



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 11



1. [4 балла] Решите неравенство

$$|x^3 + 4| + |x^2 - 1| \leq |x^3 - x^2 + 5|.$$

2. [4 балла] Сколько существует троек натуральных чисел  $(a; b; c)$  таких, что они образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию, а их произведение  $abc$  равно  $2^{150} \cdot 3^{300}$ ?

3. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$x^2(y - 2) - x(13y - 27) + 44y - 94 = 0.$$

4. [5 баллов] Вокруг треугольника  $ABC$  описана окружность  $\Omega$ . Точки  $D$  и  $E$  – середины сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно,  $CF$  – биссектриса угла  $C$  треугольника  $ABC$ . Прямые  $ED$  и  $CF$  пересекаются в точке  $G$ , принадлежащей  $\Omega$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если известно, что площадь треугольника  $BCF$  в 16 раз больше площади треугольника  $DGF$ .

5. [4 балла] На координатной плоскости нарисован квадрат, все вершины которого лежат на графике функции  $y = x^5 + ax$ . Известно, что одна из диагоналей квадрата лежит на прямой  $y = -3x$ , а центр совпадает с началом координат. Найдите значение параметра  $a$  и сторону квадрата.

6. [5 баллов] Числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  не все равны между собой, и при этом

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a}.$$

Найдите минимально возможное значение произведения  $abc$ .

7. [6 баллов] Равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ) вписан в окружность  $\omega$ , а на дуге  $AC$ , не содержащей точку  $B$ , взяты точки  $E$  и  $D$  так, что отрезки  $AD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $F$ . На лучах  $EA$  и  $DC$  отметили точки  $X$  и  $Y$  соответственно таким образом, что  $AX = CF$  и  $CY = AF$ . Найдите площадь четырёхугольника  $BXFY$ , если  $BF = 17$ ,  $XY = 31$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$|x^3+4|+|x^2-1| \leq |x^3-x^2+5|; \quad x^3+4=a, \quad x^2-1=b$$

$$|a|+|b| \leq |a+b|$$

$|a|+|b| \leq |a+b|$ , но по нер-бу 0 возможны  $|a|+|b| > |a+b|$ , соотв.

$$|a|+|b| = |a+b|$$

$$|x^3+4|+|x^2-1| = |x^3-x^2+5|$$

$$I. \quad a \geq 0 \quad b \geq 0; \quad a+b$$

$$x^3+4 \geq 0 \quad 1-x^2 \geq 0$$

$$x^3 \geq -4 \quad x^2 \leq 1$$

$$x \geq -\sqrt[3]{4}$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 5; \quad f'(x) = 3x^2 - 2x = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{2}{3}$$

$$f(x_1) = 5$$

$$f(x_2) = \frac{8}{27} - \frac{4}{9} + 5 = \frac{8-4 \cdot 3 + 5 \cdot 27}{27} > 0$$

$$\forall x \geq 0: f(x) > 0$$

$$x^3+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\sqrt[3]{4}; \quad x^2-1 \geq 0 \Rightarrow x = \pm 1; \quad f(x) = x^3 - x^2 + 5; \quad f(x) \geq 0$$

и-функция

$$f(-1) = 5; \quad f(-\sqrt[3]{4}) < 0$$

|         |   |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|---|
| $x^2-1$ | + | + | + | - | + |
| $x^3+4$ | - | + | + | + | + |
| $f(x)$  | - | - | + | + | + |

