



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

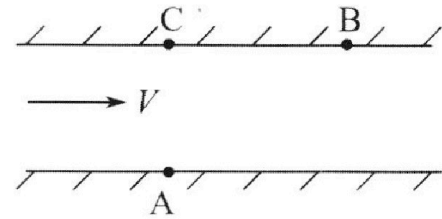
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

- 1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
- 2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

- 3) На каком расстоянии S от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5,4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

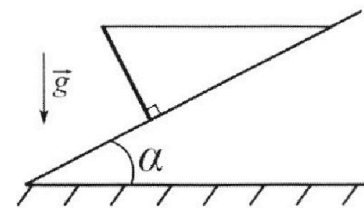
- 1) Найдите наибольшую высоту H , на которой мяч находится в полете.
- 2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h , стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1,8$ м.

- 3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17,3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$.



- 1) Найдите массу m стержня.
- 2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на стержень.
- 3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-02

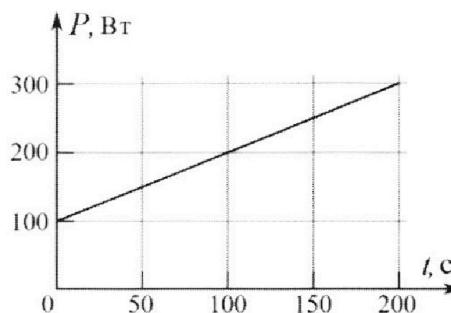


Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду объемом $V = 1$ л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16$ °С. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

- 1) Найдите мощность P_H нагревателя.
- 2) Найдите температуру \tilde{t}_1 воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

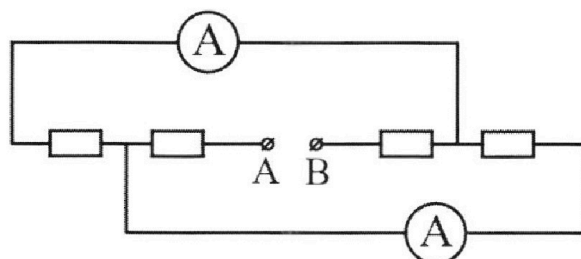
Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°С).



5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Большее показание $I_1 = 2$ А.

- 1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
- 2) Какую мощность P развивают силы в источнике?



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1.

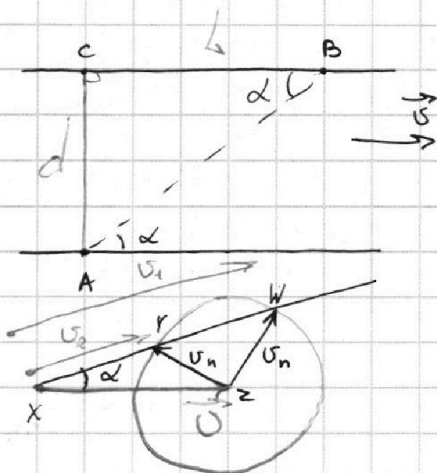
Дано:

$$AC = d = 50 \text{ м}$$

$$CB = L = 120 \text{ м}$$

$$T_1 = 100 \text{ с}$$

$$T_2 = 240 \text{ с}$$



$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$1) |U_1| = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1} \Rightarrow |U_1| = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$U_2 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_2} \Rightarrow |U_2| = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\vec{U}_i = \vec{U} + \vec{U}_n$$

2) Треугольник косинусов $\triangle XYZ$:

$$U_2^2 + U^2 - 2 \cos \alpha U U_2 = U_n^2$$

3) Треугольник косинусов $\triangle XWZ$:

$$U_1^2 + U_n^2 - 2 \cos \alpha U \cdot U_1 = U_2^2$$

$$U_n^2 = U_1^2 + U^2 - 2 \cos \alpha U \cdot U_1 = U_2^2 + U^2 - 2 \cos \alpha U \cdot U_2$$

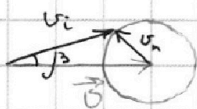
$$U_1^2 - U_2^2 = 2 \cos \alpha U (U_1 - U_2)$$

$$U_1 + U_2 = 2 \cos \alpha \cdot U$$

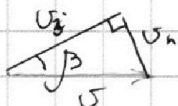
$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$|U| = \frac{U_1 + U_2}{2 \cos \alpha} \Rightarrow U = \frac{1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \cdot \frac{12}{13}} = \frac{44,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{24 \cdot 24} \cdot 13 =$$

