



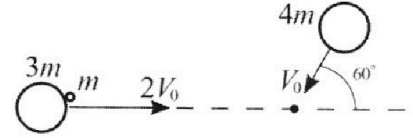
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 11-07



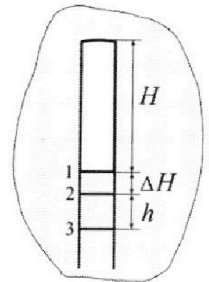
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Две небольшие шайбы скользят по гладкой горизонтальной поверхности так, как показано на рисунке, после чего происходит их столкновение. Масса первой шайбы  $3m$ , скорость  $2V_0$ , масса второй шайбы  $4m$ , скорость  $V_0$ . Угол между направлениями скоростей  $60^\circ$ . К первой шайбе прикреплен кусочек пластилина массы  $m$ .



- 1) Найдите скорость шайб, если после столкновения они приклеились друг к другу.
  - 2) На какую величину  $E_0$  увеличится внутренняя энергия системы после такого столкновения?
  - 3) Известно, что произошел такой удар, что шайбы не слиплись, а пластилин полностью прилип к правой шайбе. При этом внутренняя энергия системы увеличилась на величину  $2E_0/5$  (см. предыдущий пункт задачи). Найдите модуль скорости одной шайбы относительно другой после такого удара.
- Движения шайб до и после удара поступательные. В ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

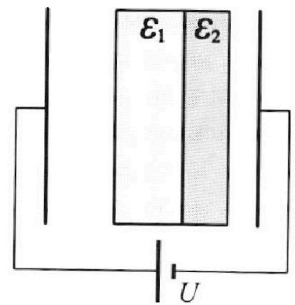
2. В воде на некоторой глубине удерживают пробирку в вертикальном положении, обращенную открытым концом вниз (см. рис.). Столб влажного воздуха имеет длину  $H = 30$  см, температура установилась  $t_1 = 17^\circ\text{C}$ , в таком состоянии пробирка находилась достаточно долго. В некоторый момент температуру системы резко поднимают до температуры  $t_2 = 77^\circ\text{C}$ , сохраняя прежнее давление. При этом вода в пробирке быстро опустилась с уровня 1 до уровня 2. После этого уровень воды начал медленно двигаться до уровня 3, опустившись на  $h = 10$  см. Изменением гидростатического давления на границе «воздух – вода» в пробирке можно пренебречь.



- 1) Найти расстояние  $\Delta H$  между первым и вторым уровнями.
- 2) Найти давление в пробирке  $P_0$ . Ответ дать в мм. рт. ст.

*Примечание:* давление насыщенного пара воды при температуре  $t_1$  равно  $P_1 = 15$  мм. рт. ст., при температуре  $t_2$  равно  $P_2 = 305$  мм. рт. ст.

3. В плоский конденсатор с площадью обкладок  $S$  и расстоянием между ними  $d$  помещены параллельно обкладкам и напротив них две соприкасающиеся пластины (см. рис.). У одной пластины диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1 = 3$ , толщина  $d/2$ , у другой пластины  $\epsilon_2 = 4$ , толщина  $d/3$ . У обеих пластин площадь каждой из двух поверхностей равна  $S$ . Конденсатор подключен к источнику с напряжением  $U$ .



- 1) Найти напряженность электрического поля  $E$  в левом воздушном зазоре конденсатора.
- 2) Найти заряд  $Q$  положительно заряженной обкладки конденсатора.
- 3) Найти связанный (поляризационный) заряд  $q$  на границе соприкосновения пластин.

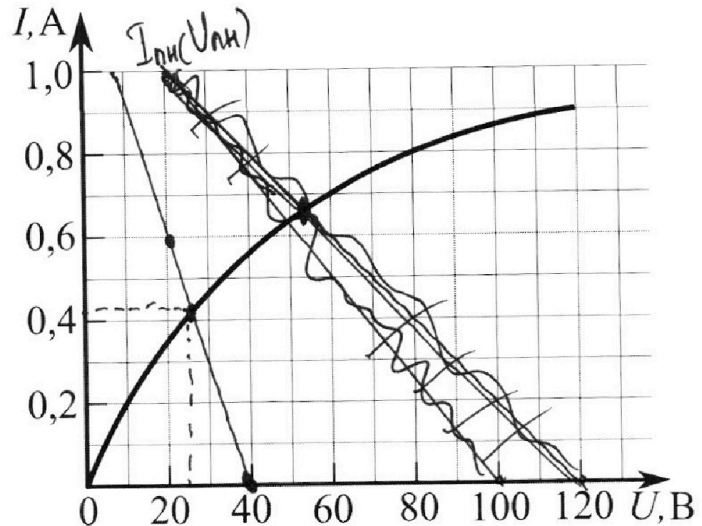
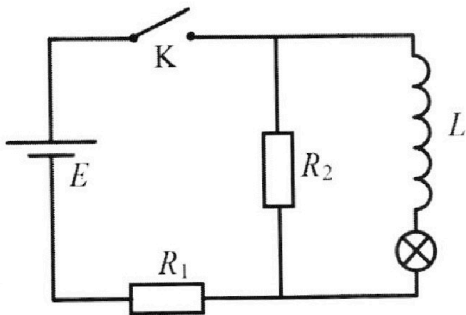
Ответы давать с числовыми коэффициентами в виде обыкновенных дробей.

Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

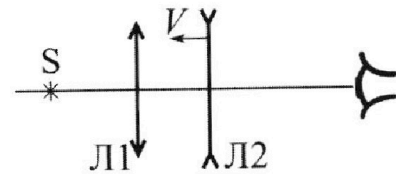
Вариант 11-07

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

4. В цепи (см. рис.) катушка индуктивности и источник идеальные,  $L = 0,25$  Гн,  $E = 120$  В,  $R_1 = 100$  Ом,  $R_2 = 50$  Ом. Вольт-амперная характеристика лампочки накаливания приведена на рисунке. Ключ К замыкают.
- 1) Найти ток  $I_{10}$  через  $R_1$  сразу после замыкания ключа.
  - 2) Найти скорость возрастания тока через катушку сразу после замыкания ключа.
  - 3) Найти ток через лампочку в установившемся режиме после замыкания ключа.



5. Главные оптические оси двух тонких линз совпадают. У линзы Л1 фокусное расстояние  $F_1 = 20$  см, у линзы Л2 фокусное расстояние  $F_2 = -10$  см. Неподвижный точечный источник света  $S$  расположен на расстоянии  $d = 10$  см от неподвижной линзы Л1. Линза Л2 приближается к Л1 с постоянной скоростью  $V = 1$  см/с. Изображение источника рассматривают со стороны линзы Л2 (см. рис.).



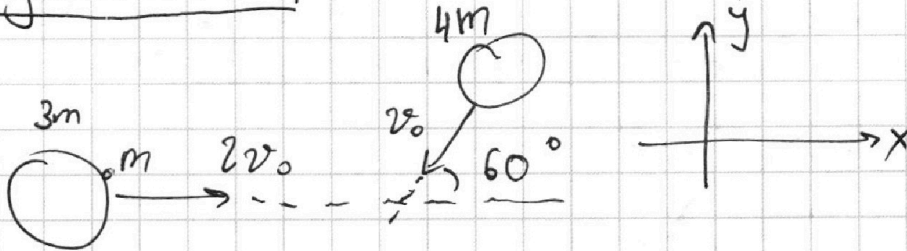
- 1) На каком расстоянии  $x_0$  от линз будет изображение, когда Л2 приблизится вплотную к Л1?
- 2) На каком расстоянии  $x$  от линзы Л2 будет изображение, когда расстояние между линзами станет  $L = 20$  см?
- 3) Найти скорость  $U$  (по модулю) изображения, когда расстояние между линзами станет  $L = 20$  см.



- 1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**Задача №1**



До столкновения.

Поскольку в т.ч. в силу того, что поверхность гладкая, на шарики не действует никаких внешних горизонтальных сил, то можно воспользоваться законом сохранения импульса (далее - ЗСИ).

Введем ось  $Ox$ , направленную вправо и параллельную скорости шара  $3m$  с осью пластин  $m$ , и ось  $Oy$ , перпендикулярную оси  $Ox$  и направленной вверх (см. рисунок).  
 Запишем ЗСИ по  $Ox$ :  $(3m+m)2v_0 + 4m(-v_0 \cos 60^\circ) = (3m+m+4m)v_x$ , где  $v_x$  - скорость всей системы "шар + пластина" по оси  $Ox$  (при этом  $v_x$  не обязательно  $> 0$ ) после абсолютно неупругого (по условию, т.к. шары приклеились) удара.  
 ЗСИ по  $Oy$ :  $(3m+m) \cdot 0 + 4m(-v_0 \sin 60^\circ) = (3m+m+4m)v_y$ , где  $v_y$  - скорость всей системы "шар + пластина" после удара ( $v_y$  не обязательно  $> 0$ )

~~Получаем систему  $(3m+m)2v_0 + 4m(-v_0 \cos 60^\circ) = (3m+m+4m)v_x$~~

$$\begin{cases} (3m+m)2v_0 + 4m(-v_0 \cos 60^\circ) = (3m+m+4m)v_x \\ (3m+m) \cdot 0 + 4m(-v_0 \sin 60^\circ) = (3m+m+4m)v_y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8mv_0 - 4mv_0 \cos 60^\circ = 8mv_x \\ -4mv_0 \sin 60^\circ = 8mv_y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8mv_0 - 4mv_0 \cdot 1/2 = 8mv_x \\ -4mv_0 \cdot \sqrt{3}/2 = 8mv_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6mv_0 = 8mv_x \\ -2\sqrt{3}mv_0 = 8mv_y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3v_0 = 4v_x \\ -\sqrt{3}v_0 = 4v_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = 0,75v_0 \\ v_y = -(\sqrt{3}/4)v_0 \end{cases}$$

