Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

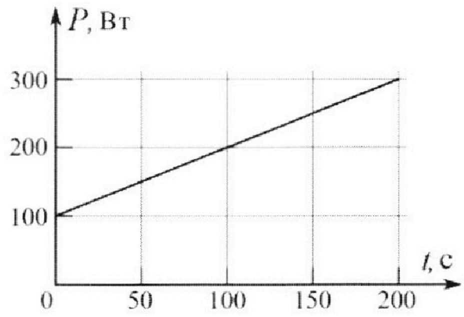
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду объемом $V = 1$л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16\,^0$C. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

1) Найдите мощность P_H нагревателя.
2) Найдите температуру $\tilde{t}_1$ воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

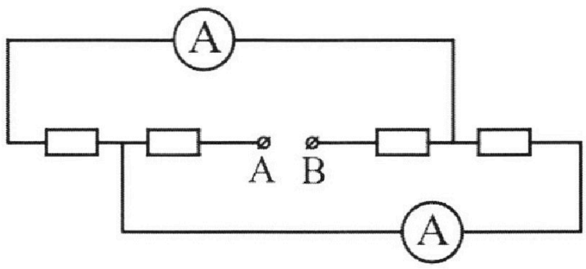
Плотность воды $\rho = 1000$кг/м^3, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг$\cdot^0$C).



5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам A и B источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Большее показание $I_1 = 2$А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
2) Какую мощность P развивают силы в источнике?

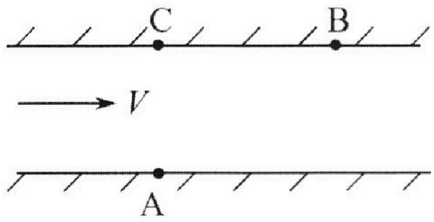


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.



В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.

Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

3) На каком расстоянии S от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5{,}4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

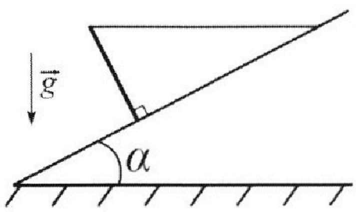
1) Найдите наибольшую высоту H, на которой мяч находится в полете.
2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h, стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1{,}8$ м.

3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17{,}3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^0$.



1) Найдите массу m стержня.
2) Найдите силу F_{TP} трения, действующую на стержень.
3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

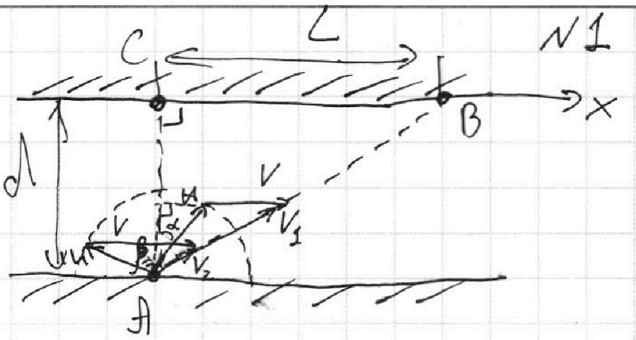
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

1) 

u - скорость пловца отн. воды.

В 1-ом и 2-ом заплывах траектория движения пловца это прямая AB вдоль которой направлены скорости V_1 и V_2.

Таким образом:

$AB = V_1 T_1 = \sqrt{L^2+d^2} \rightarrow$ $\boxed{V_1 = \dfrac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_1} = \dfrac{130(м)}{100(с)} = 1{,}3\left(\dfrac{м}{с}\right)}$

$AB = V_2 T_2 = \sqrt{L^2+d^2} \rightarrow$ $\boxed{V_2 = \dfrac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_2} = \dfrac{130(м)}{240(с)} = \dfrac{13}{24}\left(\dfrac{м}{с}\right)}$

2) По т. косинусов:

$$\begin{cases} u^2+V^2-2uV\cos(90°+\alpha) = V_1^2 = \dfrac{L^2+d^2}{T_1^2} \\ u^2+V^2-2uV\cos(90°-\beta) = V_2^2 = \dfrac{L^2+d^2}{T_2^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2+V^2+2uV\sin\alpha = \dfrac{L^2+d^2}{T_1^2} \\ u^2+V^2-2uV\sin\beta = \dfrac{L^2+d^2}{T_2^2} \end{cases} \ominus$$

Из движения по координате x:

$(u\sin\alpha + V)T_1 = L \rightarrow u\sin\alpha = \dfrac{L}{T_1} - V$

$(-u\sin\beta + V)T_2 = L \rightarrow u\sin\beta = V - \dfrac{L}{T_2}$

$$2uV\sin\alpha + 2uV\sin\beta = (L^2+d^2)\left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}\right)$$

$$2V\left(\frac{L}{T_1} - \cancel{V} + \cancel{V} - \frac{L}{T_2}\right) = (L^2+d^2)\frac{(T_2-T_1)(T_2+T_1)}{(T_1T_2)^2}$$

$$2LV\cdot\frac{\cancel{T_2-T_1}}{\cancel{T_1T_2}} = (L^2+d^2)\cdot\frac{\cancel{(T_2-T_1)}\cdot(T_2+T_1)}{(T_1T_2)^{\cancel{2}}}$$

$$\boxed{V = \frac{(L^2+d^2)(T_1+T_2)}{2LT_1T_2}} = \frac{13\cancel{0}\cdot 13\cancel{0}\cdot \overset{17}{\cancel{340}}\cdot(м^2\cdot с)}{\cancel{2}\cdot 120\cdot \cancel{100}\cdot 24\cancel{0}\,(м\cdot с^2)} = \frac{2873}{2880}\left(\frac{м}{с}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Пусть ℓ – величина сноса:

$$\ell = Vt \pm ut\sin\varphi \qquad \ell_{min} = Vt - ut\sin\varphi$$

$$d = ut\cos\varphi$$

$$\ell_{min} = \frac{Vd}{u\cos\varphi} - \frac{d\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{d}{\cos\varphi}\left(\frac{V}{u} - \sin\varphi\right)$$

$$\frac{d\ell}{d\varphi} = \ell'_\varphi = -\frac{d}{\cos^2\varphi}(-\sin\varphi)\left(\frac{V}{u} - \sin\varphi\right) +$$

$$+ \frac{d}{\cos\varphi}\cdot(-\cos\varphi) = \frac{d\sin\varphi}{\cos^2\varphi}\left(\frac{V}{u} - \sin\varphi\right) - d = 0$$

$$\frac{V}{u} - \sin\varphi = \frac{\cos^2\varphi}{\sin\varphi} \qquad \frac{V}{u} = \frac{\cos^2\varphi}{\sin\varphi} + \sin\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{u}{V} \qquad \frac{V}{u} = \frac{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi}{\sin\varphi} = \frac{1}{\sin\varphi}$$

$$\ell_{min} = \frac{d}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{V^2}}}\left(\frac{V}{u} - \frac{u}{V}\right) = \frac{d(V-u)(V+u)\cdot \cancel{V}}{\sqrt{V-u}\cdot\sqrt{V+u}\cdot u\cancel{V}} =$$

$$= d\,\frac{\sqrt{(V-u)(V+u)}}{u} = \frac{d}{u}\sqrt{V^2 - u^2}$$

$$S = L - \ell_{min}$$

$$uT_1\cos\alpha = d \qquad T_1 u\sin\alpha = \frac{L}{\cancel{T_1}} - VT_1$$

$$\cos\alpha = \frac{d}{uT_1} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{u^2T_1^2 - d^2}}{uT_1}$$

$$\sqrt{u^2T_1^2 - d^2} = L - VT_1 \quad | {**}2$$

$$u^2T_1^2 - d^2 = L^2 + V^2T_1^2 - 2LVT_1 \to (u^2 - V^2)T_1^2 = d^2 + L^2 - \frac{(d^2+L^2)(T_1+T_2)}{T_2}$$

$$(V^2 - u^2)T_1^{\cancel{2}} = (d^2 + L^2)\cancel{T_1} \to V^2 - u^2 = \frac{d^2 + L^2}{T_1T_2}$$

$$u^2 = \frac{L^2 + d^2}{T_1T_2}\left(\frac{(L^2+d^2)(T_1+T_2)^2}{4L^2T_1T_2} - 1\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{V^2-u^2}{u^2}=\frac{4L^2T_1T_2}{L^2(T_1-T_2)^2+d^2(T_1+T_2)^2}$$

$$l_{min}=d\sqrt{\frac{V^2-u^2}{u^2}}=2dL\sqrt{\frac{T_1T_2}{L^2(T_1-T_2)^2+d^2(T_1+T_2)^2}}$$

$$S=L-l_{min}=\boxed{L\left(1-2d\sqrt{\frac{T_1T_2}{L^2(T_1-T_2)^2+d^2(T_1+T_2)^2}}\right)}$$