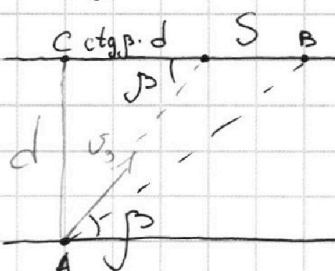
$$= \frac{442 \cdot 13}{24 \cdot 24 \cdot 10} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{221 \cdot 13}{12 \cdot 24 \cdot 10} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{\frac{2873}{2880}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



Чтобы спуск был наименьшим, β должен быть максимальным $\Rightarrow U_n \perp U_i$



$$U_3 = \sqrt{U^2 - U_n^2} = \sqrt{2 \cos \alpha U U_2 - U_2^2} = \sqrt{\frac{2873}{2880} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - \frac{169}{2880} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} =$$



$$\cos \beta = \frac{U_3}{U} = \frac{2 \cos \alpha U U_2}{U} \left(\frac{U_2}{U} \right) = \frac{2880 \cdot \frac{13}{24}}{\sqrt{2873}} = \frac{2880}{2873} \cdot \frac{13}{24} =$$

$$S = L - \text{ctg} \beta \cdot d$$

$$U_3 = \sqrt{2 \cos \alpha U U_2 - U_2^2} \Rightarrow U_3 = \sqrt{\frac{2873}{2880} - \frac{169}{576}} \frac{\text{м}}{\text{с}}; U_n = \sqrt{U_2^2 + U^2 - 2 \cos \alpha U U_2} = \sqrt{\frac{169}{576} - \frac{2873}{2880}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



1.

$$S = L - ctg \beta \cdot d$$

~~S = 120 m - 50 m~~

Ответ:

$$v_1 = 1,3 \frac{m}{c}; v_2 = \frac{13}{24} \frac{m}{c}$$
$$v = \frac{2873}{2880} \frac{m}{c}$$

$$\sqrt{\frac{2873}{2880} - \frac{165}{576}}$$
$$\sqrt{\frac{165}{576} + \left(\frac{2873}{2880}\right)^2} + \frac{2873}{2880}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

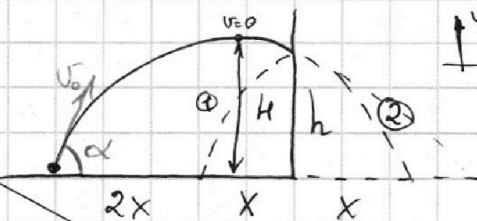
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.
Дано:
 $h = 5,4 \text{ м}$



Если бы мы не угадали об стенку, то мы бы посчитали по траектории ②

Пусть τ - время всего полета

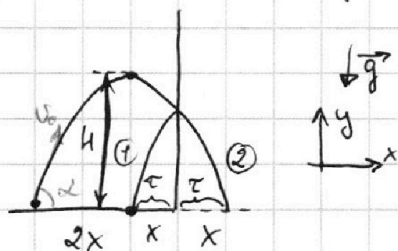
~~1) $v_0 \cos \alpha \tau = 4x$~~

~~2) $\frac{1}{2} \tau = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow \tau = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$~~

~~3) $H = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{\tau}{2} - \frac{g}{2} \cdot \frac{\tau^2}{4} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$~~

~~• из 1) $x = \frac{v_0 \cos \alpha}{4} \cdot \tau = \frac{v_0 \cos \alpha}{4} \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2g}$~~

2.
Дано:
 $h = 5,4 \text{ м}$



Если бы мы не угадали об стенку, то мы бы посчитали по траектории ②

$v_x = v_0 \cos \alpha = \text{const} \Rightarrow \frac{x_i}{t_i} = \text{const}$

1) $v_y^2 \tau - \frac{g}{2} (\tau)^2 = H$ $2v_y \tau - 2g\tau^2 = H$

2) $v_y \cdot 3\tau - \frac{g}{2} (3\tau)^2 = h$ $3v_y \tau - 4,5g\tau^2 = h$

3) $v_y \cdot 4\tau - \frac{g}{2} (4\tau)^2 = 0$ $4v_y \tau = 8g\tau^2$
 $v_y \tau = 2g\tau^2$

• из 2) $6g\tau^2 - 4,5g\tau^2 = h = 1,5g\tau^2$

• из 1) $4g\tau^2 - 2g\tau^2 = h = 2g\tau^2$

$\Rightarrow H = \frac{4}{3} h \Rightarrow \boxed{H = 7,2 \text{ м}}$

$t_1 = \tau$ $h = 1,5g\tau^2 \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2h}{3g}} = t_1$

$\boxed{t_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,4 \text{ м}}{3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = \sqrt{0,36 \text{ с}^2} = \boxed{0,6 \text{ с}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

