



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№1

$$\begin{aligned} ab &: 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{12} \\ ac &: 2^{23} \cdot 7^{39} \end{aligned} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{(15+17+23)} \cdot 7^{(11+12+39)} = 2^{55} \cdot 7^{68}$$

П.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат (числа abc), то все степени
и вхождений в их разложении должны быть четными,
и при этом п.к. $a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}$ то
степени вхождений в разложении $a^2 b^2 c^2$ на
простые ≥ 56 , а $7 - \geq 68$. $\Rightarrow abc : 2^{\frac{56}{2}} \cdot 7^{\frac{68}{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$

$$\begin{aligned} ab &: 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{12} \\ ac &: 2^{23} \cdot 7^{39} \end{aligned} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$\begin{aligned} |a|_2 + |b|_2 &\geq 15 \\ |b|_2 + |c|_2 &\geq 17 \\ |a|_2 + |c|_2 &\geq 23 \end{aligned}$$

П.к. $a^2 b^2 c^2$ - квадрат (числа abc)
то степени вхождений простых

чисел в их разложении четны $\Rightarrow |a^2 b^2 c^2|_2 \geq 56$
 $\Rightarrow |abc|_2 \geq 28, |abc|_7 \geq 34 \Rightarrow abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$ п.к. ≥ 14 .

Пример, когда достигается равенство:

да. Но при этом $abc : ac : 7^{34} \Rightarrow |abc|_7 \geq 34$

Значит, $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{34}$

Пример, когда достигается равенство:

$$\begin{aligned} a &= 2^{10} \cdot 7^{21} \\ b &= 2^5 \end{aligned} \Rightarrow abc = 2^{28} \cdot 7^{34}$$

$$c = 2^{23} \cdot 7^{18}$$

Ответ $\min(abc) = 2^{28} \cdot 7^{34}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Если

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

сократится на m ,

то и

$$\frac{a^2+b^2-7ab}{a+b}$$

сократится на m .

$$\frac{a^2+b^2-7ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2-9ab}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b} \Rightarrow$$

$\frac{-9ab}{a+b}$ должно делиться сократится на m . П.к. $(a,b)=1$,

то $(ab, a+b)=1 \Rightarrow$ Если что и сокращается

в числителе, то только ab в знаменателе

в множитель $9 \Rightarrow m \leq 9$. Пример:

$$a=7, b=2 \Rightarrow \frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{9}{-45} = -\frac{1}{5}$$

Ответ: $\max(m) = 9$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 $\textcircled{a} \{ ax + y - 8b = 0$

$\textcircled{b} \{ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0$

$\textcircled{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y-12)^2 \geq 16 \end{cases}$

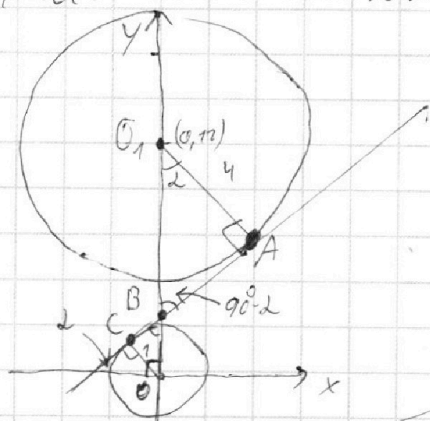
$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y-12)^2 \leq 16 \end{cases}$

- на координатной плоскости $OxOy$ это две окружности, центрами в $O(0,0)$ и $O_2(0,12)$ соответственно, радиусами 1 и 4 соответственно. Если точки вне обоих кругов, то точки из одного круга, а точки вне этих кругов - нет.

\textcircled{b} - прямая вида $y = -ax + 8b$, и если нужно

чтобы имели либо 2 решения, нужно чтобы эта прямая была одной из касательных к окружностям, т.к. перпендикулярна радиусу и кругу - либо 0, либо 1 (случае касания) либо бесконечно много.