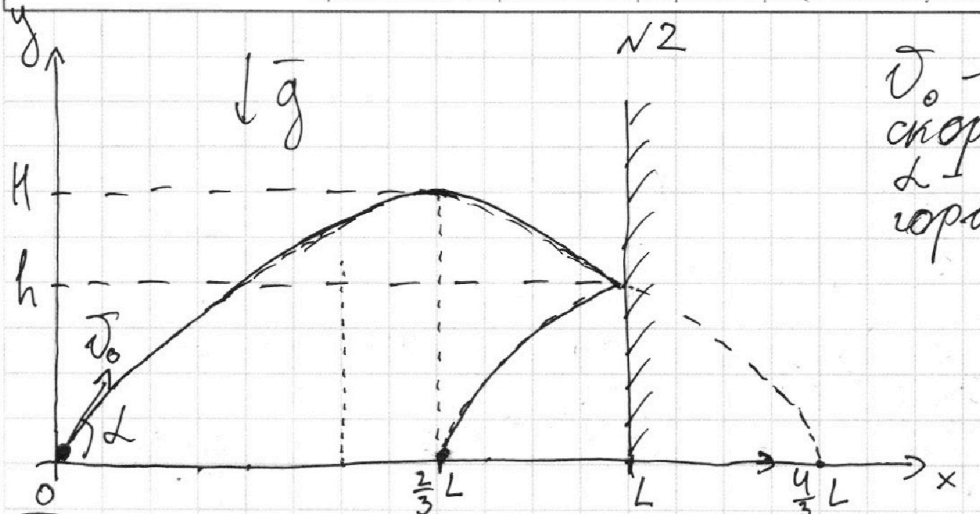
$$S=120\left(1-100\cdot\sqrt{\frac{\cancel{100}\cdot 240}{14400\cdot 140\cdot 140+50\cdot 50\cdot 340\cdot 340}}\right)=$$

$$=120\left(1-100\sqrt{\frac{6}{142810}}\right)=120\left(1-\frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{71405}}\right)(м)$$

Ответ: 1) $V_1=1{,}3\ \frac{м}{с}$; $V_2=\frac{13}{24}\ \frac{м}{с}$;

2) $V=\frac{2873}{2880}\ \frac{м}{с}\approx 1\ \frac{м}{с}$; 3) $S=120\left(1-100\sqrt{\frac{3}{71405}}\right)м$

№2



υ_0 – начальная скорость
α – её угол с горизонтом.

Так как расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения, то соударения со стенкой происходит после прохождения наивысшей точки полёта через время t после старта и на расстоянии L от точки старта. Тогда координата точки приземления $\frac{2}{3}L$.

Удар абсолютно упругий $\Rightarrow$ модуль проекции скорости на ось Ox при соударения сохраняется, а направление меняется на
(I) противоположное. Это эквивалентно тому случаю, когда стенки нет и мяч продолжает лететь и приземляется в координате $L+\frac{L}{3}=\frac{4}{3}L$. Из симметрии параболы ~~точка наивыс~~ координата x точки наивысшего подъёма будет $\frac{\frac{4}{3}L}{2}=\frac{2}{3}L$, в ней мяч окажется через время τ после старта.

$$\begin{cases} \upsilon_0 t\cos\alpha = L \\ \upsilon_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = h \\ \upsilon_0 \tau\cos\alpha = \frac{2}{3}L \\ \upsilon_0 \tau\sin\alpha - \frac{g\tau^2}{2} = H \\ \upsilon_0\sin\alpha - g\tau = 0 \end{cases}$$

$$t = \frac{L}{\upsilon_0\cos\alpha}$$

$$\tau = \frac{\upsilon_0\sin\alpha}{g} = \frac{2L}{3\upsilon_0\cos\alpha}$$

$$\upsilon_0\sin\alpha = \frac{2gL}{3\upsilon_0\cos\alpha}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$h = \frac{v_0 \sin\alpha \cdot L}{v_0 \cos\alpha} - \frac{g}{2}\cdot\frac{gL^2}{v_0^2\cos^2\alpha}$$

$$\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = H = \frac{4g^2L^2}{9v_0^2\cos^2\alpha}\cdot\frac{1}{2g} = \frac{2gL^2}{9v_0^2\cos^2\alpha} \quad (II)$$

$$\begin{cases} h = L\,tg\alpha - \frac{1}{2}\cdot\frac{9}{2}H \\ tg\alpha = \frac{v_0\tau\sin\alpha}{\frac{2}{3}L} = \frac{3}{2}\cdot\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{Lg} = \frac{3}{L}\cdot\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \\ = 3\frac{H}{L} \end{cases}$$

$$h = 3\frac{H}{L}\cdot L - \frac{9}{4}H = \frac{12-9}{4}H = \frac{3}{4}H$$

1) $\boxed{H = \frac{4}{3}h}$ $\quad H = \frac{4}{3}\cdot 5{,}4 \text{ (м)} = 7{,}2 \text{ (м)}$

2) Согласно (I) и симметрии из которой следует, что общее время полёта 2τ:

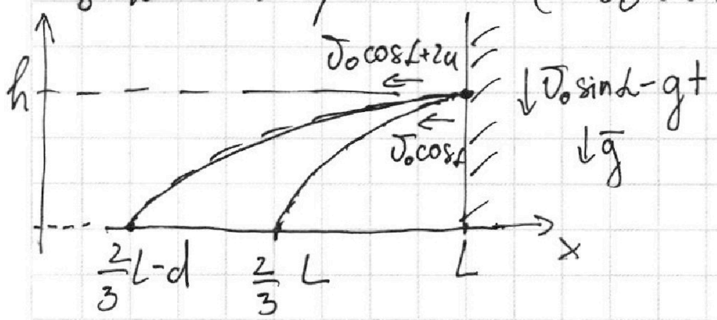
$$t_1 = 2\tau - t = \frac{4L}{3v_0\cos\alpha} - \frac{L}{v_0\cos\alpha} = \frac{L}{3v_0\cos\alpha}$$

Из (2) следует: $\left(\frac{L}{3v_0\cos\alpha}\right)^2 = \frac{H}{2g} \Rightarrow \frac{L}{3v_0\cos\alpha} = \sqrt{\frac{H}{2g}}$

$$t_1 = \sqrt{\frac{H}{2g}} = \sqrt{\frac{4h}{3\cdot 2g}} = \boxed{\sqrt{\frac{2}{3}\frac{h}{g}}} \qquad t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 5{,}4 \text{ (м)}}{3\cdot 10 \text{ (м)}}\text{(с}^2)} =$$

$$= \sqrt{0{,}36}\text{ (с)} = 0{,}6 \text{ (с)}$$

3) Пусть стенка движется со скоростью u против оси OX (усл.). Тогда в системе отсчёта, связанной со стенкой, у мяча проекция скорости $v_x = v_0\cos\alpha + u$. Скорость стенки никак не будет влиять на вертикальную составляющую скорости мяча. Тогда после соударения со стенкой в этой СО у мяча будет скорость $(-v_0\cos\alpha - u)$. Снова перейдём в СО Земли и получим абсолютную проекцию скорость $(-v_0\cos\alpha - 2u)$.



Время движения до падения в обоих случаях будет t_1, ведь оно определяется y-параметрами, которые одинаковы.

$$\begin{cases} \frac{2}{3}L - d = L - v_0 t_1\cos\alpha - 2ut_1 \\ \frac{2}{3}L = L - v_0 t_1 \cos\alpha \end{cases} \ominus$$

$$-d = \cancel{v_0 t_1\cos\alpha} - \cancel{v_0 t_1 \cos\alpha} - 2ut_1$$

$$2ut_1 = d \rightarrow \boxed{u = \frac{d}{2t_1}} \qquad u = \frac{\cancel{1{,}8}\,^{3}\,(м)}{2\cdot 0{,}6\,(с)} = 1{,}5\left(\frac{м}{с}\right)$$

Ответ: 1) $H = 7{,}2$ (м); 2) $t_1 = 0{,}6$ (с); 3) $u = 1{,}5\left(\frac{м}{с}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

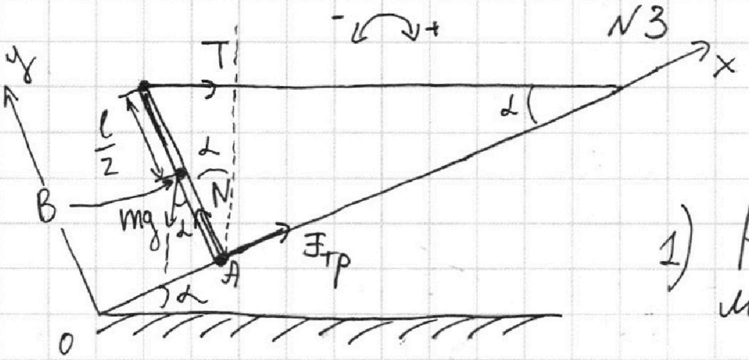
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N3



l – длина стержня
N – сила реакции опоры

1) Рассмотрим правило моментов отн. т. A:

$$m = \frac{2T\cos\alpha}{g\sin\alpha} = \boxed{\frac{2T\,ctg\,\alpha}{g}} \leftarrow T\,l\cos\alpha - mg\frac{l}{2}\sin\alpha = 0$$

$$[m] = \frac{H}{м}\cdot c^2 = \frac{кг\cdot м\cdot c^2}{c^2\cdot м} = кг \qquad m = \frac{2\cdot 17{,}3\cdot\sqrt{3}}{10} = 3{,}46\sqrt{3}\ (кг)$$

2) Рассмотрим моменты отн. т. B.

$$T\frac{l}{2}\cos\alpha - F_{тр}\frac{l}{2} = 0$$

(отсюда следует что $F_{тр}$ направлена вдоль OX вверх).

$$\boxed{F_{тр} = T\cos\alpha}$$

$$F_{тр} = 17{,}3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\ (H) = 8{,}65\sqrt{3}\ (H)$$

