



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

Дважды рассмотрим в каких степенях 2 и 7 входят в a, b, c .

Пусть: $a = 2^x \cdot 7^k \cdot \alpha$, где α, β, γ - множители, не содержащие 2 и 7.
 $b = 2^y \cdot 7^l \cdot \beta$
 $c = 2^z \cdot 7^m \cdot \gamma$ (2 и 7 - взаимно простые числа)

Тогда из условия:

$$ab : 2^{14} \Rightarrow x + y \geq 14$$

$$bc : 2^{17} \Rightarrow y + z \geq 17 \quad (1)$$

$$ca : 2^{20} \Rightarrow z + x \geq 20$$

Аналогично для 7-ки:

$$ab : 7^{10} \Rightarrow k + l \geq 10$$

$$bc : 7^{17} \Rightarrow l + m \geq 17 \quad (2)$$

$$ca : 7^{37} \Rightarrow k + m \geq 37$$

Пробн abc будут минимальными, степени вхождения 2 и 7 в это число будут минимальными ($\Rightarrow x + y + z \rightarrow \min$ и $k + l + m \rightarrow \min$), α, β, γ примкнут наименьшее возможное значение - 1.

$$x + z \geq 20 \Rightarrow x + y + z \geq 20, \text{ т.к. } x, y, z \geq 0$$

~~→ считается при $x = 14, z = 17$~~

$$x + y + z \geq 31 \quad - \text{ если сумма } x + z = 20, \text{ то } y \geq 1,$$

$$\text{тогда } x + y + z \geq 31; \text{ если сумма } x + z = 31, \text{ то } y \geq 0,$$

$$\text{тогда } x + y + z \geq 31; \text{ если сумма } x + z > 31, \text{ то } x + y + z > 31$$

$$\Rightarrow \text{минимальное значение при } x + y + z = 31$$

и считается при $x = 14, z = 17, y = 0$, удовлетворяющим всем неравенствам (1).

Аналогично для 7-ки:

$$k + m \geq 37 \Rightarrow k + m + l \geq 37. \quad \text{т.к. } k, m, l \geq 0$$

$$k = 10, l = 0, m = 27, \text{ что удовлетворяет (2).}$$

Значит, наименьшее возможное значение при abc :

$$7^{10} \cdot 7^0 \cdot 7^{27} \cdot 2^{14} \cdot 2^0 \cdot 2^{17} = 7^{37} \cdot 2^{31}$$

Ответ: $abc = 2^{31} \cdot 7^{37}$ - наименьшее значение.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2.

$\frac{a}{b}$ - несократима, $\Rightarrow \text{НОД}(a, b) = 1$.

Умножим и знаменателем дроби

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} \quad \text{можно сократить}$$

$$\text{на } m, \Rightarrow a+b = km, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$\text{Тогда } \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{a^2 + 2ab + b^2 - 8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{km}{(km)^2 - 8ab}$$

$$\Rightarrow 8ab : m. \quad \text{Заметим, что } \text{НОД}(a, m) = 1 = \text{НОД}(b, m),$$

т.к. взаимно. $\text{НОД}(a, m) = t \Rightarrow a = t \cdot a', m = t \cdot m'$
(аналогично для $\text{НОД}(b, m) = t$) $\Rightarrow b = t \cdot b', m = t \cdot m' \Rightarrow$
 $\Rightarrow \text{НОД}(a, b) = t$
- противоречие

\Rightarrow максимальное значение для $m = 8$.

Это достигается, например, при $a = 1$ и $b = 7$.

$$\frac{1+7}{(1+7)^2 - 8 \cdot 7}$$

$\frac{8}{48}$

Ответ: $m = 8$ - максимальное значение

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

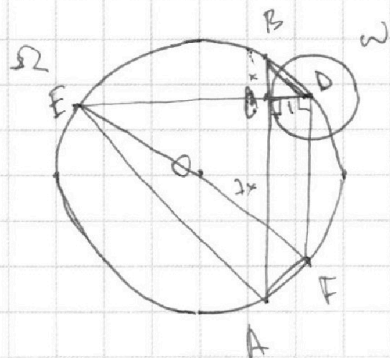
1 2 3 4 5 6 7

ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача № 3.



Решение. Пусть $BC = x$, тогда $CA = 7x$ (по условию)
Прямая DC не пересекает Ω в т.Е.