$-\sqrt[3]{4} \quad 0 \quad -1 \quad 1$

$$I. \quad x \geq 1; \quad x^3+4+x^2-1 = x^3-x^2+5$$

$$2x^2 \geq 2$$

$$x^2 \geq 1$$

$$x = \pm 1 \Rightarrow x = 1$$

$$II. \quad x \in [-1; 1):$$

$$x^3+4-x^2+1 = x^3-x^2+5$$

$$x \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in [-1; 1)$$

$$III. \quad x^3+4+x^2-1 = x^3-x^2+5 \Rightarrow x = \pm 1, \quad \pm 1 \notin$$

$$IV. \quad x \in [1; -1) \Rightarrow x^3+4+x^2-1 = x^3-x^2+5 \Rightarrow x = \pm 1, \quad \text{но } \pm 1 \notin [1; -1).$$

$$V. \quad x \in [-\sqrt[3]{4}; 1) \Rightarrow x^3+4+x^2-1 = x^3-x^2+5 \Rightarrow 2x^3 = -8$$

$$x^3 = -4 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{4}$$

$$VI. \quad x \in (-\infty; -\sqrt[3]{4}) \Rightarrow x^3-1-x^2+4 = -x^3+x^2-5 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in (-\infty; -\sqrt[3]{4})$$

$$Orb; \quad x \in (-\infty; -\sqrt[3]{4}] \cup [-1; 1]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c$  - первую член. прогрессию, т.е.  $b = aq$ ,  $c = bq = aq^2$ , где  
 $q$  - множитель член. прогрессии, тогда

$$a \cdot b \cdot c = a \cdot aq \cdot aq^2 = a^3 q^3 = 2^{150} \cdot 3^{300} \Rightarrow aq = b = 2^{50} \cdot 3^{100}$$

$$a = \frac{b}{q} = \frac{2^{50} \cdot 3^{100}}{q}, \quad q - \text{натур. множитель числа } 2^{50} \cdot 3^{100},$$

а число множителей такого числа  $(50+1)(100+1) =$   
 $= 51 \cdot 101 = 5151$ . Число  $c = bq$  тоже будет натуральным,  
потому что  $b, q \in \mathbb{N}$ .

Ответ: 5151.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) x^2(y-2) - x(13y-27) + 2(22y-47) = 0$$

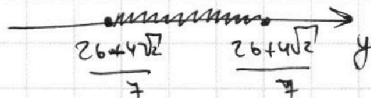
$$D_1 = (13y-27)^2 - 4(y-2) \cdot 2(22y-47) = 169y^2 - 702y + 729 - 8(22y^2 - 91y + 94) =$$

$$= 169y^2 - 176y^2 - 702y + 728y + 729 - 752 = -7y^2 + 26y - 23 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7y^2 - 26y + 23 \leq 0$$

$$D_2 = 26^2 - 4 \cdot 7 \cdot 23 = 4(169 - 161) = 2^5$$

$$y_{1,2} = \frac{26 \pm \sqrt{2^5}}{7} = \frac{26 \pm 4\sqrt{2}}{7}, \quad 26$$



$$2) \frac{26+4\sqrt{2}}{7} \vee 5$$

$$26+4\sqrt{2} \vee 35$$

$$4\sqrt{2} \vee 9 \uparrow^2$$

$$32 < 81$$

$$\frac{26+4\sqrt{2}}{7} \vee 4$$

$$26+4\sqrt{2} \vee 28$$

$$4\sqrt{2} \vee 2 \uparrow^2$$

$$32 > 4$$

$$\frac{26-4\sqrt{2}}{7} \vee 3$$

$$26-4\sqrt{2} \vee 21$$

$$5 \vee 4\sqrt{2} \uparrow^2$$

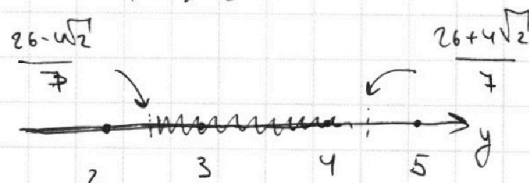
$$25 < 32$$

$$\frac{26-4\sqrt{2}}{7} \vee 2$$

$$26-4\sqrt{2} \vee 14$$

$$12 \vee 4\sqrt{2} \uparrow^2$$

$$144 \geq 32$$



если  $y \in \mathbb{N}$ , то  $y \in \{3; 4\}$

$$I. y=3 : x^2(3-2) - x(13 \cdot 3 - 27) + 44 \cdot 3 - 94 = 0$$

$$x^2 - 12x + 38 = 0$$

$$D = 12^2 - 4 \cdot 38 = 4(6^2 - 38) < 0$$

$$II. y=4 : x^2(4-2) - x(13 \cdot 4 - 27) + 44 \cdot 4 - 94 = 0 ; 2x^2 - 25x + 82 = 0$$