3) $F_{тр} \leq \mu N$

$$\begin{cases} \mu \geq \frac{F_{тр}}{N} \\ F_{тр} = T\cos\alpha \\ N = T\frac{\cos^2\alpha + 1}{\sin\alpha} \end{cases}$$

$$\mu \geq \frac{T\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{T(\cos^2\alpha+1)}$$

$$\boxed{\mu \geq \frac{\sin 2\alpha}{2(1+\cos^2\alpha)}}$$

Стержень покоится $\Rightarrow$ запишем 1-ый з-н Ньютона по оси OY:

$$\begin{cases} N - mg\cos\alpha - T\sin\alpha = 0 \\ mg = 2T\,ctg\,\alpha \end{cases}$$

$$N = T\left(\frac{2\cos^2\alpha}{\sin\alpha} + \sin\alpha\right) = T\frac{2\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos^2\alpha + 1}{\sin\alpha}T$$

$$\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{2\cdot 2\left(1+\frac{3}{4}\right)} = \frac{\sqrt{3}\cdot 4}{4\cdot 7} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

Ответ: 1) $m = 3{,}46\cdot\sqrt{3}$ (кг); 2) $F_{тр} = 8{,}65\cdot\sqrt{3}$ (H); 3) $\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

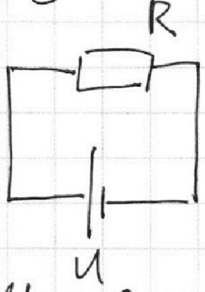
МФТИ

№4

$V = 1\ л = 10^{-3}\ м^3$

$m = \rho V = 10^3 \frac{кг}{м^3} \cdot 10^{-3}\ м^3 = 1\ кг$ – масса нагреваемой воды.

1)



$$\boxed{P_н = \frac{U^2}{R}} = \frac{\cancel{100}^{4} \cdot 100\ В^2}{\cancel{25}\ Ом} = 400\ Вт.$$

2) Уравнение теплового балланса:

$$cm\,d\tau + P\,dt - P_н\,dt = 0$$

Здесь $d\tau$ – малое изменение температуры за малое время dt.

Тогда Pdt – это площадь под графиком ~~для~~ $P(t)$ для любого dt.

$P_0 = P(0) = 100\ Вт$

$P_1 = P(180) = P_0 + kt$

$\cancel{k = 30}$ k – угловой коэффициент на графике $P(t)$

$P_1 = 100\ Вт + 1 \cdot \frac{Вт}{с} \cdot 180\ с = 280\ Вт.$

$k = \frac{300 - 100}{200} \cdot \frac{Вт}{с} = 1 \frac{Вт}{с}$

$$cm(\tau_1 - \tau_0) + \frac{P_0 + P_1}{2} \cdot T = P_н \cdot T$$

$$\boxed{\tau_1 = T \cdot \frac{2P_н - P_0 - P_1}{2cm} + \tau_0}$$

$$[\tau_1] = с \cdot \frac{Вт \cdot кг \cdot {}^\circ С}{Дж \cdot кг} + {}^\circ С = \frac{\cancel{Вт} \cdot \cancel{Дж} \cdot с \cdot {}^\circ С}{с \cdot \cancel{Дж}} + {}^\circ С = {}^\circ С$$

$$\tau_1 = \cancel{180}^{90} \cdot \frac{800 - 100 - 280}{\cancel{2} \cdot 420\cancel{0} \cdot 1} + 16 = \frac{9 \cdot 420}{420} + 16 = 25\ ({}^\circ С)$$

Ответ: $P_н = 400\ Вт$; $\tau_1 = 25\ {}^\circ С$.

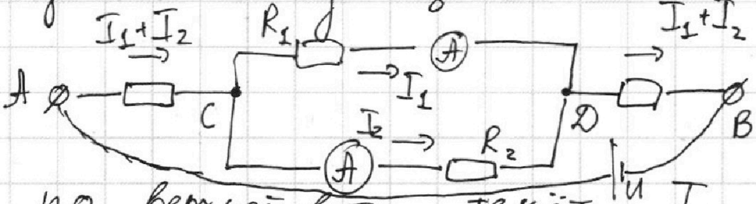
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

Перерисуем схему цепи:



$I_1 = 2$ А

$U_{AB} = U$

Пусть по верхней ветке течёт I_1, а по нижней I_2 (это показания идеальных амперметров). Тогда $U_{CD} = I_1 R_1 = I_2 R_2$.

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$; по условию $I_1 > I_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow R_2 > R_1$, а для сопротивлений из условия есть только два значения

$R_2 = 60$ Ом

$R_1 = 30$ Ом

$$\boxed{I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2}} \Leftarrow$$

$$I_2 = 2\text{ А} \cdot \frac{30\text{ Ом}}{60\text{ Ом}} = 1\text{ А}$$

Одно из сопротивлений R_{AC} и R_{DB} — это R_1, а другое — R_2, но непринципиально какое конкретно.