1 сл. Если касательная внутренняя:



Пусть O и O_2 - центры кругов, A и C - точки касания (касана ABC), B - точка пересечения прямой $ax + y - 8b = 0$ и Oy . т.к. Если прямая задана уравнением $y = kx$, то $k = \text{tg} \alpha$, α - угол между прямой и Ox .

$\angle O_2AB, \angle BO_2A = 2$ т.к. $\angle CBO = 90^\circ - \alpha$ (или $\angle O_2AB = \angle CBA$ (как вкрт.) \textcircled{b} . $\text{tg} \alpha =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

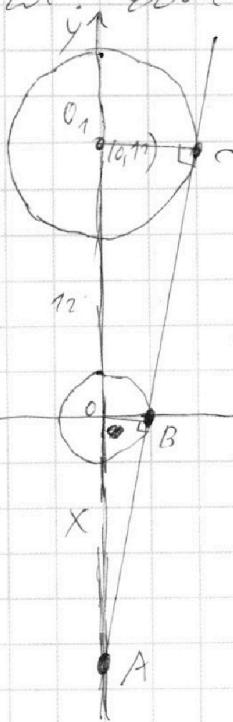
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 (курсы) ~~Если~~ пусть угол между касательной и $Ox = \alpha$ (угол OB острый, т.к. касательная симметрична относительно Ox относительно центра O_1 , то если касательная касалась O_1 , то и $-a$ касалась, $\alpha = \alpha$ тогда $\tan \alpha = -a$ т.к. $-a$ касалась x в OB или OB . Тогда $\angle CBO = 90^\circ$ по сумме углов $\Delta_1 \angle CBO = \angle O_1BA$ как верт. $\Rightarrow \angle BO_1A = \angle \alpha$ по сумме углов ΔO_1BA . $\angle O_1BC$ как $\angle C$ в Δ_1 верт. углы $\Rightarrow \angle COB = \alpha$. $\cos \alpha (\cos \Delta O_1BA) = \frac{4}{O_1B}$; $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (\cos \Delta O_1BC) = \frac{1}{OB} \Rightarrow$ ~~то~~ если $OB = x$, то $O_1B = 12 - x$, т.к. $OO_1 = 12$, $\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{12-x} \Rightarrow 4x = 12-x \Rightarrow x = 2, 4 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{12} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{5}{12}$ ~~тогда~~ $a = \pm \tan(\arccos \frac{5}{12})$, тогда $b = x \Rightarrow b = 0, 6$ (т.к. b - y координата точки касания касательной и Ox т.е. точка B)
 2 сл. Если касательная внешняя:



Пусть $OA = x$, тогда $O_1A = 12 + x$. $\sin \alpha = \frac{OB}{OA} (\sin \Delta OBA) = \frac{O_1C}{O_1A} (\sin \Delta O_1CA) \Rightarrow$
 $\frac{1}{x} = \frac{4}{12+x} = \sin \alpha \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4 = \frac{1}{\sin \alpha}$
 $\Rightarrow a = \pm \tan(\arcsin \frac{1}{4})$ (т.к. касательная внешняя касательная касалась O_1 и O симметрично относительно Ox \Rightarrow если a касалась O_1 и $-a$ касалась O тогда $B = 4$ (т.к. a касалась O_1 то y координата точки A)

Ответ: $\begin{cases} a = \pm \tan(\arcsin \frac{1}{4}) \\ a = \pm \tan(\arccos \frac{5}{12}) \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