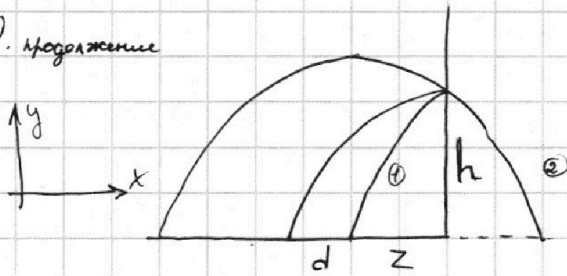
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2. Продолжение



$$h + v_y t - \frac{g}{2} t^2 = 0$$

для первого и второго случаев \Rightarrow время одинаковое:

$$v_x t = z$$

$$t(v_x + 2u) = z + d$$

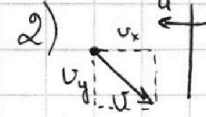
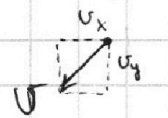
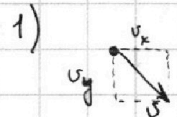
$$d = 2ut$$

При этом t - время падения мяча после отскока $\Rightarrow t = t_1 \Rightarrow u = \frac{d}{2t_1}$

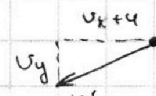
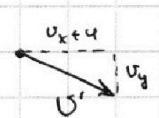
$$|u| = \frac{1,8 \text{ м}}{1,2 \text{ с}} = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $H = 7,2 \text{ м}$; $t_1 = 0,6 \text{ с}$; $u = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

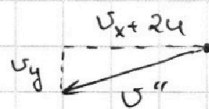
Перед ударом



Пересечение в со стенке



Возвращается в со земли



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

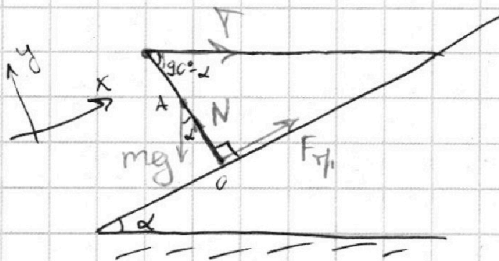
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3.

Дано:
 $T = 17,3 \text{ Н}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$



Пусть l — длина strings

1) Правило моментов относительно г.О:

$$mg \frac{l}{2} \sin \alpha = T \cdot l \cdot \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$\frac{mg}{2} \sin \alpha = T \cos \alpha$$

$$m = \frac{2T \cos \alpha}{g \sin \alpha} = \frac{2T \operatorname{ctg} \alpha}{g}$$

$$m = \frac{2 \cdot 17,3 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{2}} = 2 \cdot 1,73 \text{ кг} \cdot \sqrt{3} \approx \underline{6 \text{ кг}}$$

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$

2) Правило моментов отн. г. А:

$$T \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = \frac{l}{2} \cdot F_{\text{Тн}} \Rightarrow F_{\text{Тн}} = T \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{3} T}{2}$$

$$F_{\text{Тн}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 17,3 \text{ Н}}{2} = \underline{15 \text{ Н}}$$

3) O_y : $N = mg \cos \alpha + T \cos(90^\circ - \alpha) = mg \cos \alpha + T \sin \alpha$

O_x : $F_{\text{Тн}} + T \sin(90^\circ - \alpha) = mg \sin \alpha$

$$F_{\text{Тн}} = mg \sin \alpha - T \cos \alpha$$

$$F_{\text{Тн}} \leq \mu N$$

$$\mu mg \cos \alpha + \mu T \sin \alpha \geq mg \sin \alpha - T \cos \alpha \quad | : \cos \alpha$$

$$\mu mg + \mu T \operatorname{tg} \alpha \geq mg \operatorname{tg} \alpha - T$$

$$\mu (mg + T \operatorname{tg} \alpha) \geq mg \operatorname{tg} \alpha - T$$

$$\mu \geq \frac{mg \operatorname{tg} \alpha - T}{mg + T \operatorname{tg} \alpha} = \frac{mg - T \operatorname{ctg} \alpha}{mg \operatorname{ctg} \alpha + T}$$

$$\mu \geq \frac{6 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{6 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 17,3 \text{ Н}} \approx \frac{60 \text{ Н}}{60 \text{ Н} \cdot 1,73 + 17,3 \text{ Н}} = \frac{6}{7\sqrt{3}} = \frac{6}{60 \text{ Н} \cdot \sqrt{3} + 10 \cdot \sqrt{3}} = \frac{6}{7\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{21} = \frac{2\sqrt{3}}{7}$$

Ответ: $m = 6 \text{ кг}$; $F_{\text{Тн}} = 15 \text{ Н}$; $\mu \geq \frac{2\sqrt{3}}{7}$

$$\mu \geq \frac{60 \text{ Н} - 17,3 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{60 \text{ Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 17,3 \text{ Н}} \approx \frac{30 \text{ Н}}{1,73 \cdot 60 \text{ Н}} = \frac{3}{7\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{7} \Rightarrow \mu \geq \frac{\sqrt{3}}{7}$$

Ответ: $m = 6 \text{ кг}$; $F_{\text{Тн}} = 15 \text{ Н}$; $\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4.