Мощность сил в источнике:

$$\begin{cases} P = UI, \text{ где } I \text{ - это общий ток в цепи, т.е. } I = I_1 + I_2 = 3\text{А}. \\ U = I(R_1+R_2) + I_1R_1 \end{cases}$$

$$P = (I(R_1+R_2) + I_1R_1)I = \boxed{((I_1+I_2)(R_1+R_2)+I_1R_1)(I_1+I_2)}$$

$$[P] = ((А+А)\cdot(Ом+Ом) + А\cdot Ом)\cdot А = В\cdot А = Вт$$

$$P = (3\cdot 90 + 2\cdot 30)\cdot 3 = (270+60)\cdot 3 = 330\cdot 3 = 990\ (Вт)$$

Ответ: 1) $I_2 = 1$ А; 2) $P = 990$ Вт.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

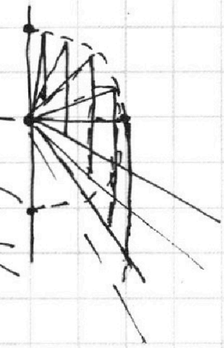
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$u^2+V^2-2uV\cos\varphi_1 = V_1^2$$

$$u^2+V^2-2uV\cos\varphi_2 = V_2^2$$



$$169 \times 17 = 1183 + 169 = 2873$$

$$13 \times 13 = 39 + 13 = 169$$

$$\varphi_1 = 90+\alpha$$

$$\varphi_2 = 90-\beta$$

$$\cos(90+\alpha) = \cos 90^\circ \cdot \cos\alpha - \sin 90^\circ \cdot \sin\alpha = 0 - \sin\alpha = -\sin\alpha$$

$$\cos(90^\circ-\beta) = \sin\beta$$

$$\begin{cases} u^2+V^2+2uV\sin\alpha = V_1^2 \\ u^2+V^2-2uV\sin\beta = V_2^2 \end{cases} \ominus$$

$$2uV(\sin\alpha+\sin\beta) = V_1^2 - V_2^2$$

$$2V\cdot\left(\frac{L}{T_1}-V\right)+2V\left(V-\frac{L}{T_2}\right) = \frac{L^2+d^2}{T_1^2} - \frac{L^2+d^2}{T_2^2}$$

$$2V\left(\frac{L}{T_1}-\cancel{V}+\cancel{V}-\frac{L}{T_2}\right) = (L^2+d^2)\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$$

$$2VL\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right) = (L^2+d^2)\left(\frac{1}{T_1^2}-\frac{1}{T_2^2}\right)$$

$$2VL\,\frac{\cancel{T_2-T_1}}{T_1T_2} = (L^2+d^2)\,\frac{\cancel{(T_2-T_1)}(T_2+T_1)}{T_1^2T_2^2}$$

$$\boxed{V = \frac{(L^2+d^2)(T_2+T_1)}{2LT_1T_2}} = \frac{м^2\cdot с}{м\cdot с^2} = \frac{м}{с}$$

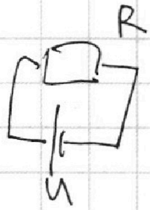
$$= \frac{130^2\cdot 340\cdot 130}{2\cdot 120\cdot 100\cdot 240} = \frac{169\cdot 17}{12\cdot 12\cdot 10\cdot 2} =$$

$$120\cdot 24 = 12\cdot 10\cdot 2\cdot 12 = 144\cdot 2\cdot 10 = 2880$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$P_н = \frac{U^2}{R} = \frac{100^4 \cdot 100}{25} = 400$ Вт.

$P = \alpha(\tilde t - \tilde t_0)$ $\quad V_2 = \frac{130}{240} = \frac{13}{24}$ м/с

$P_н \frac{}{2} dt = cm\,d\tilde t + P\,dt$

~ S под графиком

$P_н \cdot T = cm(\tilde t_1 - \tilde t_0) + \frac{P_2 + P_0}{2} \cdot T$

$P = kt + 100$ (Вт) $\quad \tilde t_1 = T\,\frac{2P_н - P_2 - P_0}{2cm} + \tilde t_0 =$

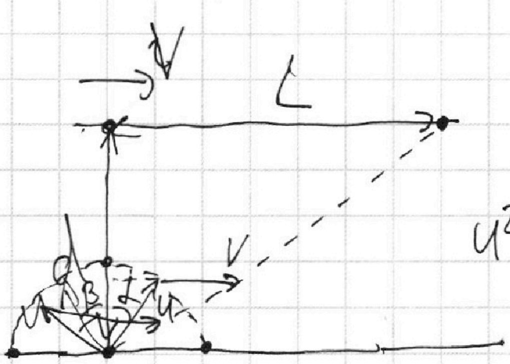
Вт/с $\quad P = t + 100$ (Вт) $\quad = 180 \cdot \frac{800-280-100}{2\cdot 4200 \cdot 1} +$