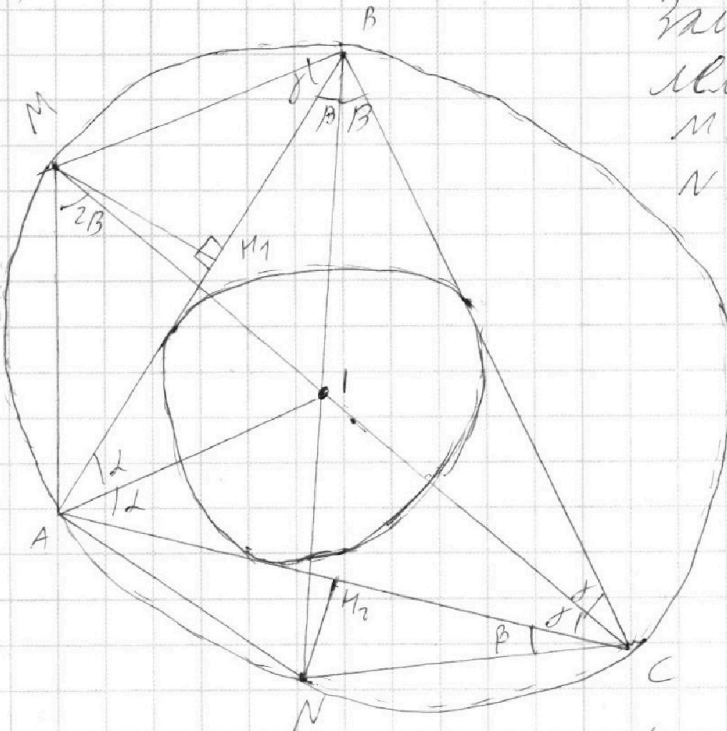
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№7



Заметим, что $MI = AM = MB$, и $NI = NA = NC$. Пусть $\alpha = \angle BAI = \angle IAC = 2$;

$\angle ABI = \angle IBC = \beta$;
 $\angle ACI = \angle ICB = \gamma$;
 (т.к. I - центр вписанной окружности, тогда BI, CI, AI - биссектрисы углов B, C и A соответственно.)

$\angle AMI = 2\beta$ как внешний,
 $\angle ANI = 2\gamma$ как внешний,

$\angle ANI = \beta$ и $\angle ABM = \gamma$ как вписанные, опирающиеся на дуги AN и AM соответственно; заметим, что MI и NI - биссектрисы

углов M и N как прямые AB и AC , то $MI = \frac{5}{\sin \gamma}$, $NI = \frac{7,5}{\sin \beta}$ (но т.к. $MI = NI$ по т. Косинусов - $MI = NI = MA = NC = 7,5$)

$$\text{Согл. для } \triangle AMI \quad AI^2 = AM^2 + MI^2 - 2 \cdot AM \cdot MI \cdot \cos 2\beta =$$

$$= \frac{2 \cdot 25}{\sin^2 \gamma} - 2 \cdot \frac{25}{\sin \gamma} \cdot \frac{7,5}{\sin \beta} \cdot \cos 2\beta, \text{ а по т. Косинусов для } \triangle ANI$$

$$AI^2 = AN^2 + NI^2 - 2 \cdot AN \cdot NI \cdot \cos 2\gamma = \frac{2 \cdot 7,5^2}{\sin^2 \beta} - \frac{2 \cdot 7,5^2}{\sin \beta} \cdot \cos 2\gamma =$$

$$\Rightarrow AI^2 = \frac{2 \cdot 25}{\sin^2 \gamma} (1 - \cos 2\beta) = \frac{2 \cdot 6,25}{\sin^2 \beta} (1 - \cos 2\gamma) =$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 2 \sin^2 \alpha. \Rightarrow AI^2 = \frac{50 \cdot 2 \sin^2 \beta}{2 \sin^2 \gamma} =$$

$$= \frac{12,5}{\sin^2 \beta} \cdot 2 \sin^2 \gamma \Rightarrow \frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2 \beta} = \frac{50}{12,5} \Rightarrow \frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2 \beta} = \sqrt{\frac{5 \cdot 5^2}{1 \cdot 2,5^2}} =$$

$$= 2 \Rightarrow AI^2 = \frac{2 \cdot 25}{\sin^2 \gamma} \cdot 2 \sin^2 \beta = 50 \Rightarrow AI = 5\sqrt{2}$$