Дано:

$V = 1 \mu$

$T_0 = 16^\circ\text{C}$

$R = 25 \Omega$

$U = 100 \text{ В}$

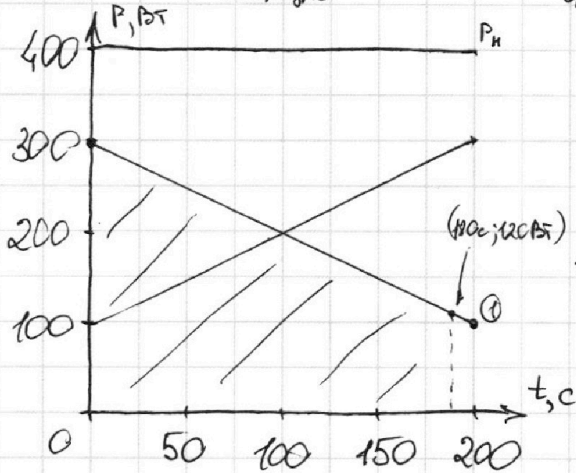
$\rho = 1000 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{с}}$

$c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}}$

$T = 180 \text{ с}$

1) $P_n = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P_n = 400 \text{ Вт}$

2) $\rho V c \Delta \tilde{T} = (P_n - P(t)) \cdot \Delta t$
изменение температуры промежуток времени



Для какого t будет вычитаться из

P_n $P(t)$. Получим график ①. $P_n(t)$ и $P(t)$ линейные $\Rightarrow (P_n - P)(t)$ тоже линейный

Для мощности имеем:

$P(t) = P_0 + kt$ $P_0 = 100 \text{ Вт}; k = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$

При $t = 180 \text{ с}$: $P = 100 \text{ Вт} + 1 \frac{\text{Вт}}{\text{с}} \cdot 180 \text{ с} = 280 \text{ Вт} \Rightarrow$

\Rightarrow При $t = 180 \text{ с}$ $(P_n - P) = 120 \text{ Вт}$

Площадь под графиком $(P_n - P)(t)$ пропорциональна

количеству тепла, переданного воде.

$P_{300} = 300 \text{ Вт}$

$P_{120} = 120 \text{ Вт}$

$\rho V c (\tilde{T}_1 - \tilde{T}_0) = \frac{P_{300} + P_{120}}{2} \cdot T$

$\tilde{T}_1 = \frac{P_{300} + P_{120}}{2} \cdot \frac{T}{\rho V c} + \tilde{T}_0$

$\tilde{T}_1 = \frac{420 \text{ Вт}}{2} \cdot \frac{180 \text{ с}}{1 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{с}} \cdot 1000 \text{ кг} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}}} + 16^\circ\text{C} = \frac{420 \text{ Вт} \cdot 90 \text{ с}}{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}}} + 16^\circ\text{C} = 25^\circ\text{C}$

Ответ: $P_n = 400 \text{ Вт}; \tilde{T}_1 = 25^\circ\text{C}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



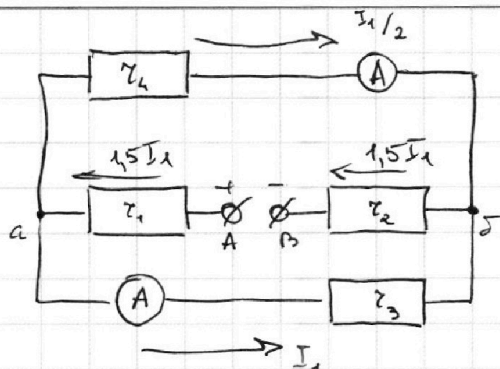
5.

Дано:

$$R_1 = 30 \Omega$$

$$R_2 = 60 \Omega$$

$$I_1 = 2 \text{ A}$$



Показания амперметров различны $\Rightarrow z_3 \neq z_4$

Без потери общности можно сказать, что $z_3 = R_1 = 30 \Omega$
 $z_4 = R_2 = 60 \Omega$

Напряжения одинаковые; $z_3 < z_4 \Rightarrow I_1$ течёт через z_3

$U_{a\delta} = I_1 z_3 \Rightarrow$ через z_4 течёт вдвое меньший ток.