$P_2 = 180 + 100 = 280$ (Вт)

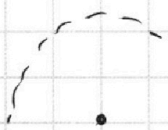
$\begin{array}{r} 400 \\ -280 \\ \hline 800\ 420 \end{array}$ $\quad + 16 =$

$= \frac{180 \cdot 420}{4 \cdot 4200} + 16 =$

$= 25$ °C



$u^2 + V^2$ $\quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$



$(u\sin\alpha + V)T_1 = L$

$(-u\sin\beta + V)T_2 = L$

$uT_1\cos\alpha = d$

$uT_2\cos\beta = d$

$V_1 T_1 = \sqrt{L^2 + d^2}$

$V_2 T_2 = \sqrt{L^2 + d^2}$

$V_1 = \frac{\sqrt{L^2+d^2}}{T_1} = \frac{130}{100} = 1{,}3$ м/с

$\frac{T_1\cos\alpha}{T_2\cos\beta} = 1$

$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{T_2}{T_1} = 2{,}4$

$u\sin\alpha\, T_1 = L - VT_1$

$u\sin\beta\, T_2 = VT_2 - L$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$L\,\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v_0 \sin\alpha}{\frac{2}{3}\cdot 4}$. $x = \frac{3}{2}\cdot\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g} = \frac{3}{2}\cdot 4H$ $\quad 17{,}3\times 2 = 34{,}6$

$T = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$ $\quad h + \frac{9}{4}H = 3H$ $\quad \frac{1}{\cos^2\alpha} = 1+\mathrm{tg}^2\alpha$

$2\tau - t = t_1$ $\quad \cancel{\cos\alpha}$ $\quad h = \left(3 - 2\frac{1}{4}\right)H = \frac{3}{4}H$

$H = \frac{4}{3}h = \frac{4\cdot 5{,}4}{3} = 7{,}2$ м

$\frac{2v_0\sin\alpha}{g} - \frac{L}{v_0\cos\alpha} = t_1$ $\quad 1{,}8\times 4 = 7{,}2$

$\frac{2}{g}\sqrt{2gH} - \sqrt{\frac{H}{g}\cdot\frac{9}{2}} = 2\sqrt{2\frac{H}{g}} - 3\sqrt{\frac{1}{2}\frac{H}{g}} =$

$= \sqrt{\frac{H}{g}}\left(2\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \frac{4-3}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{H}{g}} = \sqrt{\frac{H}{2g}} = \sqrt{\frac{3{,}6\text{ м}}{10\text{ м}}\cdot c^2} =$

$\cancel{v_0 t_1\cos\alpha} + 2ut_1 - \cancel{v_0 t_1\cos\alpha} = d$ $\quad = \sqrt{0{,}36}\ c =$

$u = \frac{d}{2t_1} = \frac{1{,}8\text{ м}}{1{,}2\text{ с}} = 1{,}5\ \frac{м}{с}$ $\quad 36\times 2 = 72$ $\quad = \sqrt{0{,}1^2\cdot 6^2}\ c =$

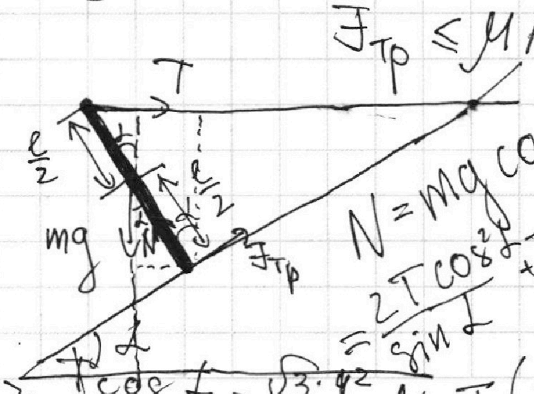
$t_1 = 0{,}6$ с.

$v_0\cos\alpha - u$ $\quad \frac{2}{7}\sqrt{3}$ $\quad u$ $\quad -v_0\cos\alpha + u + u$

$T\frac{l}{2}\cos\alpha = F_{тр}\frac{l}{2} = 17{,}3\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad 8{,}540155 = 8{,}65\sqrt{3}$