$$D = 25^2 - 4 \cdot 2 \cdot 82 = 625 - 656 < 0. \quad \text{Ответ: } \emptyset.$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \frac{BF}{FH} = \frac{BC}{AC} = \frac{4x}{5x+x} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \cos \angle BCA$$

$$6) \angle C = \arccos \frac{2}{3}, \angle B = 90^\circ, \angle A = 90^\circ - \arccos \frac{2}{3} - \text{Ответ.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☒

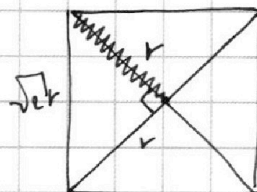
6  
☐

7  
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\rho(0; (x_1, y_1)) = \sqrt{\sqrt{-a-3} \cdot 10} = \sqrt{\sqrt{\frac{73}{24}-3} \cdot 10} = \sqrt{\sqrt{\frac{100}{24}}}$$
$$= \sqrt[4]{\frac{25}{8}}$$



вет илие расстояние  
ли илии.

$$\text{сторона} = \sqrt{2} \cdot \rho(0; (x_1, y_1)) = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{25}{8}} = \sqrt[4]{\frac{25}{2}}$$

$$\text{Ответ: } a = -\frac{73}{24}, \text{ сторона} = \sqrt[4]{\frac{25}{2}}$$

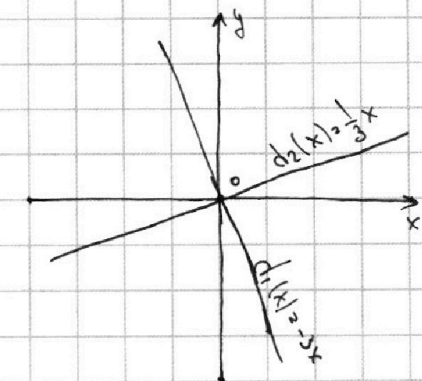
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Дисконанс и вектора перпендикулярны,  
 $d_1(k) \perp d_2(k)$ , и центр в  $(0; 0) \Rightarrow$

$$d_2(k) = \frac{1}{3}k.$$

2)  $f(k) = x^5 + ak$  - нечетная функция

$$f(k) \cap d_1(k) \Leftrightarrow f(k) - d_1(k) = 0$$

$$x^5 + ak + 3k = 0$$

$$x^5 + (a+3)k = 0, k=0 - \text{тр. вектора стороны } O, \text{ вырожденная.}$$

$$x^4 = -a-3 \Rightarrow x_{12} = \pm \sqrt[4]{-a-3}, y_{12} = d_1(x_{12}) = \pm \frac{1}{3} \sqrt[4]{-a-3}, a \leq -3$$

Аналогично  $f(k) - d_2(k) = 0$

$$x^5 + ak - \frac{1}{3}k = 0$$

$$x^4 = \frac{1}{3} - a \Rightarrow x_{34} = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{3} - a}, y_{34} = d_2(x_{34}) = \pm \frac{1}{3} \sqrt[4]{\frac{1}{3} - a}, a \leq \frac{1}{3}$$

3) Т.ч.  $f(k), d_1(k), d_2(k)$  - нечетные функции, то

$$\rho(0; (x_1; y_1)) = \rho(0; (x_2; y_2)); \rho(0; (x_3; y_3)) = \rho(0; (x_4; y_4))$$

$\rho$  - расстояние.

