



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) если у  $a, b$  и  $c$  есть **общий делитель**  $q \neq 1$  то для  $\frac{a}{q} < a$  также справедливы  
( $\exists a, \text{НОД}$ )

и утверждения (по ОТА). Тогда можно считать, что кроме 2 и 7 прост. дел. у  
 $a, b$  и  $c$  нет.

2) пусть степени вхождения двоек:  $d_a, d_b, d_c \in \mathbb{N}$  для  $a, b, c$  соотв.  
семерки -  $s_a, s_b, s_c$

$$\begin{cases} d_a + d_b \geq 14 \\ d_b + d_c \geq 17 \\ d_a + d_c \geq 20 \end{cases} \Rightarrow d_a + d_b + d_c \geq \frac{14 + 17 + 20}{2} = 25,5 \Leftrightarrow d_a + d_b + d_c \geq 26$$

пример для  $d_a + d_b + d_c = 26$ :

$$\begin{cases} d_a = 9 \\ d_b = 6 \\ d_c = 11 \end{cases}$$

3)  $s_a + s_b + s_c \geq s_a + s_c = 37$

пример для  $s_a + s_b + s_c = 37$ :

$$\begin{cases} s_a = 20 \\ s_c = 17 \\ s_b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_a + s_b \geq 10 \\ s_b + s_c \geq 17 \\ s_a + s_c \geq 37 \end{cases}$$

таким образом,  $\min abc = 2^{d_a + d_b + d_c} \cdot 7^{s_a + s_b + s_c} = 2^{26} \cdot 7^{37}$

где  $a = 2^9 \cdot 7^{20}$

$b = 2^6 \cdot 7^{17}$

$c = 2^{11} \cdot 7^{17}$

Ответ:  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab} \xrightarrow[\text{несокр.}]{\text{сокращ. на } a+b} \frac{(a+b)^2-8ab}{a+b} \xrightarrow[\text{несокр.}]{\text{сокращ. на } a+b} (a+b) - \frac{8ab}{a+b}$$

$$\Rightarrow a+b - \frac{8ab}{a+b} \quad \Rightarrow \frac{8ab}{a+b} \quad \begin{matrix} \text{сокращ. на } a+b \\ \text{несокр.} \end{matrix}$$

↑  
несокр. \*

$$* \cdot \left. \begin{matrix} (a+b):m \\ 8ab:m \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2:m \\ 8ab:m \end{cases} \Rightarrow (a+b)^2-8ab:m$$

т.е.  $\begin{cases} (a, a+b) > 1 & \text{I} \\ (b, a+b) > 1 & \text{II} \\ (8, a+b) > 1 & \text{III} \end{cases}$

~~или~~  $\text{I, II}$  невозм. т.к. в ~~этих~~ случаях  $(a, b) > 1$ , не по м. Шко

$$\left\{ \begin{matrix} (8, a+b) > 1 \\ (a, a+b) = 1 \\ (b, a+b) = 1 \end{matrix} \right. \quad \left. \begin{matrix} m = (8, a+b) > 1 \\ \text{т.е. } m \leq 8. \end{matrix} \right.$$

Пример для  $m=8$ :  $a=7, b=1$

$$\frac{\overbrace{7+1}^{=8}}{49 - \underbrace{6 \cdot 7 + 1}_{=42}} = \frac{8}{8} = 1 \text{ (сокращ. на } 8)$$