$\angle ABD = \angle AED = \frac{1}{2} \angle AOD$
как вписанные углы
 $\Rightarrow \triangle CEA \sim \triangle CBD$ по 2-м углам
 $\angle ECA = \angle BCD = 90^\circ$
т.к. BA - касательная к ω в т.С
 $\Rightarrow BC \cdot CA = EC \cdot CD$

Дано.

$O = D$ - центр ω , \in окр. Ω

$$AC : CB = 7$$

$$r(\omega) = 1$$

$$R(\Omega) = 5$$

$AB = ?$

(по условию)

$$\Rightarrow 7x^2 = EC \cdot 1 \Rightarrow EC = 7x^2$$

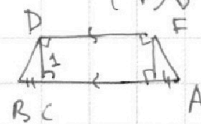
Прямая $DF \parallel BA$

$DF \parallel BA \Rightarrow DF \perp ED$ (т.к. $BA \perp ED$)

$DF \parallel BA$ и ω - касательная к Ω

$\Rightarrow B, D, F, A$ - вершины трапеции

($BD = FA$).



DC - высота трапеции,
 $BC = x, BA = 8x$

$$\Rightarrow DF = 8x - x - x = 6x.$$

$\angle EDF = 90^\circ$ (по доказанному) и

вписанный, $\Rightarrow EF$ - диаметр Ω

По теореме Пифагора: $ED^2 + DF^2 = EF^2$

$$(7x^2 + 1)^2 + (6x)^2 = (5 + 5)^2$$

$$49x^4 + 14x^2 + 1 + 36x^2 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(x^2 - 1)(49x^2 + 99) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1; AB = 8x = 8$$

Ответ: $AB = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Пусть $2x^2 - 5x + 3 = a$, $2 - 7x = b$.

Тогда:

$$\sqrt{a} - \sqrt{a-b} = b \quad \Rightarrow \quad a \geq 0; \quad a \geq b$$

$$\sqrt{a} + b = \sqrt{a-b} \quad \uparrow^2$$

$$a - 2\sqrt{a}b + b^2 = a - b$$

$$b^2 - 2\sqrt{a}b = -b$$

1) $b = 0$ - нех. 2) $b \neq 0$

1) $b = 0$ $2 - 7x = 0$ $x = \frac{2}{7}$ - нех.

2) $b \neq 0$

$$b - 2\sqrt{a} = -1$$

$$b + 1 = 2\sqrt{a}$$

$$b^2 + 2b + 1 = 4a$$

$$4 \cdot (2x^2 - 5x + 3) = (2 - 7x)^2 + 2 \cdot (2 - 7x) + 1$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 4 - 14x + 49x^2 + 4 - 14x + 1$$

$$41x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 41 = 64 + 492 = 556 = 4 \cdot 139$$

$$x_1 = \frac{8 - 2\sqrt{139}}{82}$$

$$x_2 = \frac{8 + 2\sqrt{139}}{82}$$

Ответ: $x = \frac{2}{7}$

1) $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

$$D = 25 - 2 \cdot 4 \cdot 3 = 1$$

$$x_1 = \frac{5-1}{4} = 1$$

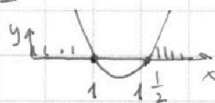
$$x_2 = \frac{5+1}{4} = 1\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x \leq 1 \text{ или } x \geq 1\frac{1}{2}$$

2) $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$$D = 4 - 4 \cdot 2 < 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 > 0 \text{ при всех } x.$$



$$\frac{4 + \sqrt{139}}{41} < \frac{3}{2} \cdot 1$$

$$4 + \sqrt{139} < 41$$

$$\sqrt{139} < 37$$

$$139 < 37^2 \text{ - верно}$$

$$\frac{4 + \sqrt{139}}{41} \geq \frac{3}{7}$$

$$7\sqrt{139} \geq 95 \text{ - неверно}$$

$$\Rightarrow x_2 < \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow \text{нех}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

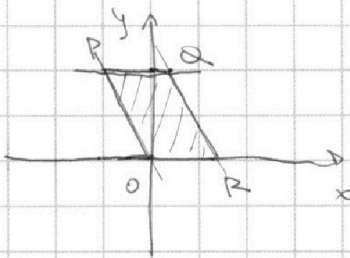
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 5.