Нужно, чтобы  $\rho(0; (x_1; y_1)) = \rho(0; (x_3; y_3))$  - вектор.

$$\sqrt{\sqrt{-a-3} + 9\sqrt{-a-3}} = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{3}-a} + \frac{1}{9}\sqrt{\frac{1}{3}-a}}$$

$$10\sqrt{-a-3} = \frac{10}{9}\sqrt{\frac{1}{3}-a} \Rightarrow \sqrt{-a-3} = \frac{1}{9}\sqrt{\frac{1}{3}-a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{-a-3}{\frac{1}{3}-a}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{a+3}{a-\frac{1}{3}} = \frac{1}{81} \Rightarrow a = -\frac{73}{24}.$$

Продолжение...



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} = c + \frac{5}{a}$$

$$a + b + c + 5 \left( \frac{ab + bc + ca}{abc} \right) = 3S$$

$$\begin{cases} a + \frac{5}{b} = b + \frac{5}{c} \\ a + \frac{5}{b} = c + \frac{5}{a} \end{cases} \quad a = \frac{5}{b} \sqrt{\frac{5}{c}} \quad b + \frac{5}{c} - \frac{5}{b}$$

$$c + \frac{5}{b + \frac{5}{c} - \frac{5}{b}} = c + \frac{5bc}{b^2c + 5(b-c)}$$

$$a + \frac{5}{b} = c + \frac{5bc}{b^2c + 5(b-c)}$$

$$b = \sqrt{ac}$$

$$a = c + \frac{5bc}{b^2c + 5(b-c)} - \frac{5}{b}$$

$$(a+b+c)^2 - a^2 - b^2 - c^2 = 2(ab+bc+ca)$$

$$(a+b+c)^3 =$$

$$a + \frac{5}{\sqrt{ac}} = \sqrt{ac} + \frac{5}{b}$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(ab+bc+ca)$$

$$\left(a + \frac{5}{b}\right) \left(b + \frac{5}{c}\right) \left(c + \frac{5}{a}\right) = \left(ab + 5 + \frac{5a}{c} + \frac{25}{bc}\right) \left(c + \frac{5}{a}\right) =$$

$$= abc + 5c + 5a + \frac{25}{b} + 5b + \frac{25}{a} + \frac{25}{c} + \frac{125}{abc} = S^3$$

$$abc + 5(a+b+c) + 25 \left( \frac{ab+bc+ca}{abc} \right) + \frac{125}{abc} = S^3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

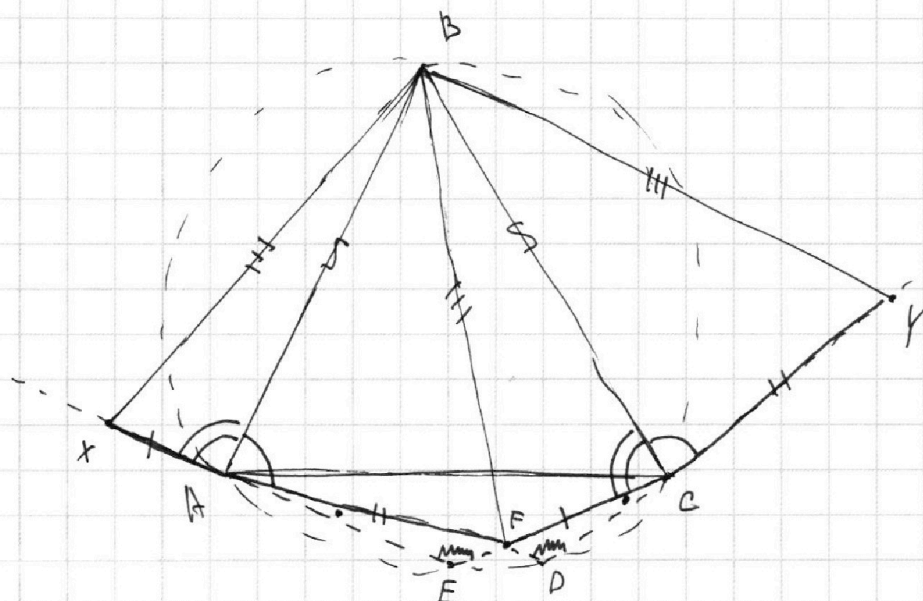
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \angle AEC = \angle ADC \text{ (вне.)}, \angle EFA = \angle DFC \text{ (верт.)} \Rightarrow \angle EAF = \angle DCF = \angle$$