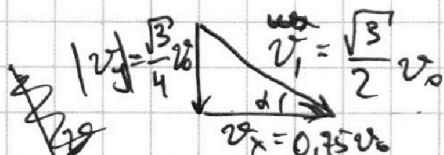
1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Пифагора модуль вектора скорости системы ~~после~~ после удара равен:

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3/4)v_0^2 + (3/4)v_0^2} = \frac{2\sqrt{3}}{4}v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0.$$

Таким образом, скорость направлена след. образом:



Поскольку  $\frac{v_1}{(v_y)} = 2$ , то  $\alpha = 30^\circ$  (см. рисунок;  $\alpha$  - угол между  $\vec{v}_x$  и  $\vec{v}_1$ );  $\Rightarrow$  угол между  $Ox$  и  $\vec{v}_1$ .

Таким образом,  $v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ ,  $v_1$  направлена вправо вниз под углом  $30^\circ$  к  $Ox$ .

Работа энергии  $E_0$  в начальном и конечном состояниях  $E_0$  будет равна - разности кинетической энергии ~~и потенциальной энергии~~  $(i.e. прот. работу по отн. к этой системе)$

Иными словами, в первом (начальном) состоянии суммарная кинетическая энергия  $E_{k1} = (3m+m) \cdot (2v_0)^2 + 4m \cdot v_0^2 = 4m \cdot 4v_0^2 + 4m \cdot v_0^2 = 8m \cdot v_0^2 + 4m \cdot v_0^2 = 12m \cdot v_0^2$ ;

во втором (после столкновения) состоянии суммарная кинетическая энергия  $E_{k2} = (3m+m+4m) \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2}v_0)^2 = 8m \cdot (\frac{3}{4})v_0^2 = 6m \cdot v_0^2$

Таким образом,  $E_0 = -(E_{k2} - E_{k1}) = -(6m \cdot v_0^2 - 12m \cdot v_0^2) = 6m \cdot v_0^2$ .

(Т.к. по ЗСЭ (здесь и далее - закону сохранения энергии  $E_{k1} = E_{k2} + E_0$ ), т.е. выделяемая в результате взаимодействия кинетической энергии пойдет на две - лишение внутренней энергии)

Для решения п.3 задачи перейдем в систему отсчета центра масс системы ~~и шаров + пластины~~  
 До столкновения приведенная масса системы равна  $\mu_1 = \frac{1}{\frac{1}{4m} + \frac{1}{3m+m}} = 2m$ , относительная скорость ~~иной~~ ~~относит.~~ друг друга равна  $v_{1отн}$ .

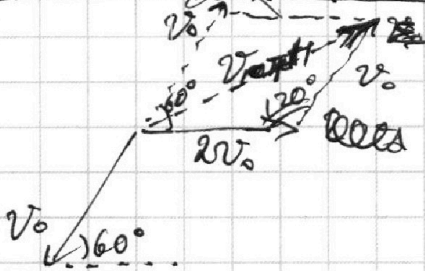
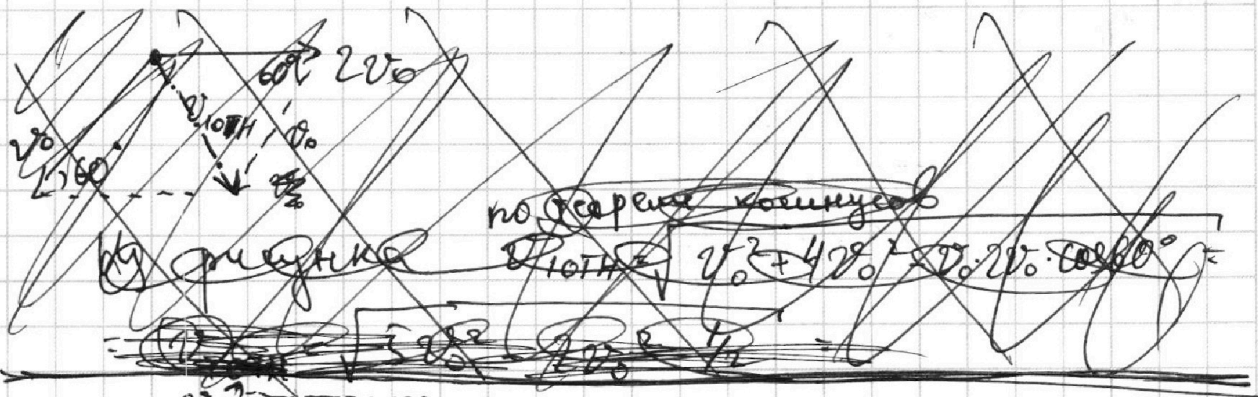
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



По т. косинусов из рисунка выше

$$v_{отн} = \sqrt{4v_0^2 + v_0^2 - 2 \cdot v_0 \cdot 2v_0 \cdot \cos 120^\circ} =$$

$$= \sqrt{5v_0^2 + 4v_0^2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{7} v_0.$$