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 12.$$

Параметризуем на прямой

задается следующими неравенствами:

$$y \geq 0 \quad y \leq 24$$

(выше OR) (~~ниже~~ ниже PQ)

$$y \leq 30 - 2x$$

$$y \geq -2x$$

(ниже QR)

(выше PO)

→ координаты точек A и B

решает верхов этих неравенств.

$$2x + y \leq 30$$

$$2x + y \geq 0.$$

Или тогда

$$2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 12$$

$$\begin{matrix} \wedge \\ 30 \\ \vee \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \wedge \\ 0 \\ \vee \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \wedge \\ 30 \\ \vee \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \wedge \\ 0 \\ \vee \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 12 \leq 2x_2 + y_2 \leq 30; 0 \leq 2x_1 + y_1 \leq 28$$

Или когда значение $2x_2 + y_2$ однозначно определяет сумму $2x_1 + y_1$.

Вариантов выбора $2x_1 + y_1 = 29$ (от 0 до 28 включительно)

Или тогда, если $2x_1 + y_1 = t$, то $y_1 = t - 2x_1$, $t \in [0; 28]$ и целое

$$\Rightarrow x_1 \in [0; 14] \text{ и целое.}$$

На любом отрезке имеет ровно $y = t - 2x$, ограниченная параллелограмм, находим 13 точек, удовлетворяющих условию. (учитывая шаг от 0 до 24 включительно с шагом 2.) Значит, свободен выбрать значение t

$2x_1 + y_1 = 29$, выбрать там x_1 и y_1 - 13 способов,

и выбрать значения x_2 и y_2 - тоже 13 способов,

значит всего способов $29 \cdot 13 \cdot 13$.

Ответ: всего таких пар точек $29 \cdot 13^2$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

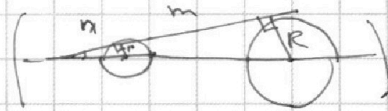
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3) \sqrt{R^2 + (h+m)^2} - \sqrt{R^2 + h^2} = 8$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{h+m} = \frac{h}{h} = \frac{2}{h+m} = \frac{1}{h}$$



$$\Rightarrow 2h = h+m \Rightarrow h=m$$

$$\sqrt{4 + h^2} - \sqrt{1 + h^2} = 8$$

$$2\sqrt{1 + h^2} - \sqrt{1 + h^2} = 8$$

$$\sqrt{1 + h^2} = 8$$

$$1 + h^2 = 64 \quad h = \sqrt{63}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{h} = \frac{1}{\sqrt{63}} = a$$

4) Прямая симметрична относительно OX ,

$$\Rightarrow a = -\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{\sqrt{63}}$$

$$\text{Ответ: } a_1 = \frac{1}{\sqrt{63}}, a_2 = -\frac{1}{\sqrt{63}}, a_3 = \frac{3}{\sqrt{55}}, a_4 = -\frac{3}{\sqrt{55}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

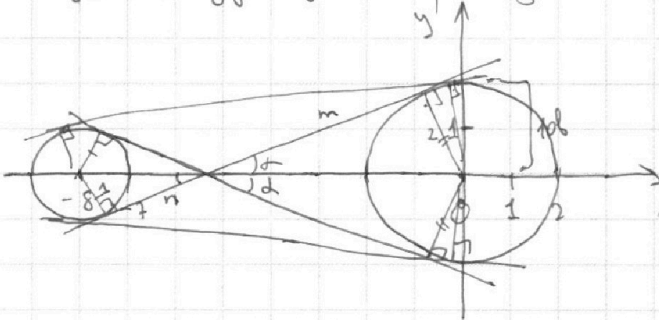
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Заметим, что в той же неравенство системы решается
в виде следующего рисунка:



При этом нам требуется
только, чтобы внутри
кругов и не на их
окружностях.
(На поверхности внутри
круга — не окружности
дает отрицательное
значение ≤ 0 соответственно
точка на окружности
даёт значение скобки = 0.)

Округности: $(x+8)^2 + y^2 - 1 = r^2$
" $x^2 + y^2 - 4 = R^2$

Заметим, что первое равенство задаёт прямую
 $y = ax + 10b$. То условие y этой прямой и было
окружностей должны быть две общие точки

(чтобы было ^{два} решения). Значит, эта прямая
должна касаться касаясь у этих двух окружностей.
Значит, где a есть все \neq варианты.