Ответ:  $m=8$

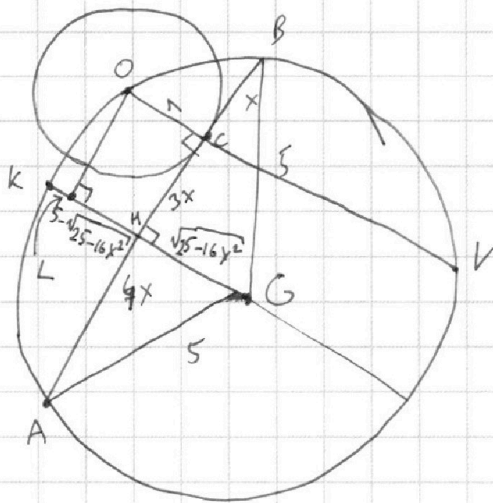
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$KL = CK - OC = 5 - \sqrt{25 - 16x^2} - 1$$

$$OV = \underbrace{2R}_{10} - 2 \cdot KL = 10 - 8 + 2\sqrt{25 - 16x^2} = 2 + 2\sqrt{25 - 16x^2}$$

$$\underbrace{OC}_{1} \cdot \underbrace{CV}_{OV - OC} = AC \cdot CB = 7x^2$$

$$7x^2 = 1 + 2\sqrt{25 - 16x^2}; \quad (t = x^2)$$

$$(7t - 1)^2 = 4 \cdot (25 - 16t) \Leftrightarrow 49t^2 - 14t + 1 = 100 - 64t \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 49t^2 + 50t - 99 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{99}{49} \end{cases} (t \geq 0) \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad (\text{т.к. } x \geq 0)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \Leftrightarrow \sqrt{t+q} - \sqrt{t} = q \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2t + q - \sqrt{t(t+q)} = q^2 \quad q = q \cdot (\sqrt{t+q} + \sqrt{t}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q=0 \\ \sqrt{t+q} + \sqrt{t} = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} q=0 \\ t=0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow q=0 \Leftrightarrow 7x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{7}$$

/  $t \geq 0$ , тогда и  $q \geq 0$ , т.е. ~~не может~~  $\sqrt{t+q} + \sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t+q} = -\sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow t=q=0$  /

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$



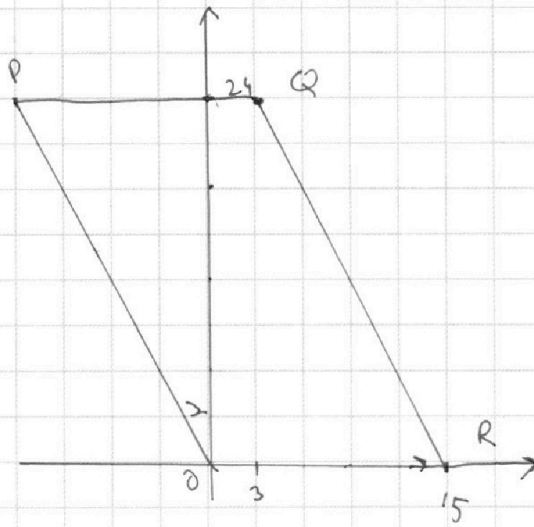
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



таких точек довольно много.

~~таких~~

$\lambda x_2, y_2$  имеют вид

$x_1 + a, y_1 + b$ , где  $a, b \in \mathbb{Z}$

$$2a + b = 12.$$

$$|a| \leq 27$$

$$|b| \leq 24.$$

$\forall (x_0, y_0); x \exists y$

такая точка  $(x, y)$  такая, что

$$\exists a, b: x = x_0 + a$$

$$y = y_0 + b$$

$$2a + b = 12, a, b \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

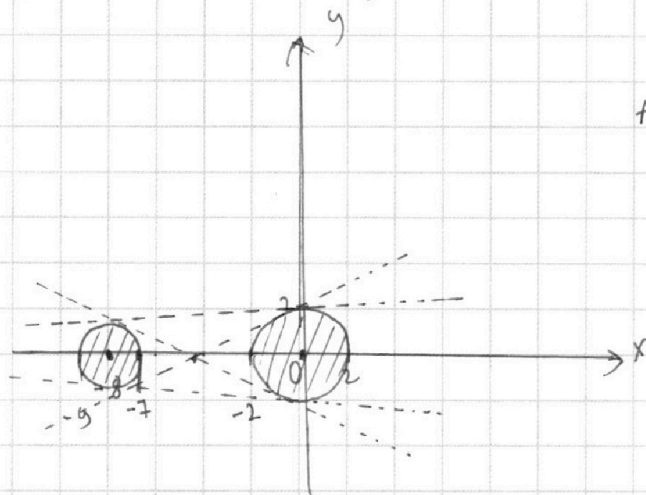
1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) 
$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & \text{— прямая} \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & \text{— 2 непересекающиеся окружности} \end{cases}$$