$$2) \angle BAD + \angle BED = 180^\circ \text{ (вне.)} = \angle BAD + \angle BCF + \angle \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BAD + \angle BCF = 180^\circ - \angle \Rightarrow \angle BCF = \angle BAD \text{ и } \angle BAX = \angle BCF$$

$$3) \triangle BAX = \triangle BCF \text{ (углы и две прил. стороны)} \Rightarrow BX = BF$$

$$\triangle BAF = \triangle BCY \text{ (углы и две прил. стороны)} \Rightarrow BF = BY \Rightarrow$$

$$\triangle XAF = \triangle FCY \text{ (углы и две прил. стороны)} \Rightarrow XF = FY$$

$$\Rightarrow BXFY - \text{ромб} \Rightarrow BF \perp XY \Rightarrow S_{BXFY} = BF \cdot XY \cdot \sin \frac{\pi}{2} =$$

$$= BF \cdot XY \cdot 1 = 17 \cdot 31 = 527.$$

Ответ: 527









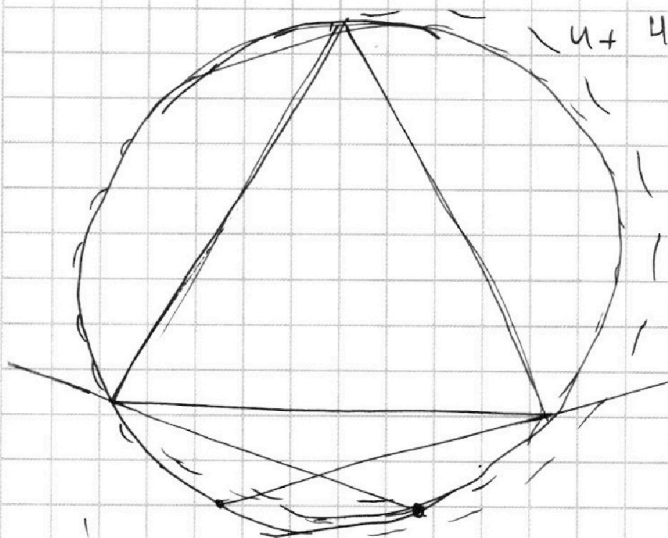
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

☒ 1  
 ☒ 2  
 ☒ 3  
 ☒ 4  
 ☒ 5  
 ☐ 6  
 ☒ 7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$11 + 4 + 5 + 4 + 6 = 29.5$$

$$a + \frac{5}{6} \text{ (scribbled out)}$$

$$a + b + c + 5 \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = 35$$

$$a + b + c + 5 \left( \frac{a+b+c}{abc} \right) = 35$$

$$(a+b+c) \left( 1 + \frac{5}{abc} \right) = 35$$

$$V \rightarrow R$$

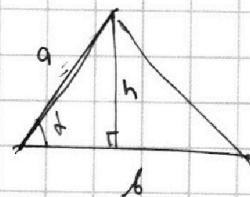
$$7 \cdot 16 - 26 \cdot 4 + 23 =$$

$$F \rightarrow X$$

$$C \rightarrow A = 112 + 23 - 104$$

~~scribbled out~~

$$\frac{1}{2} b h$$

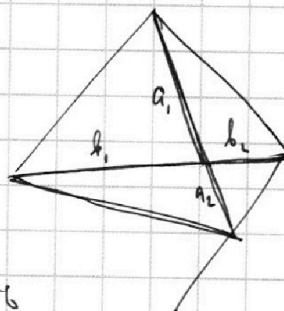


$$\frac{h}{a} = \sin \alpha$$

$$\angle \text{ (scribbled out) } + \angle \text{ (scribbled out) } + \angle \text{ (scribbled out) } = 180^\circ$$