$a = \operatorname{tg} \alpha$ (Заметим, что b нам подбирается: см. рисунок.)

1) По теореме Пифагора:

$$\sqrt{r^2 + m^2} + \sqrt{R^2 + d^2} = 8$$

из подобия треугольников:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{m} = \frac{1}{n} \quad 2n = m$$

$$\sqrt{4 + 4n^2} + \sqrt{1 + n^2} = 8$$

$$2 \cdot \sqrt{1 + n^2} + \sqrt{1 + n^2} = 8$$

$$3 \cdot \sqrt{1 + n^2} = 8$$

$$\sqrt{1 + n^2} = \left(\frac{8}{3}\right)^2$$

$$a = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{6\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{55}{3}}} = \frac{3}{\sqrt{55}} \Leftrightarrow n = \sqrt{7\frac{1}{3} - 1}$$

2) Прямая симметрична относительно OX

$$\Rightarrow a = -\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{\sqrt{55}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

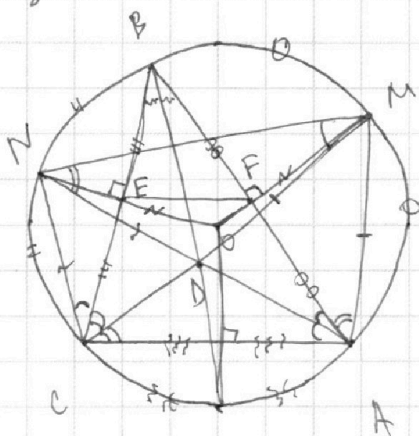
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №7.



AD = ?
MF = 4,5; NE = 2

Решение:

$$MF^2 + FA^2 = MA^2 \quad (\text{по Пифагору})$$

$$NE^2 + EC^2 = NC^2$$

$$BF \cdot FA = FM \cdot (2R - FM) \quad (\text{пересекающиеся хорды})$$

$$BE \cdot EC = NE \cdot (2R - NE)$$

$$4,5^2 + FA^2 = MA^2$$

$$2^2 + EC^2 = NC^2$$

$$FA^2 = 4,5 \cdot (2R - 4,5)$$

$$CE^2 = 2 \cdot (2R - 2)$$

$$4,5^2 + 4,5^2 + 4,5 \cdot 2R = MA^2$$

$$2^2 + 2^2 + 4R = NC^2$$

$$MA^2 = 9R$$

$$NC^2 = 4R$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{MA}{NC} \quad (\text{из подобия } \triangle CMD \text{ и } \triangle DMA)$$

$$\frac{AD^2}{CD^2} = \frac{MA^2}{NC^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow AD : CD = 3 : 2$$

$$2AD = 3CD$$

\square DEBF - вписанный, (т.к.

$\angle OEB = 90^\circ$ и $\angle BFO = 90^\circ$ - противоположные)

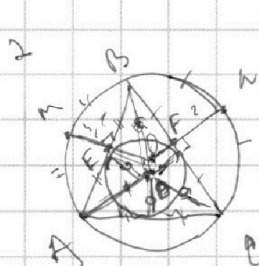
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

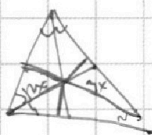
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



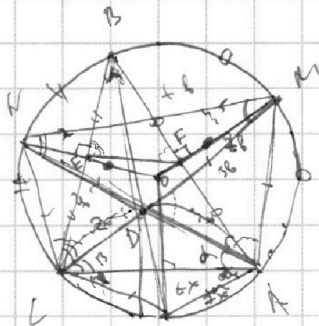
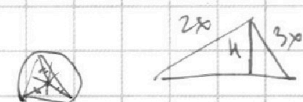
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$AB=1$
 $AM \perp AB$ $AB=4,5$
 $ME=4,5$
 $NF=2$