~~Вектор скорости центра масс~~ После столкновения

приведенная масса  $\mu_2 = 1 / \left( \frac{1}{3m} + \frac{1}{4m+m} \right) =$

$$= \frac{1}{\frac{1}{3m} + \frac{1}{5m}} = \frac{1}{\frac{5m+3}{15m}} = \frac{15m}{8}$$

Пусть  $v_{отн}$  - искомая скорость шара  
относительно друг друга после столкновения.  
Тогда по закону сохранения энергии:

$$\frac{\mu_1 \cdot v_{отн}^2}{2} = \frac{\mu_2 \cdot v_{отн}^2}{2} + 2E_0 / 5.$$

$$\frac{2m \cdot 7v_0^2}{2} = \frac{(15m/8) \cdot v_{отн}^2}{2} + 7m v_0^2 \cdot \frac{2}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$7m v_0^2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{15m}{16} \cdot v_{20TH}^2$$

$$7m v_0^2 = \frac{15m}{16} \cdot \frac{5}{3} \cdot v_{20TH}^2$$

$$7m v_0^2 = \cancel{15m} \cdot \frac{25}{16} v_{20TH}^2$$

$$\frac{7 \cdot 16}{25} v_0^2 = v_{20TH}^2$$

$$v_{20TH} = \frac{4\sqrt{7}}{5} v_0$$

Ответ:

1)  $v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$

2)  $E_0 = 7m v_0^2$

3)  $v_{20TH} = \frac{4\sqrt{7}}{5} v_0$



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

**Задача №2**

Выраши температуры  $t_1$  и  $t_2$  в Кельвинах где  
 $t_1 = 17^\circ\text{C} \approx (17 + 273)\text{K} = 290\text{K}$   
 $t_2 = 77^\circ\text{C} \approx (77 + 273)\text{K} = 350\text{K}$

~~Выводим уравнение состояния идеального газа в равновесии~~

Примем за  $S$  площадь основания цилиндра.  
 Зададим: 1 состояние = вода на уровне 1;  
 2 состояние = вода на уровне 2;  
 3 состояние = вода на уровне 3;

Примем за  $p_{1n}$  - давление водяного пара в сос. 1,  
 $p_{1B}$  - давление остальных газов в сос. 1;  
 $p_{2n}$  - давление водяного пара в сос. 2;  
 $p_{2B}$  - давление остальных газов в сос. 2;  
 $p_{3n}$  - давление водяного пара в сос. 3;  
 $p_{3B}$  - давление остальных газов в сос. 3.

По условию давление при переходе из сос. 1 в сос. 2 не изменилось  $\Rightarrow$  по закону Дальтона  
 $p_0 = p_{1B} + p_{1n} = p_{2B} + p_{2n}$   
 По уравнению Менделеева - Клапейрона и закону Дальтона для состояний 1-3:

$$(p_{1B} + p_{1n}) H S = \nu_{12} R t_1$$

$$(p_{2B} + p_{2n}) (H + \Delta H) S = \nu_{12} R t_2$$

$$(p_{3B} + p_{3n}) (H + \Delta H + h) S = \nu_{12} R t_2$$

(т.к. темп. изменились быстро то пар не успевает конденсироваться  $\Rightarrow$   $\nu = \text{const}$  для перехода 1-2)  
 Кроме этого, в переходе 1-2 часть воды не только успевает испариться, но и по условию давление во всех 3 сос. одинаково и равно  $p_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow p_0 = p_{1B} + p_{1n} = p_{2B} + p_{2n} = p_{3B} + p_{3n}$$

то есть, получаем:

$$\begin{cases} p_0 H S = \nu_{12} R t_1 \\ p_0 (H + \Delta H) S = \nu_{12} R t_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{H}{H + \Delta H} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow t_1 (H + \Delta H) = H t_2 \Rightarrow t_1 H + t_2 H = t_1 \Delta H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta H = H \frac{t_2 - t_1}{t_1} = 30 \text{ см} \cdot \frac{350\text{K} - 290\text{K}}{290\text{K}} = 30 \text{ см} \cdot \frac{60\text{K}}{290\text{K}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{180}{29} \text{ см}$$

[ср. 5/13]

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По условию давление постоянно  $\Rightarrow$  в переходе <sup>между состояниями</sup>  
 2-3 объем увеличивается за счет испарения в водной пар воды. При этом когда объем прибавать перестал (объем = объем газа + газом), то в состоянии 3 водной пар насыщенный и  $p_{3n} = p_2 = 305$  мм рт.ст.

Поскольку до перехода между состояниями 1-2 влажный воздух находился достаточно долго, то в состоянии 1 пар также насыщенный, то есть  $p_{1n} = p_1 = 15$  мм рт.ст.

В переходе 1-2 предельное давление сохраняется  $\Rightarrow$  процесс 1-2 изобарный и для водного пара, и для прожектов газов. Отсюда  $p_{1n} = p_{2n}$  и  $p_{1B} = p_{2B}$ .