$$\angle \text{ (scribbled out) } + \angle \text{ (scribbled out) } = 180^\circ - \angle \text{ (scribbled out) }$$

$$D = 25^2 - 4 \cdot 2 \cdot 82 = 625 - 656$$



$$7 \cdot 9 - 26 \cdot 3 + 23 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 82 \\ \hline 8 \\ 656 \\ \hline 63 \\ + 23 \\ \hline 85 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \times 26 \\ \hline 26 \\ + 3 \\ \hline 29 \\ + 8 \\ \hline 37 \\ + 26 \\ \hline 63 \\ \hline 4 \end{array}$$



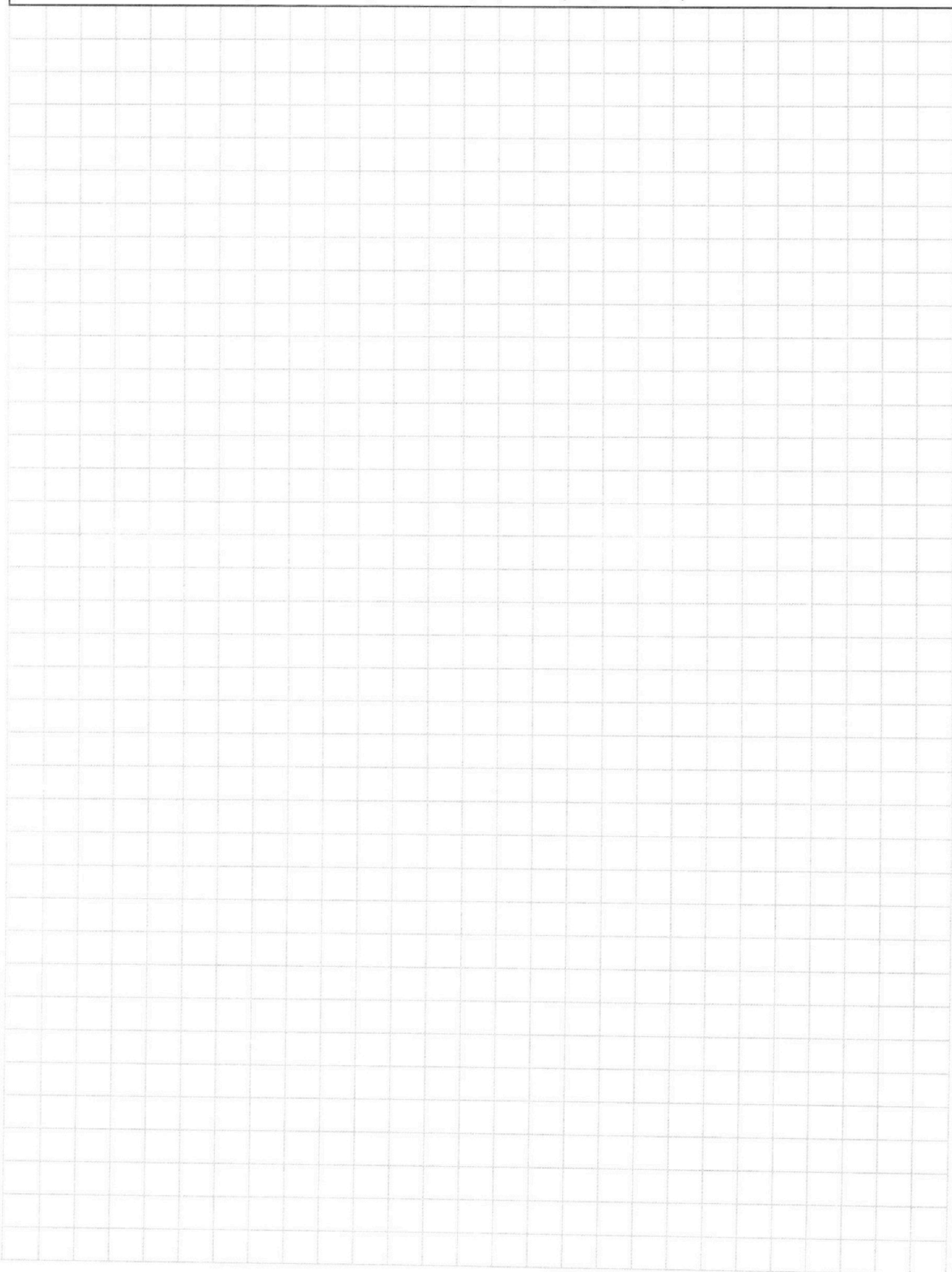
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