если обведем  $x \in 1$  кругу, то  
найдем такую точку  $(x_0, y_0)$ :

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2},$$

которая не будет принадлежать ни одной из окружностей, т.е. является 3-м решением.

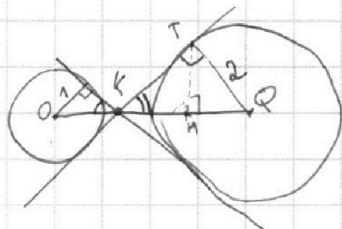
тогда точка пересечения прямой и 1-го круга и 2-го.

т.е. прямая — общая касательная.

тогда есть 4 такие прямые, т.е. ~~3~~ ровно 4.

$$a = tg \alpha \quad (\alpha \text{ — угол наклона прямой})$$

2)



$$\frac{OK}{KQ} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$

$$OQ = 8, \text{ тогда } OK = \frac{8}{3}, KQ = \frac{16}{3}$$

$$\text{т.е. } KT = \sqrt{2^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2}, \text{ тогда } TH \text{ тогда можно}$$

найти  $TH$  и  $KH$ , т.е. ~~и~~ найти точку касания  $T$ .

тогда образ

$$|a| = \frac{TH}{KH} = \frac{TQ}{KT} = \frac{2}{\sqrt{4 + \frac{256}{9}}}, \quad a = \pm \frac{2}{\sqrt{\frac{36 + 256}{9}}} = \pm \frac{6}{\sqrt{292}}$$

остальные 2 знака  $a$  найдем аналогично

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

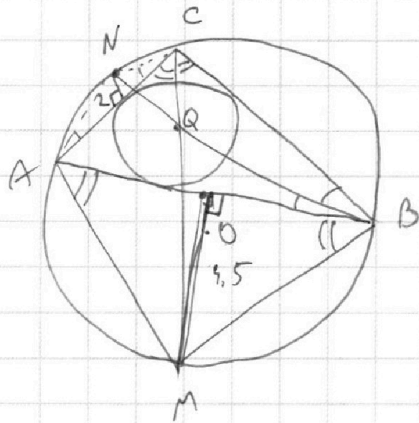
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AQ = ?$

$MC$  — диаметр, т.е.  $MC \perp AB$  и  $MC \perp AN$ .

аналогично  $BN$

$MC \perp AB$  и  $MC \perp AN$ , т.е.

$MC \perp$  плоскости  $ANB$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



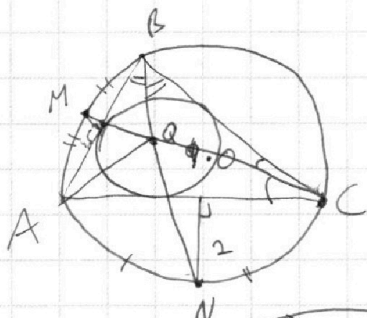
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