Теперь примем за  $v_{12n}$  количество водного пара в состоянии 1 и 2, за  $v_{3n}$  количество водного пара в состоянии 3, за  $v_B$  количество остальных газов во всех трех состояниях (оно, очевидно, постоянно).

Тогда по уравнению Менг.-Кл.:

$$\begin{aligned} p_{1B} H S &= v_B R t_1 & p_{1n} H S &= v_{12n} R t_1 \\ p_{2B} (H + \Delta H) S &= v_B R t_2 & p_{2n} (H + \Delta H) S &= v_{12n} R t_2 \\ p_{3B} (H + \Delta H + h) S &= v_B R t_3 & p_{3n} (H + \Delta H + h) S &= v_{3n} R t_3 \end{aligned}$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} p_{1B} H S &= v_B R t_1 & p_{1n} H S &= v_{12n} R t_1 \\ p_{1B} (H + \Delta H) S &= v_B R t_2 & p_{1n} (H + \Delta H) S &= v_{12n} R t_2 \\ p_{3B} (H + \Delta H + h) S &= v_B R t_3 & p_{2n} (H + \Delta H + h) S &= v_{3n} R t_3 \end{aligned}$$

Следовательно:

$$\frac{p_1 (H + \Delta H) S}{p_2 (H + \Delta H + h) S} = \frac{v_{12n} R t_2}{v_{3n} R t_2} \Rightarrow \frac{v_{3n}}{v_{12n}} = \frac{p_2 (H + \Delta H + h)}{p_1 (H + \Delta H)}$$

При этом мы знаем, что  $(p_{2B} + p_{2n})(H + \Delta H) S = v_{12} R t_2$   
 $(p_{3B} + p_{3n})(H + \Delta H + h) S = v_3 R t_2$ , то

$$\frac{H + \Delta H}{H + \Delta H + h} = \frac{v_{12}}{v_3} = \frac{v_B + v_{12n}}{v_B + v_{3n}}$$

Получаем систему:  $(p_1 (H + \Delta H) v_{3n} = p_2 (H + \Delta H + h) v_{12n}$   
 $(v_B (H + \Delta H) + v_{3n} (H + \Delta H) = v_B (H + \Delta H + h) + v_{12n} (H + \Delta H + h))$   
 $\Rightarrow v_B (H + \Delta H) + v_{12n} \frac{p_2 (H + \Delta H + h)}{(H + \Delta H) p_1} (H + \Delta H) = v_B (H + \Delta H + h) + v_{12n} (H + \Delta H + h)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \nu_{12n} P_2 (H + \Delta H + h) \cdot \frac{1}{P_1} = \nu_B h + \nu_{12n} (H + \Delta H + h) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu_{12n} \frac{P_2}{P_1} (H + \Delta H + h) - \nu_{12n} (H + \Delta H + h) = \nu_B h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu_{12n} (H + \Delta H + h) \left( \frac{P_2}{P_1} - 1 \right) = \nu_B h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu_B = \nu_{12n} \frac{H + \Delta H + h}{h} \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_1}$$

Из уравнений: 
$$\begin{cases} P_0 H S = (\nu_{12n} + \nu_B) R L_1 \\ P_1 H S = \nu_{12n} R L_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_0}{P_1} = \frac{\nu_{12n} + \nu_B}{\nu_{12n}} = \frac{\nu_{12n} \left( 1 + \frac{H + \Delta H + h}{h} \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_1} \right)}{\nu_{12n}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_0 = P_1 \cdot \left( 1 + \frac{H + \Delta H + h}{h} \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_1} \right) =$$

$$= 15 \text{ мм рт. ст.} \cdot \left( 1 + \frac{30 \text{ см} + \frac{180}{29} \text{ см} + 10 \text{ см}}{10 \text{ см}} \cdot \frac{305 \text{ мм рт. ст.} - 15 \text{ мм рт. ст.}}{15 \text{ мм рт. ст.}} \right) =$$

$$= 15 \text{ мм рт. ст.} \cdot \left( 1 + \frac{40 \cdot 29 + 180}{290} \cdot \frac{290}{15} \right) =$$

$$= 15 \text{ мм рт. ст.} \cdot \left( 1 + \frac{40 \cdot 29 + 180}{15} \right) =$$

$$= 15 \text{ мм рт. ст.} \cdot \frac{205 + 40 \cdot 29}{15} =$$

$$= (205 + 40 \cdot 29) \text{ мм рт. ст.} = (205 + 360 + 800) \text{ мм рт. ст.} =$$

$$= (1005 + 360) \text{ мм рт. ст.} \Rightarrow P_0 = 1365 \text{ мм рт. ст.}$$

Ответ: 1)  $\Delta H = \frac{180}{29} \text{ см}$

2)  $P_0 = 1365 \text{ мм рт. ст.}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

