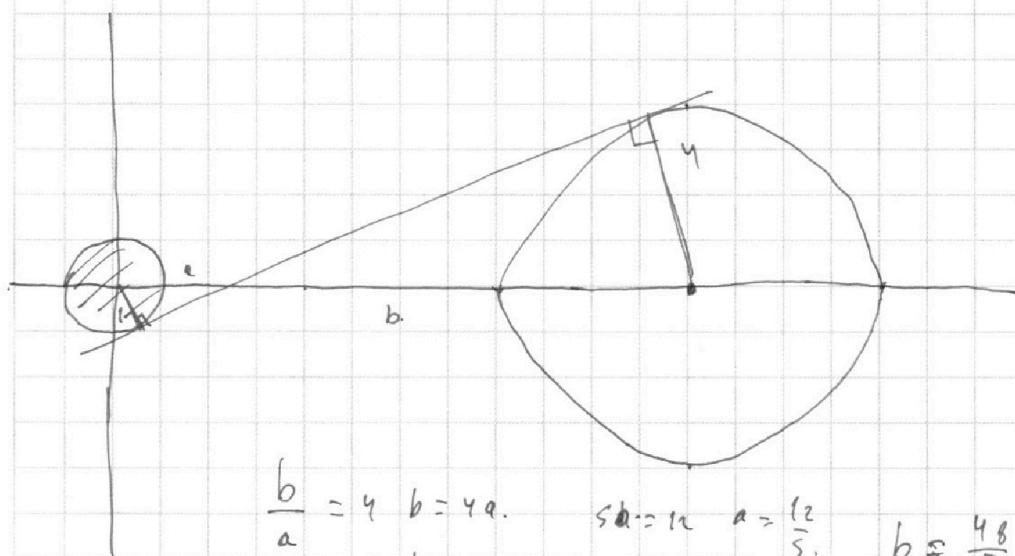
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{b}{a} = 4 \quad b = 4a. \quad \text{сд} = 12 \quad a = \frac{12}{5} \quad b = \frac{48}{5}$$

$$a + b = 12$$

$$x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + y^2 \geq 1$$

$$ax + by \text{ макс } = \frac{12}{5} = 0$$

$$x^2 + (y-11)^2 \geq 16$$

$$x^2 + (y-11)^2 \leq 42$$

$$\frac{12a}{5} + 8b = a$$

$$\frac{12a}{5} = -8b$$

$$a = \frac{-40b}{12} = -\frac{20b}{6} = -\frac{10b}{3}$$

$$-\sqrt{1-x^2} = -\frac{20bx}{3} + 8b$$

$$\sqrt{4^2-x^2} + 12 = -\frac{10bx}{3} + 8b$$

$$ax + 8b = \sqrt{1-x^2}$$

$$ax + 8b = \sqrt{16-x^2} + 12$$

$$\sqrt{4^2-x^2} + 12 = \sqrt{1-x^2}$$

$$\sqrt{16-x^2} + 12 = \sqrt{1-x^2}$$

$$y-12 = \sqrt{16-x^2}$$

$$12 = \sqrt{1-x^2} - \sqrt{16-x^2}$$

$$\frac{-124}{127}$$

$$12^2 = 1-x^2 + 16-x^2 - 2\sqrt{16-17x^2+x^4}$$

$$12^2 - 17 + 2x^2 = -2\sqrt{16-17x^2+x^4}$$

$$127 + 2x^2 = -2\sqrt{16-17x^2+x^4}$$

~~4x^4~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot n \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{16} \cdot m \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{29} \cdot t \quad \text{min}(abc)$$
$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^8 \frac{m}{n} \quad \frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{28} \frac{t}{n} \quad \frac{b}{a} = 2^2 \cdot 7^{21} \frac{t}{n}$$

$$\frac{c^2 b}{a^2 b} = 2^{16} \cdot 7^{47} \frac{m^2 t}{n^2 m}$$
$$\frac{c}{a} = \frac{t}{n} \cdot 2^6$$
$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{t}{m}$$
$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{t^2}{m^2} \quad \frac{a}{b} = \frac{t}{m}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot n \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{16} \cdot m \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{29} \cdot t$$
$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^8 \frac{m}{n} \quad \frac{a}{b} = 2^6 \cdot 7^{11} \frac{t}{m} \quad \frac{c}{b} = 2^8 \cdot 7^{28} \frac{t}{n}$$

$$\frac{c^2}{a^2} = 2^4 \cdot 7^{24}$$
$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^{12} \quad \frac{m}{n} = 7^4$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^{12}$$