$ME=4,5$
 $NF=2$



$$MD \cdot CD = ND \cdot DA$$

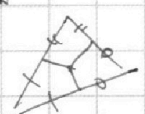
$$MF + FD = NE + ED$$

$$4,5 + FD = 2 + ED$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$$

$$(4,5)^2 + (-\alpha)^2 = (\alpha)^2$$

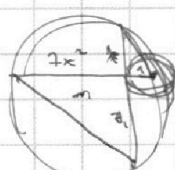
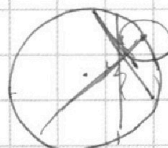
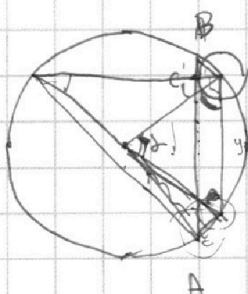
$$2^2 + (\alpha)^2 = (\alpha)^2$$



$$(-\alpha)^2 = (4,5)^2 + (2R - 4,5)^2$$

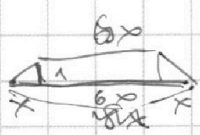
$$(\alpha)^2 = 2 + (2R - 2)^2$$

$$\alpha \cdot (\alpha) = CD \cdot (\alpha)$$



$$8x < 10$$

$$8x \checkmark$$



$$(8 + 7x^2)^2 + y^2 = 100$$

$$1 + 14x^2 + 49x^4 + 36x^2 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \quad (a-1)(49a+99) = 0$$

$$49a^2 + 50a - 99 = 0$$

$$D = 2500 + 4 \cdot 49 \cdot 99$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$
 $2x_2 + y_2 = a_2$
 $2x_1 + y_1 = a_1$
 $a_2 - a_1 = 12$
 $0 \quad a_2 = a_1 + 12$
 $2x_2 + y_2 = 2x_1 + y_1 + 12$

$2x + y = t$
 $y = 2x - t$

$x \in \dots$
 $y \geq 20 - 2x$

$\frac{64}{9} = 7\frac{1}{9} = 6\frac{1}{9}$

$\begin{cases} 2x_2 + y_2 = 12 \\ 2x_1 + y_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_2 + y_2 = 30 \\ 2x_1 + y_1 = 18 \end{cases}$

$4 + x^2 + 1 + y^2 = 8$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{2}{x} = \frac{1}{y} \quad 2y = x$

$x + y = t$
 $y = t - x$
 $y = 12 - 2x$
 $y = 0 - 2x$

$(x^2 + 16x + 64 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$
 $(t + 16x + 64 - 1)(t - 4) \leq 0$

$x^2 + y^2 = 4 = 2^2$
 $(x + 8)^2 + y^2 = 1$
 $y = \hat{c}x + 10b$

Анализ формул...
 $y \leq 20 - 2x$
 $y \geq 0$
 $y \geq -2x$

Сколов способе...
 $2x + y = t$
 $y = t - 2x$
 $y = 12 - 2x$
 $y = 0 - 2x$

Система...
 $\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$

Система...
 $x^2 + y^2 = 4$
 $(x+8)^2 + y^2 = 1$

Система...
 $y = \hat{c}x + 10b$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Упрощаем

1) a, b, c - натур.

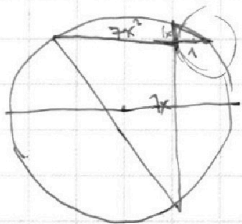
$$\begin{matrix} 2^x & 2^y & 2^z \\ 2^k & 2^l & 2^m \end{matrix}$$

мин abc - ?

$$ab : 2^{14} 7^{10}, \quad bc : 2^{14} 7^{12}, \quad ac : 2^{20} 7^{32}$$

$$\begin{cases} x+y \geq 14 & k+l \geq 10 \\ y+z \geq 14 & l+m \geq 12 \\ z+x \geq 30 & k+m \geq 32 \end{cases}$$

мин $x+y+z$ - ? мин $k+l+m$ - ?



$$\begin{aligned} z+x &\geq 30 \\ \Rightarrow y &= m+k \\ x+2y+z &\geq 31 \\ \Rightarrow y &\geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+1 &\geq 14 \\ z+1 &\geq 12 \\ z+x &\geq 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k+m &\geq 32 \\ k+2l+m &\geq 27 \\ k+l &\geq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{пу } y &= 1 \\ x+y &= 14 \\ \underline{x} &= 13 \quad z = 17 \quad y = 1 \end{aligned}$$

$$x=14 \quad z=16 \quad y=1$$

$$\begin{aligned} k+l &= 10 \\ m &= 27 \\ \underline{k+m} &= 37 \end{aligned}$$

2) $\frac{a}{b}$ натур (а и b ∈ N)