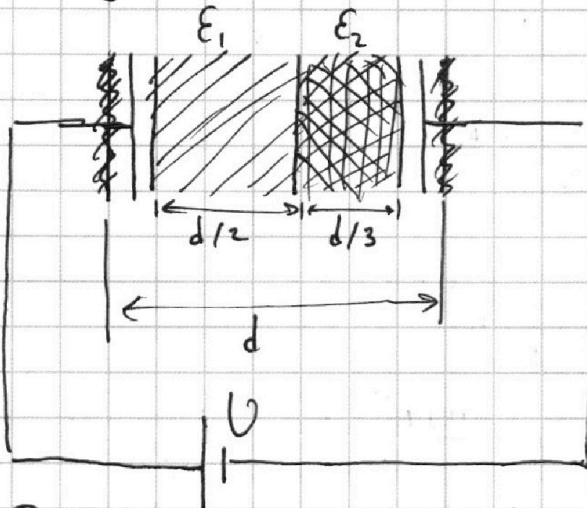
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

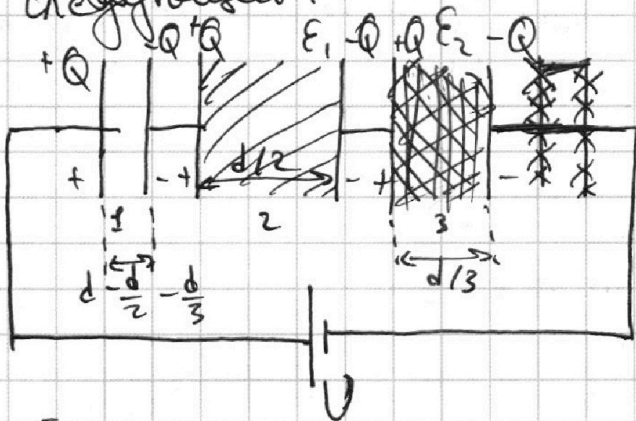
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



### Задача №3



~~Данная схема эквивалентна следующей:~~  
Данная схема эквивалентна следующей:



Емкость конденсатора 1 равна  $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d - \frac{d}{2} - \frac{d}{3}} = \frac{6\epsilon_0 S}{d}$ ;

Емкость конденсатора 2 равна  $C_2 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0 S}{d/2} = \frac{2 \cdot 3\epsilon_0 S}{d} = \frac{6\epsilon_0 S}{d}$ .

Емкость конденсатора 3 равна  $C_3 = \frac{\epsilon_0 S}{d/3} = \frac{3\epsilon_0 S}{d} = \frac{12\epsilon_0 S}{12d}$ .

~~Общая емкость~~  $C_2$  - общая емкость этих 3 конденсаторов

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{d}{6\epsilon_0 S} + \frac{d}{6\epsilon_0 S} + \frac{d}{12\epsilon_0 S} = \frac{5d}{12\epsilon_0 S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{12\epsilon_0 S}{5d}$$



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Заряд конденсаторов  $q_1, q_2, q_3$  и потенциалы.~~

Заряд на таком "одном" конденсаторе будет равен  $q_\varepsilon = C_\varepsilon U = \frac{12\varepsilon_0 S U}{5d}$ .

Напряженность поля в левом зазоре ~~будет~~ равна напряженности внутри конденсатора, в эквивалентной схеме, то есть:

$$E = \frac{q_\varepsilon}{\varepsilon_0 S} = \frac{12\varepsilon_0 S U}{5d} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0 S} \Rightarrow E = \frac{12U}{5d}$$

Заряд положительно заряженной (т.е. левой) обкладки конденсатора по условию будет равен  $Q = \int q_\varepsilon = \frac{12\varepsilon_0 S U}{5d}$ .

Вернемся к исходной ситуации.

Пусть на левой части диэлектрика заряд  $q_1$ , на ~~левой~~ <sup>верхней</sup> обложке заряд  $q_2$ , на правой части заряд  $q_3$ .

Тогда по закону сохранения заряда  $q_1 + q_2 + q_3 = 0$ .

Кроме этого,

$$\frac{q_1}{2\varepsilon_1 \varepsilon_0 S} - \frac{q_2}{2\varepsilon_1 \varepsilon_0 S} = \frac{Q}{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}$$

$$\frac{q_2}{2\varepsilon_2 \varepsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\varepsilon_2 \varepsilon_0 S} = \frac{Q}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}$$

То есть:

$$\begin{cases} q_1 + q_2 + q_3 = 0 \\ q_1 - q_2 = 2Q \\ q_2 - q_3 = 2Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 + q_2 + q_3 = 0 \\ q_1 + q_3 = 4Q \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  искомый  $q_2 = -4Q \Rightarrow q_2 = -\frac{48\varepsilon_0 S U}{5d}$ .

Ответ: 1)  $E = \frac{12U}{5d}$ ; 2)  $Q = \frac{12\varepsilon_0 S U}{5d}$ ;  
3)  $q = -\frac{48\varepsilon_0 S U}{5d}$ .