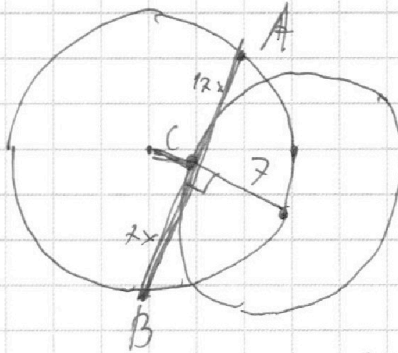
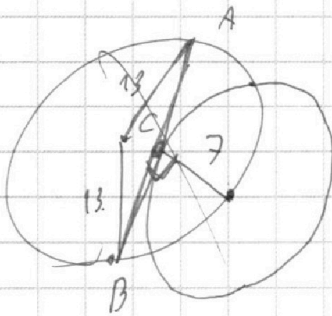
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

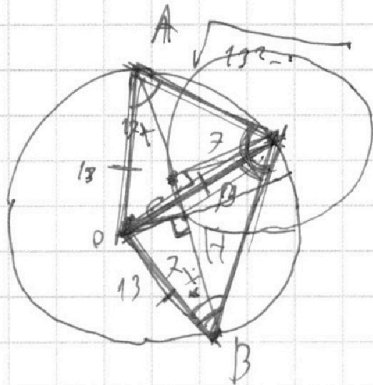


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



B.

$$\frac{24x}{\sin B} = 26.$$



$$\sqrt{13^2 - (7x)^2}$$

$$\frac{7 \cdot 24x}{2} =$$

$$= \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{\dots} \cdot \frac{\sin B}{2}$$

$$\frac{OH \cdot 24x + 7 \cdot 24x}{2} = S.$$

$$S = 12x$$

$$OH = \sin \alpha \cdot 13.$$

$$\frac{24x}{\sin B} = 26.$$

$$\sin B = \frac{24x}{26} = \frac{12x}{13}.$$

$$\sqrt{7 + (17x)^2} \cdot \sqrt{7 + (7x)^2} \cdot \frac{12x}{13} \cdot \frac{1}{2} = 7 \cdot 24x$$

$$\sqrt{(7 + (17x)^2)(7 + (7x)^2)} = \frac{7 \cdot 24 \cdot 2 \cdot 13}{46} = 26 \cdot 13.$$

$$49 + 7^2 x^2 + 7 \cdot 17^2 x^2 + (17 \cdot 7)^2 x^4 = (26 \cdot 13)^2.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot n \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot m \quad ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot t$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot 7^{\frac{m}{n}}$$

$$\frac{a}{b} = 2^{-2} \cdot 7^{\frac{t}{m}}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{2^6} \cdot \frac{1}{7^{18}} \cdot \frac{n}{t}$$

$$\frac{a}{b}$$

$$7^{\frac{18 \cdot 39 + 11}{50}}$$

~~$$\frac{abc}{ab} = 2^{15+17-23} \cdot 7^{11-18} \cdot \frac{m \cdot t \cdot n}{m \cdot t \cdot n}$$~~

$$(abc)^2 = 2^{45} \cdot 7^{78} \cdot m \cdot n \cdot t$$

$$abc = \sqrt{2^{45} \cdot 7^{78} \cdot m \cdot n \cdot t} = \sqrt{7^{78}} \cdot \sqrt{2^{45} \cdot m \cdot n \cdot t}$$

мыслим $m, n, t = 1, 1, 1$ $m, n = 1, t = 1$

$$abc = 7^{39} \cdot 2^{23}$$