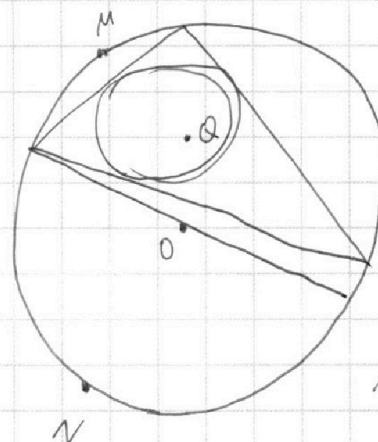
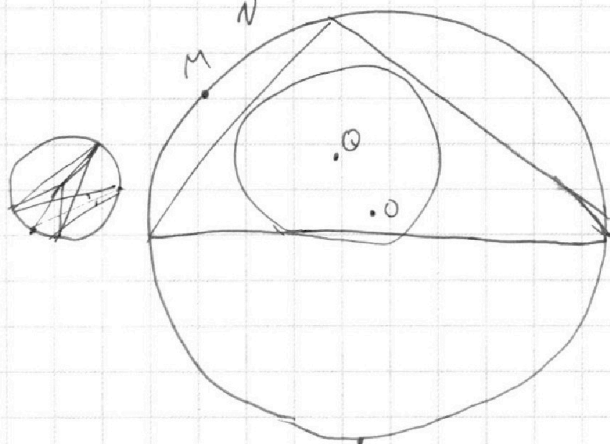
черновик

6. ax-y нол

AQ=?

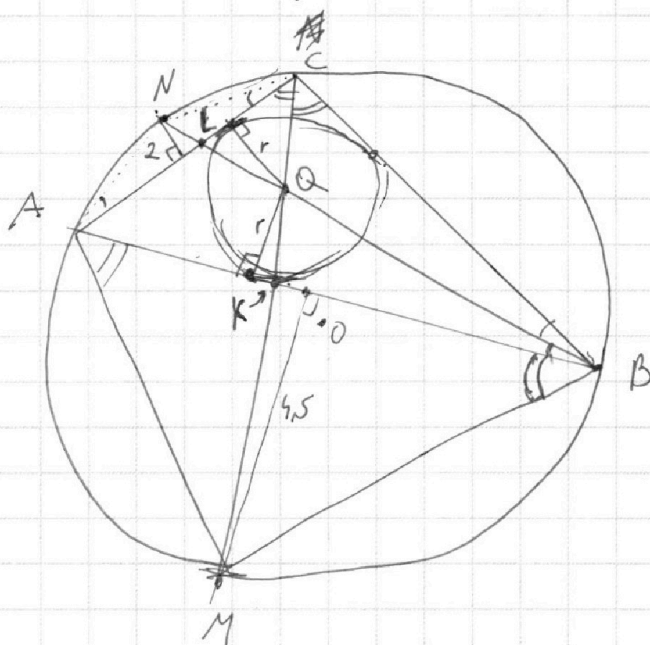


MC - диаметр, значит содержит Q.  
(необяз. соед. O)



AQ=?

$$\frac{2r}{LQ} = \frac{2}{r} = \frac{LN}{LQ}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

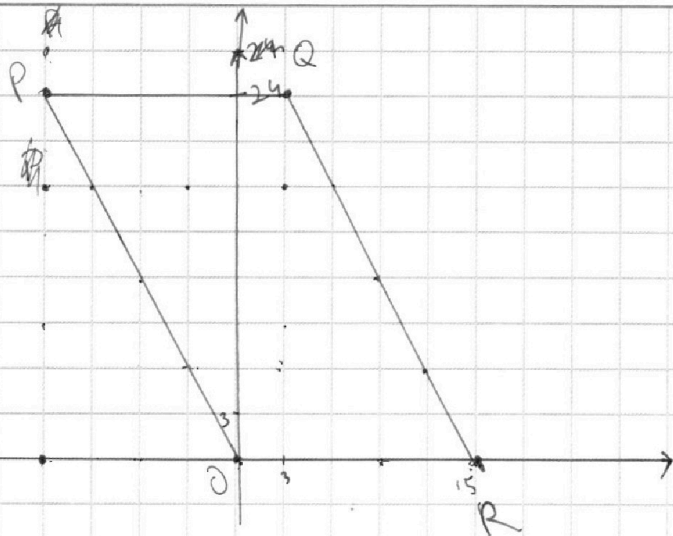
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$x_0, y_0$  12, 39 - ✓