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

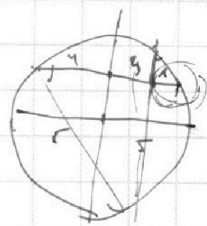
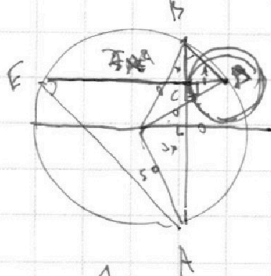
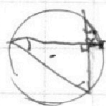
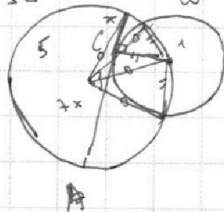
а и b натуральные

наим m, n, k, p

$$\begin{aligned} a+b &: m \\ a^2 - 6ab + b^2 &: k \\ \frac{mk}{(mk)^2 - 8ab} & \end{aligned}$$

$$\Rightarrow abc \text{ мин: } 2^{14} \cdot 7^{10} \quad 1 \quad 2 \cdot 7^{27}$$

3) $\Omega, \omega, \omega, \omega, \omega$?



$$a^2 - 6ab + b^2 = mk$$

$$8ab : m \Rightarrow m = 8ab$$

$a^2 - 6ab + b^2 = 8ab$
m и a не могут быть одновременно равными.

$$\begin{aligned} a+b &= 8k \\ 64k^2 - 8ab &= 8ab \\ 84 - 8k & \end{aligned}$$

$$\frac{BC}{CA} = \frac{1}{7} \Rightarrow BC = CA$$

$$\frac{BC}{CB} = \frac{EC}{CA} \quad \frac{BC}{CB}$$

$$\frac{1 - 4x^2}{49x^2 + 49x} = \frac{1}{49x}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a-b} = b$$

$$\begin{array}{r} 95 \\ \times 95 \\ \hline 475 \\ 855 \\ \hline 9025 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a > 8 \\ a > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 44 \\ \hline 88 \\ 176 \\ \hline 1936 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 44 \\ \hline 88 \\ 176 \\ \hline 1936 \end{array}$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a-b}$$

$$1) b = 0 \Rightarrow 7x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$$

$$a + 2\sqrt{ab} + b^2 = a - b$$

$$2\sqrt{ab} + b^2 = -b$$

$$2\sqrt{ab} + b = -1$$

$$2\sqrt{a} = -(1+b)$$

$$4a = 1 + 2b + b^2$$

$$4 \cdot (2x^2 - 5x + 3) = 1 + 2 \cdot (2 - 7x) + (2 - 7x)^2$$

$$8x^2 - 20x + 12 = 1 + 4 - 14x + 4 - 28x + 49x^2$$

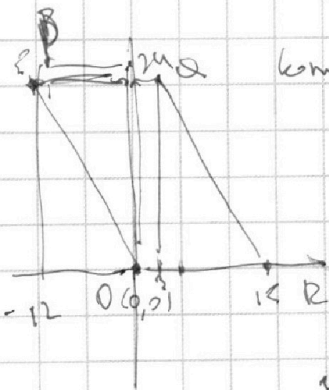
$$0 = 41x^2 - 22x - 3$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 - 4 \cdot 41 \cdot (-3) = 484 + 492 = 976 = (4\sqrt{61})^2$$

$$x_1 = \frac{22 + 4\sqrt{61}}{82}$$

$$x_2 = \frac{22 - 4\sqrt{61}}{82}$$



Комплексные корни $A(x_1, y_1)$
 $B(x_2, y_2)$

$$x_2 - y_2 = 12 \Rightarrow \sqrt{135} > 12$$

Второй неравенством

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2 \cdot \frac{4}{49} - \frac{10}{7} + 3 =$$

$$\frac{8}{49} - \frac{10}{49} + \frac{1}{49}$$

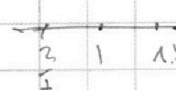
$$4 = \sqrt{135}$$

$$8 = 2\sqrt{135}$$

$$\frac{123}{145}$$

$$4 = \sqrt{135}$$

$$\frac{41}{37}$$



$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 169 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 169 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 169 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 169 \\ \hline 169 \end{array}$$