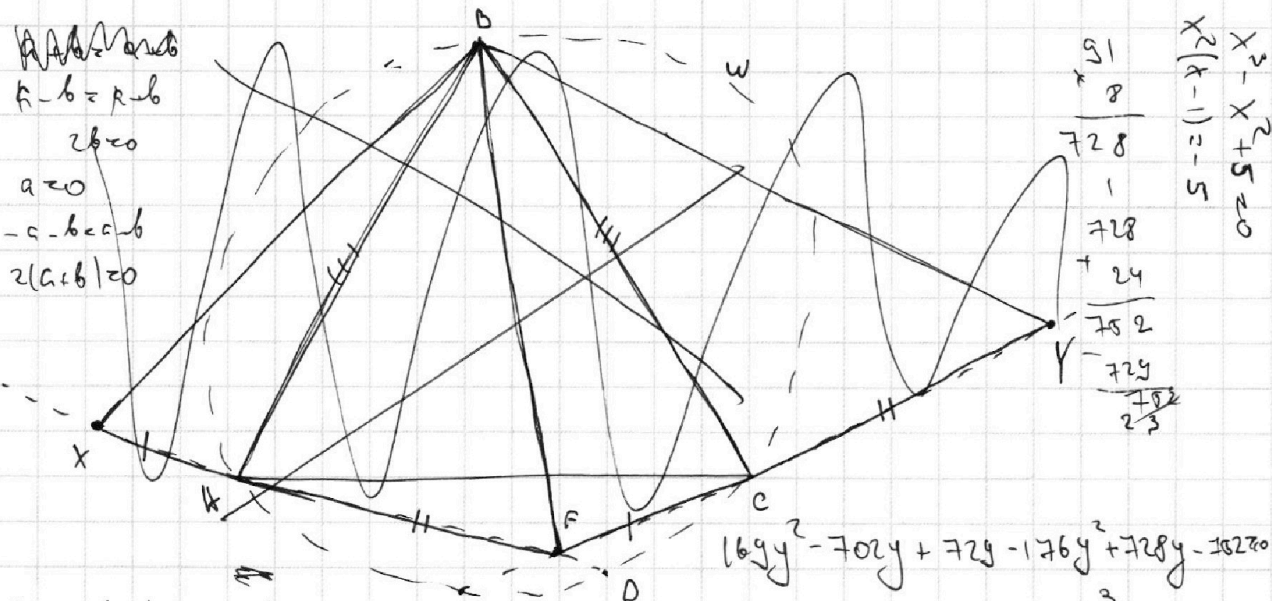
|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} a-b &= p-b \\ 2b &= 0 \\ a &= 0 \\ -a-b &= a-b \\ 2(a+b) &= 0 \end{aligned}$$