$x_0 + a, y_0 + b$

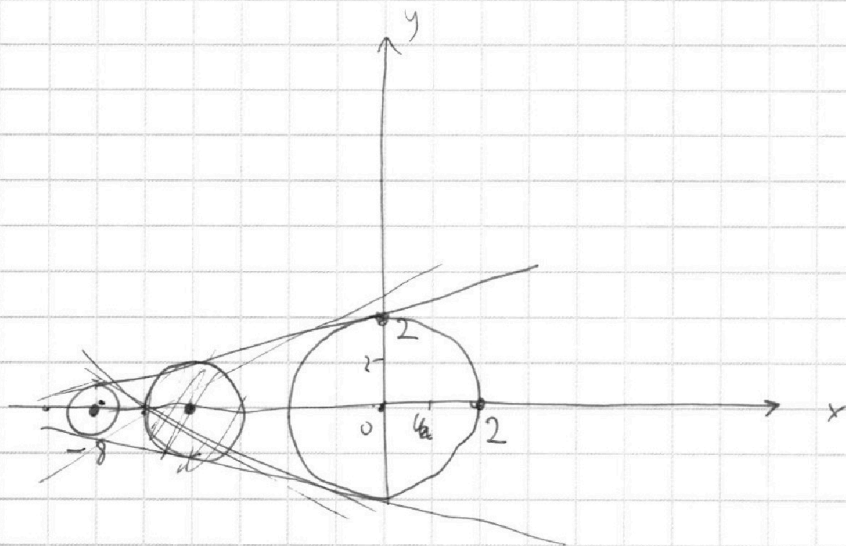
$|a| \leq 27$

$|b| \leq 24$

$2a + b = 12$

$x_0, y_0$

$x_1 \rightarrow a \rightarrow b$



A - прямая  
B - бы три одного  
по структуре 2-х  
кругов.  
если 2 точки  
прям. 1 кругу,  
то

A - прямая  
B - 2 круга  
(не пересекающиеся)

если 2 ~~точки~~ прям-я  $\in$  1 кругу, то найдется такая точка,

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

кот, как те лежит в кругу и  $\in$  той же прямой

тогда 1 прям-я - в кругу  
2 - во 2-м.

т.е. касательная



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Чер

$$y = ax + 10b$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 4 \end{array} \right.$$

$$x^2 + a^2 x^2 + 20abx + 100b^2 = 4$$

tg α.  $8 - \frac{8}{3} + \frac{29-8}{3} = \frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



черновик

ми

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

2) сст. вложения двойки:  $d_a, d_b, d_c \in \mathbb{N}$   
 $7 : s_a, s_b, s_c$

$$d_a + d_b \geq 14$$

$$d_b + d_c \geq 17$$

$$d_a + d_c \geq 20$$

$$s_a + s_b \geq 10$$

$$s_b + s_c \geq 17$$

$$s_a + s_c \geq 37$$

1) если у а есть ~~н~~ делитель q, тогда  $\frac{a}{q}$  тоже простое число по ОГА.

Тогда можно считать, что  $abc : 2^x 7^y$  и только, других пр. дел. нет.

$$d_a + d_b + d_c \geq ?$$

$$s_a + s_b + s_c \text{ (мин)} = ?$$

$$3) \quad d_a + d_b + d_c \geq \frac{14+17+20}{2} = \frac{51}{2} = 25,5$$

$$s_a + s_b + s_c \geq \frac{10+17+37}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