(т.к. $z_4 = 2z_3$)

Для узла а: $1,5I_1 = I_1 + 0,5I_1$ (аналогично для б)

$$I_2 = \frac{I_1}{2} \Rightarrow \boxed{I_2 = 1 \text{ A}}$$

$$U_{AB} = 1,5I_1 z_1 + I_1 z_3 + 1,5I_1 z_2 = 1,5I_1 (z_1 + z_2) + I_1 z_3$$

$z_3 \neq z_4 \Rightarrow z_1 \neq z_2$, но при этом $z_1 + z_2$ всегда равно

$$R_1 + R_2 \Rightarrow U_{AB} = I_1 R_1 + 1,5I_1 (R_1 + R_2) = 2,5I_1 R_1 + 1,5I_1 R_2$$

$$P = U_{AB} \cdot 1,5I_1 = 1,5I_1^2 (2,5R_1 + 1,5R_2)$$

$$\boxed{P = 1,5 \cdot 4 \text{ A}^2 \cdot (75 \Omega + 90 \Omega) = 990 \text{ Вт}}$$

Ответ: $I_2 = 1 \text{ A}$; $P = 990 \text{ Вт}$

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4. Проверка 1)

$$P_H = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P_H = 400 \text{ Вт}$$

$$x = 10 \cos \alpha t$$

Дано:

$$V = 1 \text{ м}$$

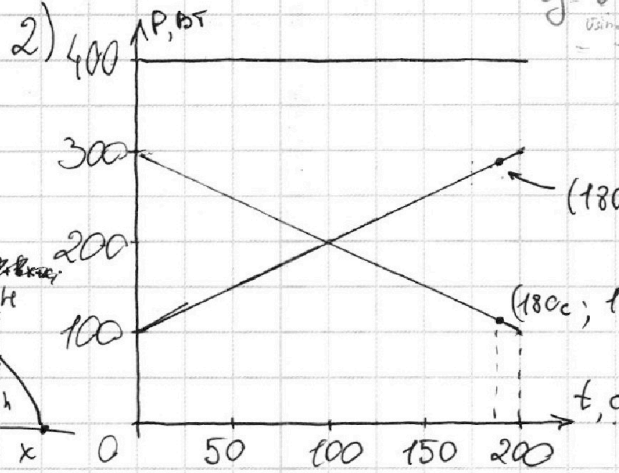
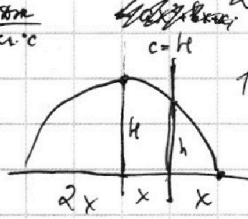
$$\tilde{T}_0 = 16^\circ \text{C}$$

$$R = 25 \text{ }\Omega$$

$$U = 100 \text{ В}$$

$$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

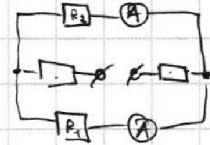
$$c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$$



$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{v^2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{v^2 \cos^2 \alpha}$$

$$4h = 2gx \cdot \frac{x}{v^2 \cos^2 \alpha} \Rightarrow 4h = 2gx \cdot \frac{x}{v^2 \cos^2 \alpha}$$

$$3ax^2 + 6x + h = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 12ah}}{6a}$$



Две мощности потерь:

$$P(t) = P_0 + kt$$

$$P_0 = 100 \text{ Вт}$$

$$k = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$$

При $t = 180 \text{ с}$: $P = 100 \text{ Вт} + 1 \frac{\text{Вт}}{\text{с}} \cdot 180 \text{ с} = 280 \text{ Вт}$

$$\rho V c (\tilde{T}_1 - \tilde{T}_0) = Q \Rightarrow \frac{P_{120} + P_{300}}{2} \Rightarrow \tilde{T}_1 = \frac{Q}{2\rho V c} + \tilde{T}_0$$

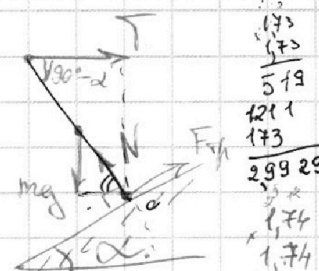
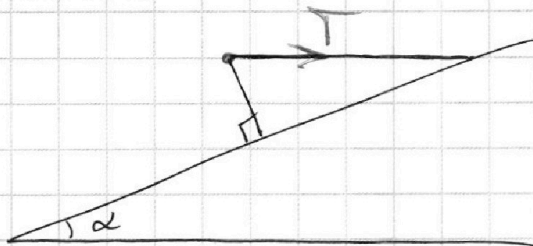
$$\tilde{T}_1 = \frac{180 \text{ с} \cdot 420 \text{ Вт}}{2 \cdot 1000 \text{ м}^3 \cdot 1 \frac{\text{с}}{\text{м}^2} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}} + 16^\circ \text{C} = 25^\circ \text{C}$$

3.