$$|a| + |b| \leq |a-b|$$

$$a-b \geq |a| + |b|$$

$$b-a \geq |a| + |b|$$

$$|a| + |b| \leq |a+b|$$

$$|a| + |b| \leq |a+b|$$

$$|a| + |b| = |a+b|$$

$$|x^3 + u| + |1-x^2| = |x^3 - x^2 + 5|$$

$$x \leq 1$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$x(3x-2) = 0$$

$$x = 0$$

$$3x-2 = 0$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x + 5 &= 0 \\ x^2(x-1) &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 8 \\ \hline 728 \\ 1 \\ \hline 728 \\ + 24 \\ \hline 752 \\ - 729 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$169y^2 - 702y + 729 - 176y^2 + 728y - 752 = 0$$

$$-7y^2 + 26y - 23 = 0$$

$$7y^2 - 26y + 23 = 0$$

$$D = 26^2 - 4 \cdot 7 \cdot 23 = 676 - 644 = 32$$

$$676 - 644 = 32$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 23 \\ \hline 84 \\ + 560 \\ \hline 644 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 81 \\ \hline 4(2-9) \neq 581 \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ + \\ 9 \end{array}$$

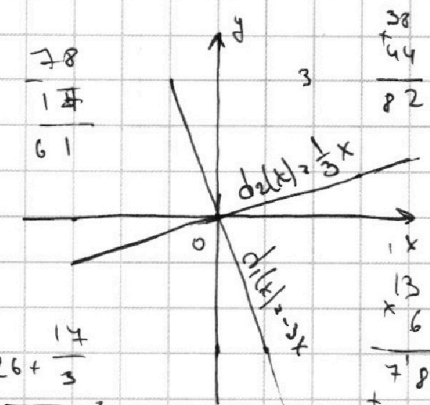
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Анализируем условие перпендикулярности,  
поэтому  $d_1(k) \perp d_2(k) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow d_2(k) = \frac{1}{3}x$ , т.е. проходит через  
центр.

2)  $f(k) = x^5 + ax$  — многочлен функции  
 $f(k) \cap d_1(k) \Leftrightarrow f(k) - d_1(k) \geq 0$   
 $x^5 + ax + 3x \geq 0$   
 $-a-3 \geq 0 \quad a \leq -3$

$x^5 + (3+a)x \geq 0$   $x \geq 0$  — не интересно, вырожденный случай

$$x^4 - (-a-3) \geq 0$$

$$g^3 + 1 = (g+1)(g^2 - g + 1) = 10 \cdot 73$$

$$(x^2 - \sqrt{-a-3})(x^2 + \sqrt{-a-3}) \geq 0, \quad -a-3 \geq 0 \Rightarrow a \leq -3 \quad \frac{1}{3} | a \geq 0 | a \leq \frac{1}{3}$$

$$(x - \sqrt[4]{-a-3})(x + \sqrt[4]{-a-3})(x^2 + \sqrt{-a-3}) \geq 0, \quad x^2 + \sqrt{-a-3} \geq 0 \quad \text{— не имеет}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt[4]{-a-3}, \quad y_{1,2} = d_1(x_{1,2}) = \pm \sqrt[4]{-a-3} \cdot \frac{1}{3}$$

Аналогично решаем  $f(k) - d_2(k) \geq 0$

$$x^5 + \left(\frac{1}{3} - a\right)x \geq 0$$

$$x^4 - \left(\frac{1}{3} - a\right) \geq 0$$

$$(x + \sqrt[4]{\frac{1}{3} - a})(x - \sqrt[4]{\frac{1}{3} - a})(x^2 + \sqrt{\frac{1}{3} - a}) \geq 0, \quad \text{т.е. } a \leq -3$$

$$-a-3 = -81a - 81 \cdot 3 = \frac{1}{3} - a$$

$$80a = -81 \cdot 3 - \frac{1}{3} = \frac{-81 \cdot 9 - 1}{3} = \frac{-730}{3}$$

$$a = \frac{-730}{3 \cdot 80} = \frac{-73}{24}$$

$$D = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