Ответ: $5\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y-1)^2 \geq 16 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y-1)^2 \leq 16 \end{cases}$$

$$ax + y - 2b = 0$$

$$y = -ax + 2b$$

$$y = kx + b$$

$$x^2 + (y-1)^2 = 16$$

$$\frac{12-x}{y} = \cos \alpha$$

$$\frac{y}{12-x} = \cos \alpha = \frac{1}{x} \Rightarrow$$

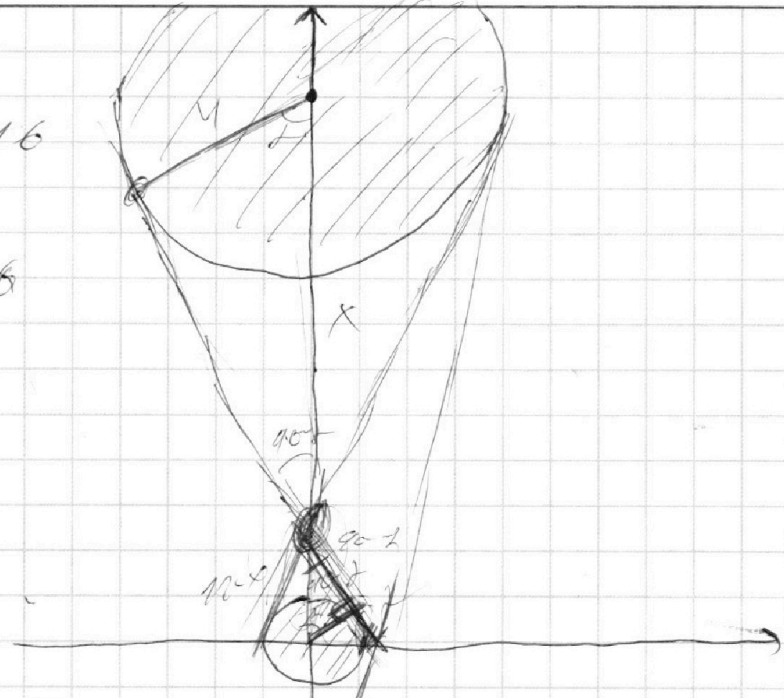
$$yx = 12 - x \Rightarrow x = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{12} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{12}{13} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{12}{5} = -a$$

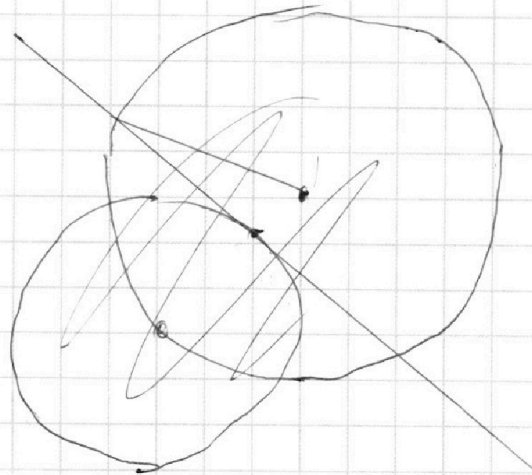
$$a = \pm \frac{12}{5} \Rightarrow b = 2,4$$

$$6x = \frac{12}{5}$$

$$x = \frac{2}{5}$$



$$-a = \tan \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 & \cancel{12x^4} + 226x^2 + 4 \cancel{6x^3} - 12x^2 + 60x = \cancel{26x^4} + 12x^2 - \cancel{4x^3} - 7x^2 \\
 & - 24x + 24x^2 + 24x + 8 \\
 & 27x^4 + 54x^3 - \cancel{12x^2} - \cancel{60x} - 24x^2 - 60x + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 432 + 432 + 4 - 996 + 120 \\
 & \hline
 & 868
 \end{aligned}$$