Дано:

$$T = 17,3 \text{ Н}$$

$$\alpha = 30^\circ$$



1) Т.м.м. отн. т. О:

$$mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = T \cdot l \cdot \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$m = \frac{2T \operatorname{ctg} \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 17,3 \text{ Н} \cdot \sqrt{3}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 6 \text{ кг}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

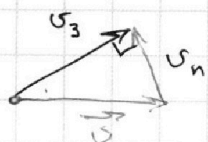
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. продолжение

~~$$u_3 \quad 3) \quad u_n^2 = u^2 + u_2^2 - 2 \cos \alpha \cdot u \cdot u_2$$~~

~~$$u_n = \sqrt{\quad}$$~~



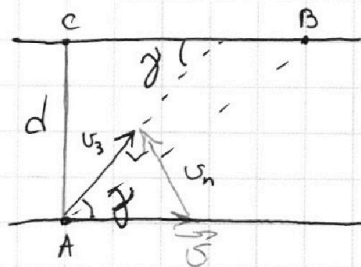
$$u_3 = \sqrt{u^2 - u_n^2}$$

$$u^2 - u_n^2 = 2 \cos \alpha \cdot u \cdot u_2 - u_2^2 = u_2 (2 \cos \alpha \cdot u - u_2)$$

$$u_3 = \sqrt{u_2 (2 \cos \alpha \cdot u - u_2)}$$

~~$$u_3 = \sqrt{\quad}$$~~

$$\cos \gamma = \frac{u_3}{u} = \frac{\sqrt{u_2 (2 \cos \alpha \cdot u - u_2)}}{u}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

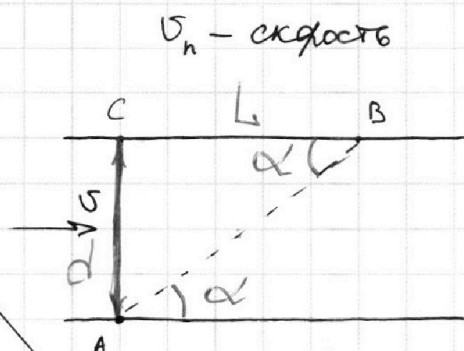
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Дано:
 $AC = d = 50 \text{ м}$
 $BC = L = 120 \text{ м}$
 $T_1 = 100 \text{ с}$
 $T_2 = 240 \text{ с}$



$$\vec{v}_i = \vec{v}_n + \vec{v}$$

$$1) AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$$

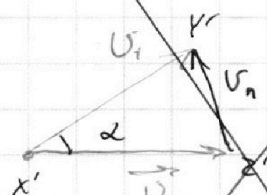
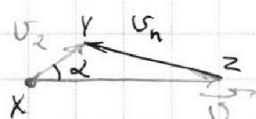
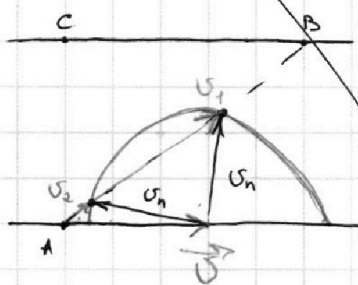
$$AB = \sqrt{L^2 + d^2}$$

$$v_1 = \frac{AB}{T_1} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1}$$

$$v_2 = \frac{AB}{T_2} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_2}$$

$$v_1 = \frac{130 \text{ м}}{100 \text{ с}} = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = \frac{130 \text{ м}}{240 \text{ с}} = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



Теорема косинусов $\triangle XYZ$:

$$3) -2 \cos \alpha v_2 v + v^2 + v^2 = v_n^2$$

Теорема косинусов $\triangle X'Y'Z'$ $\cos \alpha = \frac{L}{d}$

$$4) -2 \cos \alpha v v_1 + v^2 + v_1^2 = v_n^2$$

$$v_n^2 = v^2 + v_2^2 - 2 \cos \alpha v v_2 = v^2 + v_1^2 - 2 \cos \alpha v v_1$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 \cos \alpha v (v_2 - v_1)$$