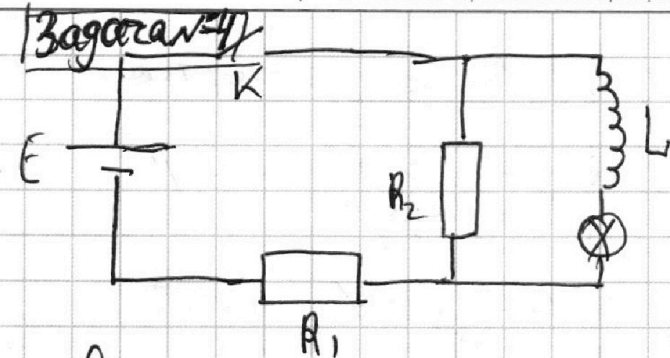
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Сразу после замыкания ключа ток через ветвь с катушкой и лампой не пойдет  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow I_{10} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{120 \text{ В}}{100 \text{ Ом} + 50 \text{ Ом}} = 0,8 \text{ А}.$

Сразу после замыкания ключа ток через лампу идет нулевым в силу того, что ток через катушку нулевой  $\Rightarrow$  напряжение  $U_L = U_{R_2}$  ( $U_{R_2}$  - напряж. на резисторе  $R_2$ ,  $U_L$  - напряж. -ие на катушке).  
 $U_L = L \frac{dI}{dt}$ , где  $\frac{dI}{dt}$  - скорость возраст. тока через катушку

$$U_{R_2} = I_{10} \cdot R_2.$$

$$\text{То есть } L \frac{dI}{dt} = I_{10} R_2 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{I_{10} R_2}{L} = \frac{0,8 \text{ А} \cdot 50 \text{ Ом}}{0,25 \text{ Гн}} = 160 \frac{\text{А}}{\text{с}}.$$

В установившемся режиме после замыкания ключа напряжение на катушке нулевое (т.к. уменьшение тока на катушке нулевое и  $\frac{dI}{dt}$  установившегося состояния).

Пусть в этом состоянии ток через:  $R_2 - I_{R_2H}$ ; лампу -  $I_{лH}$

напряж. на лампе -  $U_{лH}$

СР. 10/13

~~$E = (I_{R_2H} + I_{лH}) R_1 + I_{R_2H} R_2 \Rightarrow I_{R_2H} R_2 = E - (I_{R_2H} + I_{лH}) R_1$   
 $I_{R_2H} R_2 = E - I_{R_2H} R_1 - I_{лH} R_1 \Rightarrow I_{R_2H} (R_2 + R_1) = E - I_{лH} R_1$   
 $I_{лH} = \frac{E - I_{R_2H} (R_2 + R_1)}{R_1}$   
 $I_{лH} = \frac{120 - I_{R_2H} (100 + 50)}{100}$   
 $I_{лH} = 1,2 - 0,0015 I_{R_2H}$   
 В точке  $U_{лH} = 20 \text{ В}$ ,  $I_{лH} = 1 \text{ А}$ ,  $U_{лH} = 120 \text{ В}$ ,  $I_{лH} = 0$   
 Проверим данные пункты на графике~~



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Точка пересечения данных прямой с графиком  
и условия находится в точке  $U_{ЛН} = 55 В$ ,  $I_{ЛН} = 0,65 А$   
Отсюда  $I_{R2H} = \frac{U_{ЛН}}{R_2} = 1,1$~~

Тогда:  $E = (I_{ЛН} + I_{R2H}) R_1 + I_{R2H} R_2 = (I_{ЛН} + I_{R2H}) R_1 + U_{ЛН}$

$U_{ЛН} = I_{R2H} R_2$

$I_{R2H} = \frac{U_{ЛН}}{R_2}$

$I_{ЛН} R_1 = E - U_{ЛН} \left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right)$

$I_{ЛН} = \frac{E - U_{ЛН} \left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right)}{R_1} \Rightarrow I_{ЛН} = \frac{120 - U_{ЛН} (2+1)}{100} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_{ЛН} = 1,2 - 0,03 U_{ЛН}$

При этом ~~наша~~ наша ситуация будет находиться ~~на~~ на графике на пересечении полученных функций  $I_{ЛН}(U_{ЛН})$  и ~~в~~ В АХ параллельно ~~и~~ условия; это точка  $U_{ЛН} \approx 25 В$ ;  $I_{ЛН} \approx 0,45 А$ .