← ст. вх 7 в abc

$$d_a + d_b + d_c \geq 26$$

← ст. вх 2 в abc

$$abc : 2^{14} 7^{10} 2^{17} 7^{17} 2^{20} 7^{37}$$

пример:

$$d_a = x$$

$$d_b = 14 - x$$

$$d_c = 17 - (14 - x) = 3 + x$$

$$x, 14-x, 3+x$$

$$2x + 2 = 20$$

$$d_a + d_b = 20$$

$$x + 3 + x = 20$$

$$2x = 17$$

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=17 \\ x+z=37 \end{cases}$$

$$d_a = x = 9$$

$$d_b = 14 - x = 5$$

$$d_c = 20 - 9 = 11$$

$$x+y=15$$

$$y+z=17$$

$$x+z=20$$

$$15-x+20-x=17$$

17=10

17+10=27

$$17-z+37-z=10$$

$$54=2z$$

$$z=22$$

$$x=...$$

$$y=...$$

$$x+y=10$$

$$10-x=17$$

$$-7=-x$$

$$\begin{cases} x=9 \\ y=6 \\ z=11 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$16 + \sqrt{25-16x^2} = 7x^2$$

$$(7x^2-16)^2 = 25-16x^2$$

$$\frac{(a+b)^2-8ab}{a+b}$$

$$49t^2 - 14 \cdot 16t + 16^2 = 25 - 16t$$

$$\Rightarrow a+b - \left(\frac{8ab}{a+b}\right) - a-b = (a-b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})$$

~~16 + \sqrt{25-16x^2}~~

$$49t^2 - 13 \cdot 16t = 25 - 256 = -231$$

$$49t^2 - 13 \cdot 16t + 231 = 0$$

$$t = \frac{13 \cdot 16 \pm \sqrt{(13 \cdot 16)^2 - 4 \cdot 49 \cdot 231}}{2 \cdot 49}$$

$$\sqrt{\frac{b-7x+2}{q}} - \sqrt{t} = \frac{2-7x}{q}$$

$$\sqrt{t+q} - \sqrt{t} = q$$

$$\frac{49t^2 + 1 - 6 \cdot 7}{50 \cdot 42}$$

$$2t+q - \sqrt{t(t+q)} = q^2$$

$$4t^2 = t(q+t)$$

$$3t = t+q$$

$$\begin{cases} t=0 \\ 3t=q \end{cases} \Rightarrow$$

нескор.

$$(2t+q-q)^2 = t(t+q)$$

нескор.  $\Rightarrow$

$$q = q \cdot (\sqrt{t+q} + \sqrt{t})$$

нескор.

$$\begin{cases} (a+b):m \Rightarrow (a+b)^2:m \\ 8ab:m \end{cases}$$

$$(a+b)^2 - 8ab:m$$

т.е. либо  $(a, a+b) > 1 \text{ A}$

$(b, a+b) > 1 \text{ B}$

$(8, a+b) > 1 \text{ B}$

$[A \cap B] \Rightarrow \emptyset$ , т.к.  $a, b > 1$ .

$$m = (8, a+b) > 1 \quad // \quad m \leq 8 //$$

$a+b : 2$  или  $4$  или  $8$ .

тогда например  $a=7$

$$a=7, b=1$$

$$b=1, a+b=8$$

работает.

$$\frac{81-8 \cdot 8}{64}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

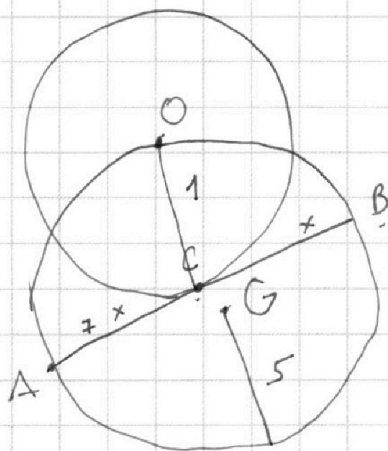
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