$$(v_2 + v_1) = 2 \cos \alpha v$$

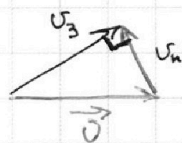
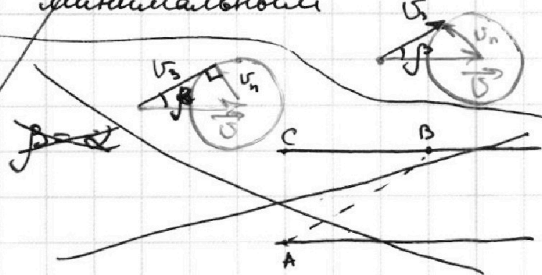
$$v = \frac{v_1 + v_2}{2 \cos \alpha} = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \frac{d}{L}$$

$$v = \frac{1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2} \cdot \frac{5}{12} = \frac{31,2 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 13 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{48} \cdot \frac{5}{12}$$

$$= \frac{44,2 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 5}{12 \cdot 48} = \frac{221 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{12 \cdot 48} = \frac{221 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{144 \cdot 4} = \frac{221}{576} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Нужно, чтобы углы β были максимальными, чтобы спуск был минимальным

$\beta - \text{max} \Rightarrow v \perp v_n$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

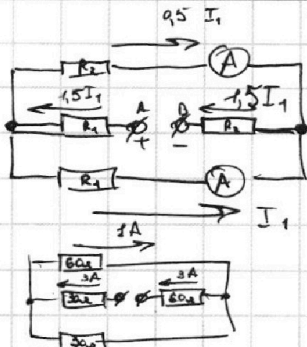
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



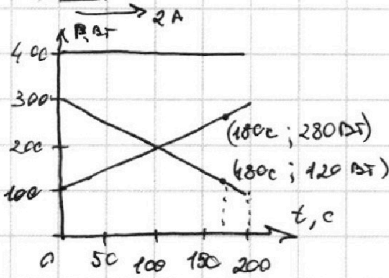
5.
 Дано:
 $R_1 = 30 \Omega$
 $R_2 = 60 \Omega$
 $I_1 = 2 \text{ A}$



Черновик

1) $I_2 = 1 \text{ A}$
 2) $P = 1,5I_1 \cdot (2,5I_1 R_1 + 1,5I_1 R_2) =$
 $= 1,5I_1^2 (2,5R_1 + 1,5R_2)$
 $P = 1,5 \cdot 4 \text{ A}^2 \cdot (75 \Omega + 90 \Omega) = 990 \text{ Вт}$

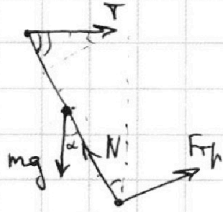
4.
 Дано:
 $v = 1 \text{ м}$
 $T_1 = 16^\circ \text{C}$
 $R = 25 \Omega$
 $U = 100 \text{ В}$



$P_H = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P_H = \frac{10000 \text{ В}^2}{25 \Omega} = 400 \text{ Вт}$

$T_1 = 16^\circ \text{C} + \frac{18^\circ \text{C} \cdot 210 \text{ Вт}}{1 \text{ м} \cdot 420 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ \text{C}}} = 25^\circ \text{C}$

3.
 Дано:
 $T = 17,3 \text{ Н}$
 $\alpha = 30^\circ$



1) $mg \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha = T \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos \alpha$
 $m = \frac{2T \cos \alpha}{g} \Rightarrow m = 6 \text{ кг}$

2) $F_T \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cos \alpha T$

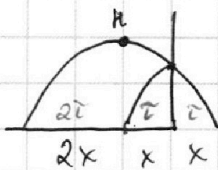
$F_T = 10 \text{ Н} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15 \text{ Н}$

$N = mg \cos \alpha + T \sin \alpha$

$F_T = mg \sin \alpha + T \cos \alpha$

$\mu N \geq F_T \Rightarrow \mu \geq \frac{F_T}{N} \Rightarrow \mu \geq \frac{mg \sin \alpha + T \cos \alpha}{mg \cos \alpha + T \sin \alpha} = \frac{mg \tan \alpha + T}{mg + T \tan \alpha}$
 $\mu \geq \frac{60 \text{ Н} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 17,3 \text{ Н}}{60 \text{ Н} + 17,3 \text{ Н} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{20\sqrt{3} + 10\sqrt{3}}{60 + 10} = \frac{30\sqrt{3}}{70} = \frac{\sqrt{3}}{7}$

2.
 Дано:
 $h = 5,4 \text{ м}$



$h = v_y t - 4,5 g t^2$

$h = v_y^2 / 2g - 2g t^2$

$0 = v_y t - g t^2 \Rightarrow v_y = g t$

$h = 1,5 g t^2$

$H = 2g t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} H \Rightarrow H = 7,2 \text{ м}$