$$432 \cdot 2^4 + 432 \cdot 2^3 = 432(468)$$

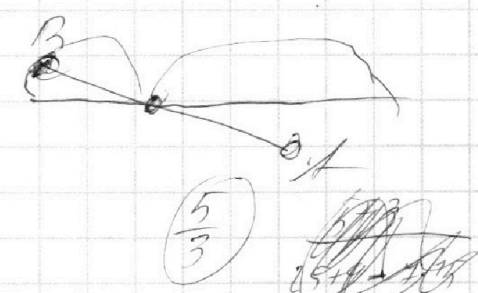
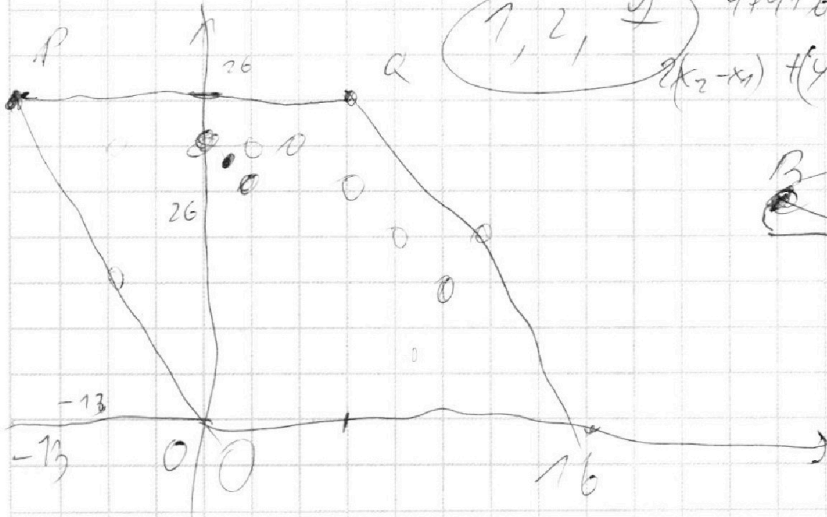
$$\cancel{20368 + 4}$$

$$\cancel{9436 + 4} - 996 + \dots^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\begin{aligned}
 & 3x^2 - 6x + 2 = 0 \\
 & \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{6}
 \end{aligned}$$

$$\frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6}$$

$$\begin{aligned}
 & 4 + 9 + 6 = 19 \quad -3 \pm \sqrt{9 - 72} \quad 20 \\
 & 2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14
 \end{aligned}$$



$$\left(\frac{5}{3}\right)$$

Если 9 точек
то 4х-2х
2х-7х-х

$$x_2 - x_1 \leq 16 - (-13) = \boxed{\leq 29}$$

$$\begin{aligned}
 & y_2 - y_1 \leq 26 \\
 & \neq 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4a - 4a + 4 \quad \left(\frac{9}{-45}\right) \\
 & -4a + 4 = \left(\frac{9}{-45}\right) \quad a + b = \left(\frac{9ab}{a+b}\right) \quad a > b
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical solution on grid paper. The main diagram shows a circle with center \$O_2\$ and points \$A, B, C\$ on its circumference. A smaller circle with center \$O_1\$ is tangent to the larger one at point \$C\$. Lines connect \$O_1, O_2, A, B, C\$. Various angles and lengths are labeled, including \$AC = \frac{12}{7}\$ and \$x=7\$. The solution involves algebraic manipulation of quadratic and cubic equations.

Key equations and steps:

- $3x^2 - 6x + 2 = (1 - \frac{9}{4})^2 \sqrt{7x^2} = \frac{9 \cdot 996}{4} = 224$
- $3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 = 42 = 9 \cdot 6$
- $6x^2 + 3x + 3$
- $3(2x^2 - x + 1) = 1 - 10x + 4x^2 + 2\sqrt{(x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)}$
- $-3x^2 + 15x + 2 = 2\sqrt{\dots}$
- $(3x^2 - 15x - 2)^2 = 4(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)$
- $9x^4 + 225x^2 + 4 - 12x^2 - 12x^2 + 60x = 4(9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 12x^2 - 12x^2 - 6x + 6x^2 + 6x + 2)$
- $27x^4 + 81x^3 - 204x^2 - 60x = 225 + 12 - 12x^2 - 12x^2 - 60x + 24$
- $-60x + 24 - 36 = 225 - 36$
- $225 - 94$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a triangle and its medians.