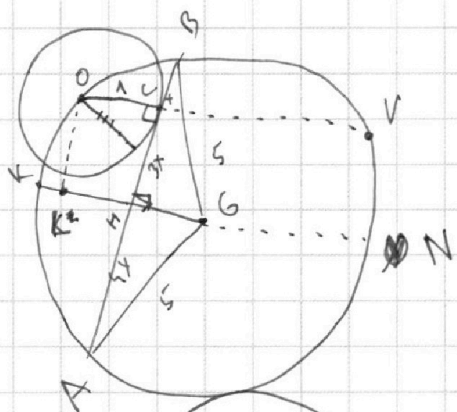
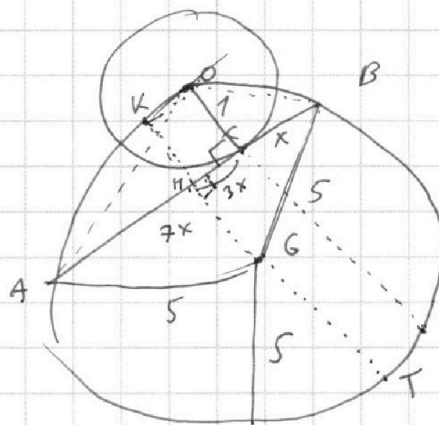
**МФТИ**

$OC \cdot CV = AC \cdot CB$



$8x = ?$

~~$OC \cdot CV$~~   $= 1 \cdot (16 + \sqrt{25 - 16x^2}) = 7x \cdot x$



$AO = \sqrt{1 + 16x^2}$      $OB = \sqrt{1 + x^2}$

$\triangle BCF \sim \triangle ACH$      $BH = AH = 4x$

$GM = \sqrt{25 - 16x^2}$

$HK = 5 - \sqrt{25 - 16x^2}$

$\frac{3x}{HK - OC} = \frac{3x}{5 - \sqrt{25 - 16x^2}}$

~~$\triangle BCF$~~

$KH \cdot HT = AH \cdot HB = 16x^2$

~~$(5 - \sqrt{25 - 16x^2}) \cdot (\sqrt{25 - 16x^2} + 5)$~~

$KH = 5 - \sqrt{25 - 16x^2}$

$KL = KH - 1 = 4 - \sqrt{25 - 16x^2}$

$OV = 25 - 2 \cdot KL = 25 - 8 + \sqrt{25 - 16x^2} = 17 + \sqrt{25 - 16x^2}$

10

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1 
$$+2s_B + s_A + s_C \geq 37 + 2s_B$$
  
 ~~$s_A + s_C = 37$~~

$$\begin{cases} s_A + s_C \geq 15 \\ s_B + s_C \geq 17 + 5 = 22 \end{cases}$$

$$s_A + s_B + s_C \text{ min.}$$

$$s_A + s_C = 37.$$

$$s_A + s_B + s_B + s_C \geq 37 + 2s_B$$

$$(37 - s_A) + s_B \geq 17$$

~~$10 + 17 \geq 10$~~

$$(37 - s_C) + s_B \geq 10$$

$$s_A = 15$$

$$s_C = 22$$

$$s_B = -5$$

$$\begin{cases} s_A - s_B \leq 20 \\ s_C - s_B \leq 17 \end{cases}$$

~~$37 + 2s_B \geq 37$~~

$$\underbrace{s_A + s_C}_{\substack{\vee \\ 37}} + \underbrace{s_B}_{\substack{\vee \\ 0}} \geq 37$$

$$\begin{cases} s_A = 20 \\ s_C = 17 \\ s_B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 2^9 & \cdot & 7^{20} \\ 2^6 & & 7^{17} \\ 2^{11} & & 7^1 \end{matrix}$$

Ответ:  $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



15.