$t_1 = t = \sqrt{\frac{H}{2g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{7,2 \text{ м}}{2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = \sqrt{0,36 \text{ с}^2} = 0,6 \text{ с}$

$h + v_y t - g t^2 = 0$

$d = 2u \cdot t \Rightarrow u = \frac{1,8 \text{ м}}{1,2 \text{ с}} = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

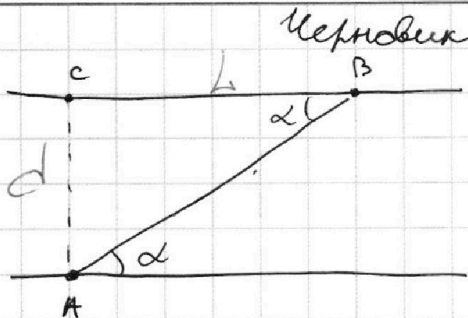
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

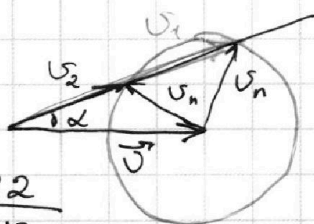
1.

дано:
d = 50 м
L = 120 м
T₁ = 100 с
T₂ = 240 с



$$1) v_1 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1} \Rightarrow v_1 = \frac{130 \text{ м}}{100 \text{ с}} = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_2} \Rightarrow v_2 = \frac{130 \text{ м}}{240 \text{ с}} = \frac{13}{24} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

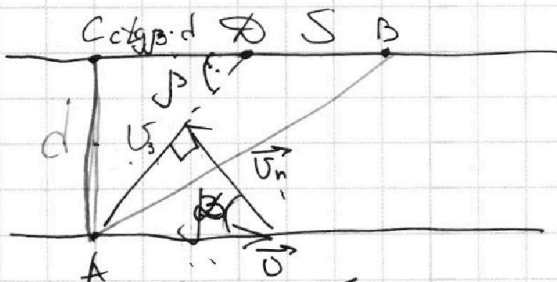


$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\begin{aligned} v^2 + v_2^2 - 2 \cos \alpha v v_2 &= v_n^2 \\ v^2 + v_1^2 - 2 \cos \alpha v v_1 &= v_n^2 \\ v_2^2 - 2 \cos \alpha v v_2 &= v_1^2 - 2 \cos \alpha v v_1 \\ 2 \cos \alpha v (v_1 - v_2) &= v_1^2 - v_2^2 \\ 2 \cos \alpha v &= v_1 + v_2 \end{aligned}$$

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2 \cos \alpha} = \frac{13}{24} (v_1 + v_2)$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{13}{24} \cdot \left(\frac{13}{10} + \frac{13}{24} \right) = \frac{13^2}{24} \cdot \frac{34}{240} = \frac{13^2 \cdot 34}{24 \cdot 240} = \frac{13^2 \cdot 17}{12 \cdot 240} = \\ &= \frac{169 \cdot 17}{12 \cdot 240} = \frac{2873}{2880} \end{aligned}$$



$$\sin \beta = \frac{v_n}{v} = \frac{\sqrt{v_1^2 - v_n^2}}{v} = \sqrt{1 - \left(\frac{v_n}{v} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{1 - \frac{v^2 + v_2^2 - \frac{24}{13} v v_2}{v^2}} = \sqrt{\frac{24}{13} \cdot \frac{v_2}{v} - \left(\frac{v_2}{v} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{24}{13} \cdot \frac{13}{24} \cdot \frac{2880}{2873} - \left(\frac{13}{24 \cdot \frac{2873 \cdot 12}{169 \cdot 17}} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2880}{2873} - \frac{120}{13 \cdot 17}} = \sqrt{\frac{2624}{2873}}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{2624}{2873}} = \sqrt{\frac{249}{2873}}$$

$$\text{ctg} \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{249}{2873} \cdot \frac{2873}{2624}} = \sqrt{\frac{249}{2624}}$$

$$120 - 50 \cdot \sqrt{\frac{249}{2624}}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 17 \\ \hline 1183 \\ 169 \\ \hline 2873 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 24 \\ 288 \\ \times 221 \\ \hline 663 \\ 221 \\ \hline 2873 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2873 &= 13^2 \cdot 17 \\ 2880 &= 12 \cdot 240 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline 36 \\ 12 \\ \hline 156 \\ 2873 \\ \hline 2624 \\ 249 \\ \hline 248 = 3 \cdot 83 \\ 2624 = 4 \cdot 656 = 8 \cdot 328 \\ = 16 \cdot 164 \\ 32 \cdot 82 = 64 \cdot 41 \end{array}$$