Top Diagram: Triangle ABC with medians AM, BN, and CP intersecting at point O. A circle is drawn with center O and radius OM. Points M, N, P are marked on the medians. A right angle is shown at O between OM and ON.

Bottom Diagram: Triangle ABC with medians AM, BN, and CP intersecting at point O. A circle is drawn with center O and radius OM. Points M, N, P are marked on the medians. A right angle is shown at O between OM and ON.

Equations and Calculations:

- $2x_2 - 2x_1 = 24$
- $2(x_2 - x_1) = 24$
- $x_2 - x_1 = 12$
- $BM = \frac{5}{\sin \gamma}$
- $NC = \frac{2.5}{\sin \beta}$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta$
- $\cos 2\gamma = \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma$
- $AM = \frac{2.5}{\sin \beta}$
- $AN = \frac{2.5}{\sin \gamma}$
- $\frac{AM}{AN} = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$
- $AM = 5 \cdot \sin \gamma$
- $BM = \frac{5}{\sin \gamma} \Rightarrow AI = \frac{2.5}{\sin \gamma} (1 - \cos \beta)$
- $AI = \sqrt{30} = 3\sqrt{2}$
- $AI = \frac{2 \cdot 2.5}{\sin^2 \gamma} - \frac{2 \cdot 2.5}{\sin^2 \gamma} \cdot (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta)$
- $= \frac{2 \cdot 6.25}{\sin^2 \beta} - \frac{2 \cdot 6.25}{\sin^2 \beta} \cdot (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma)$
- $\frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2 \beta} = \frac{5(1 - \cos \beta)}{7.5(1 - \cos \gamma)}$
- $\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{5}{7.5} \cdot \frac{\sin^2 \beta}{1 - \cos^2 \beta} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\sin \beta} = \frac{2 \sin \beta}{3}$
- $\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = 2 \sqrt{\frac{1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}}$
- $\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = 2 \sqrt{\frac{1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$

Final Equation:

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{\cos(90^\circ - \beta)}$

$\angle C = 90^\circ$
 $\angle A = \alpha$
 $\angle B = \beta$
 $AC = 12$
 $AB = x$

$\cos \beta = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{x}$
 $x = \frac{12}{\cos \beta}$

$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{x}$
 $BC = x \sin \alpha$

$\alpha + \beta = 90^\circ$
 $\beta = 90^\circ - \alpha$

$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
 $x = \frac{12}{\sin \alpha}$

$BC = \frac{12 \sin \alpha}{\sin \alpha} = 12$

$\triangle ABC$ is a right-angled triangle with $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, and $BC = 12$.

$\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 90^\circ$.

$AB = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$

$x = 12\sqrt{2}$

$\cos \beta = \frac{12}{12\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\beta = 45^\circ$

$\alpha = 45^\circ$

$x = 12\sqrt{2}$

$\angle C = 90^\circ$
 $\angle A = \alpha$
 $\angle B = \beta$
 $AC = 12$
 $AB = x$

$\cos \beta = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{x}$
 $x = \frac{12}{\cos \beta}$

$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{x}$
 $BC = x \sin \alpha$

$\alpha + \beta = 90^\circ$
 $\beta = 90^\circ - \alpha$

$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
 $x = \frac{12}{\sin \alpha}$

$BC = \frac{12 \sin \alpha}{\sin \alpha} = 12$

$\triangle ABC$ is a right-angled triangle with $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, and $BC = 12$.

$\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 90^\circ$.

$AB = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$

$x = 12\sqrt{2}$

$\cos \beta = \frac{12}{12\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\beta = 45^\circ$

$\alpha = 45^\circ$

$x = 12\sqrt{2}$

$\angle C = 90^\circ$
 $\angle A = \alpha$
 $\angle B = \beta$
 $AC = 12$
 $AB = x$

$\cos \beta = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{x}$
 $x = \frac{12}{\cos \beta}$

$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{x}$
 $BC = x \sin \alpha$

$\alpha + \beta = 90^\circ$
 $\beta = 90^\circ - \alpha$

$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
 $x = \frac{12}{\sin \alpha}$

$BC = \frac{12 \sin \alpha}{\sin \alpha} = 12$

$\triangle ABC$ is a right-angled triangle with $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, and $BC = 12$.