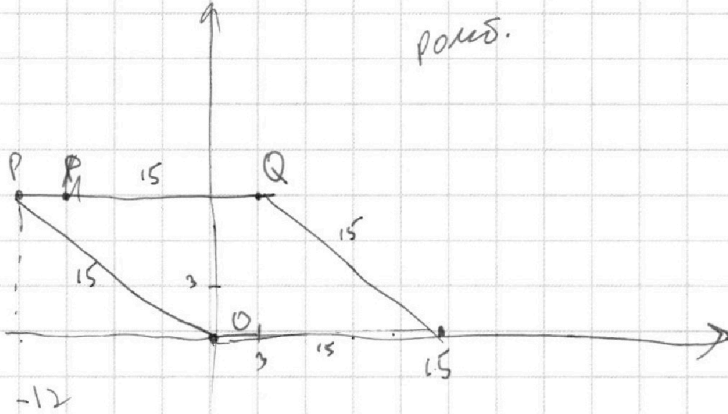
$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$\frac{2(y_2 - x_1)}{y_1 - y_2 + 12} = 1$$

ка обложке

$$2x_2 + y_2 = 12 + (2x_1 + y_1)$$

полуб.



~~2x\_2~~

$$2x_0 - 2x_0 + y_0 - y_0 = 12$$

$$2x + y = 12 + 2x_0 + y_0 =$$

$$= 2(x_0 + 4) + (y_0 + 4)$$

$$2(x+a) + (y+b)$$

мож.  $x_2, y_2$  змещать как  $x_1+a, y_1+b$ ,  
где  $a, b \in \mathbb{Z}$  и  $a+b=12$

$$2(x+1) + y$$

$$2x + (y+12)$$

$$2(x+1) + (y+10)$$

$$2(x+2) + (y+8)$$

$$2(x+3) + (y+6)$$

$$2(x+4) + (y+4)$$

$$2(x+5) + (y+2)$$

$$2(x+6) + y$$

$$a, b \in \mathbb{Z}, a+b=12.$$

$$a \neq 0, b \neq 0$$

$$a \neq 12, b \neq 0$$

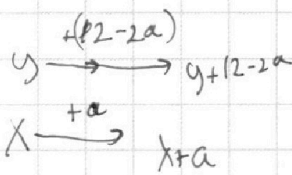
$$a \neq 0, b \neq 12$$

$$a \neq 12, b \neq 12$$

$$a \neq 12, b \neq 12$$

при этом  $x_1, y_1, 0 \leq y_1, y_2 \leq 9$

$$-12 \leq x_1, x_2 \leq 15$$



$$-9 \leq b \leq 9$$

$$-27 \leq a \leq 27$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

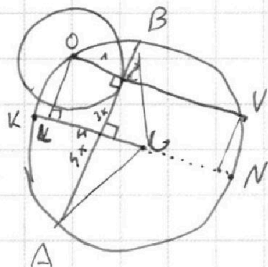


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1, 2, 3, 4.

3



$$OV = d - 2 \cdot \underbrace{(KN-1)}_{KL} = 28 - 2(4 - \sqrt{25-16x^2})$$

$$OV = 2 + 2\sqrt{25-16x^2}$$

$$(t-1)(49t+99)$$

$$OC \cdot CV = AC \cdot CB = 7x^2$$

$$1 \cdot (1 + 2\sqrt{25-16x^2}) = 7x^2$$

$$OV - OC = CV - 1$$

$$t = x^2$$

$$7x^2 + 1 = 2 \cdot \sqrt{25-16x^2} \Leftrightarrow (7t+1)^2 = 4 \cdot (25-16t) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 49t^2 + 14t + 1 = 100 - 64t \Leftrightarrow 49t^2 + 78t - 99 = 0$$

$$t = \frac{-78 \pm \sqrt{78^2 + 4 \cdot 99 \cdot 49}}{98} \quad (t \geq 0)$$

$$x = \sqrt{\frac{-78 + \sqrt{78^2 + 19904}}{98}}$$

Геометрия

$$\begin{array}{r} 56 \\ 78 \\ \times 78 \\ \hline 624 \\ 546 \\ \hline 6084 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ 49 \\ \hline 4 \cdot 99 = 36 \cdot 11 = 396 \\ \begin{array}{r} 396 \\ 49 \\ \hline 3564 \\ 1584 \\ \hline 19404 \end{array} \end{array}$$