Ответ: 1)  $I_{10} = 0,8 А$

2)  $\frac{dI}{dt} = 160 \frac{А}{с}$

3)  $I_{ЛН} \approx 0,45 А$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



# Задача №5

Когда  $\Lambda_2$  будет находиться вплотную к  $\Lambda_1$ , то оптическая сила полученной системы линз будет равна ~~какой-то~~ сумме оптич. сил  $\Delta$  линз по отдельности, то есть:

$$\frac{1}{F_\Sigma} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}, \text{ где } F_\Sigma - \text{фокусное расстояние}$$

системы линз.  $\Rightarrow \frac{1}{F_\Sigma} = \frac{F_1 + F_2}{F_1 F_2} \Rightarrow F_\Sigma = \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2}$

По формуле тонкой линзы:

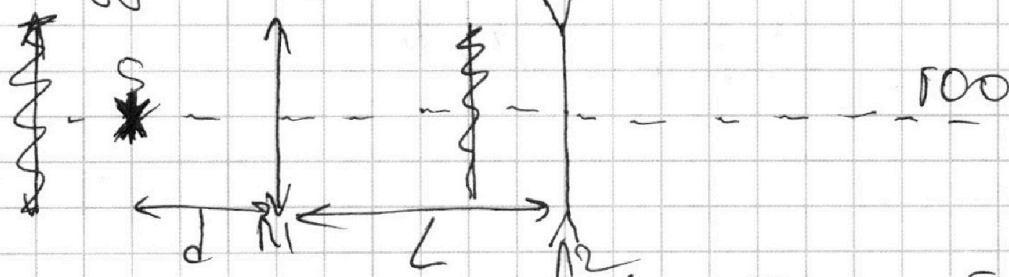
$$\frac{1}{F_\Sigma} = \frac{1}{d} + \frac{1}{x_0} \Rightarrow \frac{1}{x_0} = \frac{1}{F_\Sigma} - \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{x_0} = \frac{d - F_\Sigma}{F_\Sigma d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{F_\Sigma d}{d - F_\Sigma} = \frac{F_1 F_2 d}{(F_1 + F_2) \left( d - \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} \right)} = \frac{20 \text{ см} \cdot (-10 \text{ см}) \cdot 10 \text{ см}}{(20 \text{ см} + 10 \text{ см}) \left( 10 \text{ см} - \frac{20 \cdot (-10)}{20 + 10} \text{ см} \right)}$$

$$= \frac{-200 \cdot 10}{10 \cdot \left( 10 - \frac{-200}{10} \right)} \text{ см} = \frac{-2000 \text{ см}}{10(10 + 20)} = \frac{-2000}{300} \text{ см} = -\frac{20}{3} \text{ см},$$

т.е. изображение будет на расстоянии  $\frac{20}{3}$  см слева от системы линз.

Теперь рассмотрим случай, когда расст. между линзами



Изображение источника в собирающей линзе  $\Lambda_1$  будет на расстоянии  $F_1$  справа от  $\Lambda_1$ . По формуле тонкой линзы (для  $\Lambda_1$ ):

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F_1} \Rightarrow \frac{1}{F_1} = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{F_1} = \frac{d - F_1}{F_1 d}$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{F_1 d}{d - F_1} = \frac{20 \text{ см} \cdot 10 \text{ см}}{10 \text{ см} - 20 \text{ см}} = \frac{200}{-10} \text{ см} = -20 \text{ см} \Rightarrow \text{уотра}$$

СТР. 12/13

На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

меньше минимуме, находится на расстоянии  
 $X_1 = 20 \text{ см}$  слева от минимума  $\Rightarrow$  на расстоя-  
 нии  $X_2 = l + X_1 = 40 \text{ см}$  слева от рассеива-  
 ющей линзы  $\Lambda_2$

По формуле тонкой линзы (для  $\Lambda_2$ ):

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X} \Rightarrow \frac{1}{X} = \frac{1}{F_2} - \frac{1}{X_2} \Rightarrow \frac{1}{X} = \frac{X_2 - F_2}{X_2 F_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = \frac{X_2 F_2}{X_2 - F_2} = \frac{40 \text{ см} \cdot (-10 \text{ см})}{40 \text{ см} + 10 \text{ см}} = \frac{-400}{50} \text{ см} = -8 \text{ см} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  изображение в  $\Lambda_2$  будет находиться слева  
 от линзы на расстоянии  $8 \text{ см}$ .

Пусть скорость изображения в 1-й линзе  $v_1$ .  
 Тогда прием направления к изображению от линзы  $\Lambda_1$  положителен.

$$\text{Тогда для 1-й линзы } \Gamma_1 = \frac{v_1}{d} = \frac{v_1}{v} \Rightarrow v_1 = \frac{v \Gamma_1}{d} =$$

$$= \frac{1 \text{ см/с} \cdot (-20 \text{ см})}{10 \text{ см}} = -2 \text{ см/с}.$$

$$\text{Для 2-й линзы } \Gamma_2 = \frac{v}{X_2} = \frac{u}{v_1} \Rightarrow u = \frac{X_2 v_1}{v} =$$

$$= \frac{-2 \text{ см/с} \cdot (-8 \text{ см})}{40 \text{ см}} = -2 \text{ см/с} \cdot \left(\frac{1}{5}\right) = +0,4 \text{ см/с}.$$

Ответ:

- 1)  $|X_0| = + \frac{20}{3} \text{ см}$  (слева от линзы)
- 2)  $|X| = 8 \text{ см}$  (слева от линзы  $\Lambda_2$ )
- 3)  $u = 0,4 \text{ см/с}$ .