$\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 90^\circ$.

$AB = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$

$x = 12\sqrt{2}$

$\cos \beta = \frac{12}{12\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\beta = 45^\circ$

$\alpha = 45^\circ$

$x = 12\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

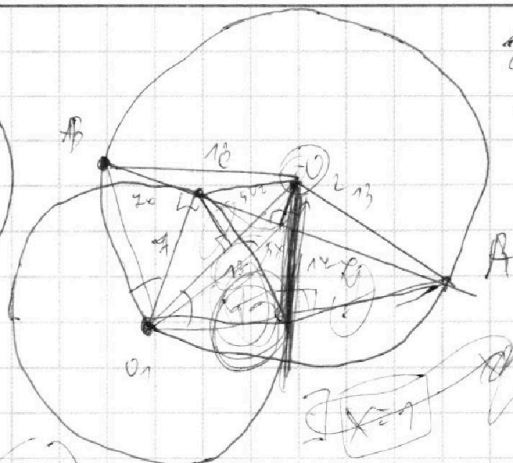
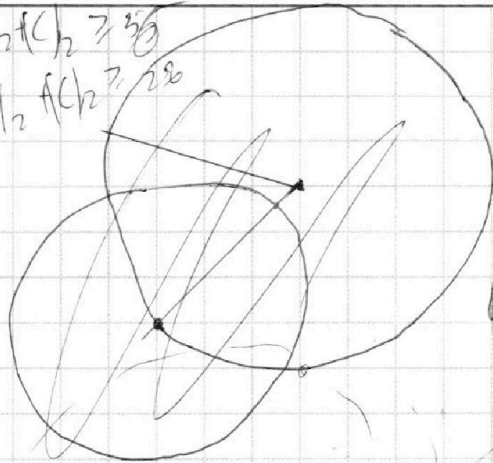
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



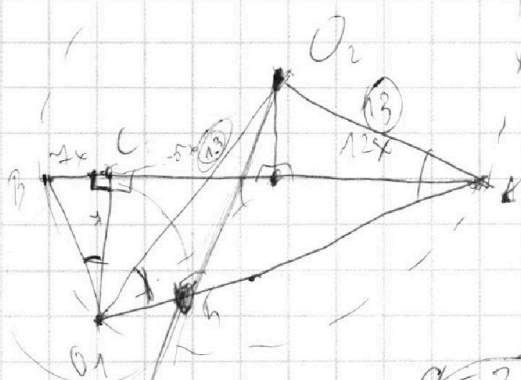
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2a_2 + b_2 + c_2 \geq 33$
 $(a_2 + b_2) + c_2 \geq 28$



$24 + c = 29$
 $24 + c \leq 26$
 $x \Rightarrow \frac{26 - 24}{2} = 1$



$(a+b) \geq 11$

$x = \frac{12c}{O_1C} = \tan \angle BO_1C =$
 $= \tan \angle U_2 O_1 A$

$\frac{15}{23} = \frac{55}{23}$

$ab = 2^{\frac{15 \cdot 17}{7}}$

$a+b \geq 11$
 $a+c \geq 16$
 $b+c \geq 39$
 $b \geq 39 - c$

$31 = 23 + 2b$
 $41 = 2b$

$ab = 2^{\frac{15 \cdot 17}{7}}$

$b = 6.5$
 $\Rightarrow a = 9, 10, 13, 14, 16, 18$
 $bc = (c^{\frac{14}{9}} \cdot 16) \Rightarrow c = 2^{14}$

$a = 2^{10}$
 $c = 2^{13}$
 $b = 2^5$

$a + 39 - c \geq 41$
 $a - c \geq 2$
 $a + c \geq 16$
 $2c \geq 46$
 $c \geq 23$

$34 = 29 + 2b$
 $29 = 39 + 2b$

$\Rightarrow a = 0$
 $b = 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38$
 $c = 28$