$\cancel{v_0\cos\alpha}\cdot\left(v_0\cos\alpha - 2u\right)t_1 = 2ut_1 = d$

$F_{тр} \le \mu N$ $\quad u = \frac{d}{2t_1}$ $\quad 3{,}46\sqrt{3}$



$N = mg\cos\alpha + T\sin\alpha$ $\quad mg\frac{l}{2}\sin\alpha = Tl\cos\alpha$

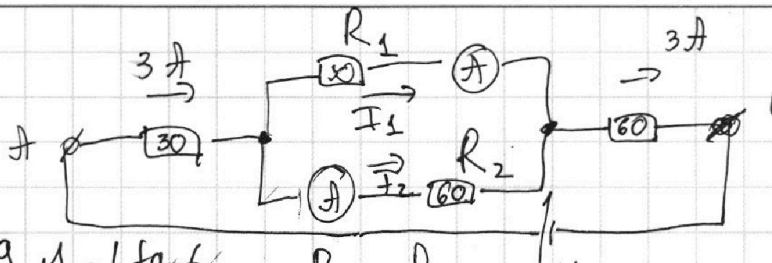
$= \frac{2T\cos^2\alpha}{\sin\alpha} + T\sin\alpha$ $\quad m = \frac{2T}{g\,\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{2\cdot 17{,}3\cdot\sqrt{3}}{10}$

$\mu \ge \frac{T\cos\alpha}{T(1+\cos^2\alpha)} = \frac{\sqrt{3}\cdot 4\cdot 2}{2\cdot 7}$ $\quad N = T\left(2\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) = T\left(\cos^2\alpha + 1\right) = \frac{7}{4}T$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$R_1 = 30\,Ом$
$R_2 = 60\,Ом$
$I_1 = 2A$

$h + \frac{g}{4}H = L\,tg\,\alpha$

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$

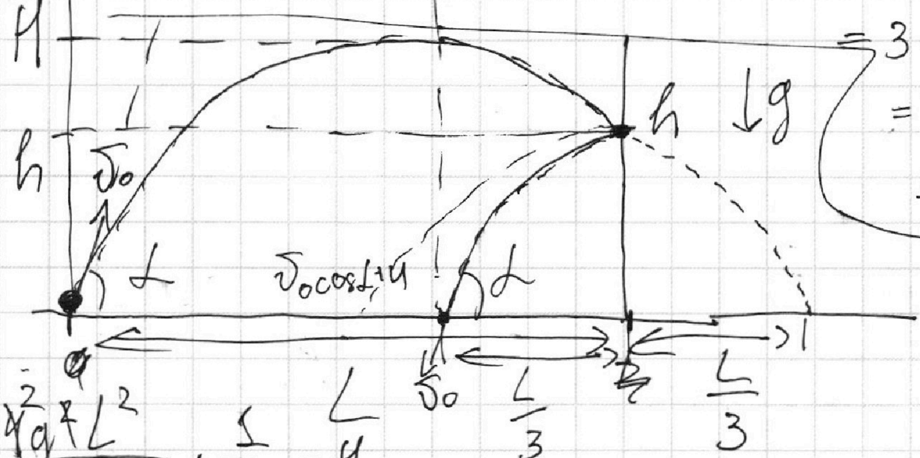
$I_2 R_2 = I_1 R_1$

$I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_2} = 2A \cdot \frac{30}{60} = 1A$

$I = I_1 + I_2 = 3A$

$P = uI = 330\,B \cdot 3A = 990\,Вт$

$u = IR_1 + I_1R_1 + IR_2 =$
$= 3\cdot30 + 2\cdot30 + 3\cdot60 =$
$= 90 + 60 + 180 =$
$= 270 + 60 = 330\,B$



$\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = H$

$\frac{9g^2L^2}{9v_0^2\cos^2\alpha}\cdot\frac{1}{2g} = H$

$v_0 \sin\alpha = \frac{2gL}{3v_0\cos\alpha}$

$\frac{mv_0^2}{2} - mgH - \frac{mv_0^2\cos^2\alpha}{2} = 0$

$\frac{v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{2}{3}L$

$v_0 t\cos\alpha = L$

$\frac{27}{9}\frac{gL^2}{v_0^2\cos^2\alpha} = H\cdot\frac{g}{2}$

$\frac{L}{v_0\cos\alpha} = \sqrt{\frac{H}{g/2}}$

$v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = h$

$\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = H$

$v_0\tau\cos\alpha = \frac{L + \frac{L}{3}}{2} = \frac{2}{3}L$

$v_0\tau\sin\alpha - \frac{g\tau^2}{2} = H$

$v_0\sin\alpha\cdot\frac{L}{v_0\cos\alpha} - \frac{g}{2}\cdot\frac{L^2}{v_0^2\cos^2\alpha} = h$

$\tau = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$

$v_0\sin\alpha - g\tau = 0$

$L\,tg\,\alpha - \frac{g}{2}\cdot H\cdot\frac{g}{2} = h$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$l = Vt - ut\sin\varphi = \frac{Vd}{u\cos\varphi} - \frac{\cancel{u}\sin\varphi\cdot d}{\cancel{u}\cos\varphi} =$$

$$ut\cos\varphi = d \rightarrow t = \frac{d}{u\cos\varphi}$$

$$= \frac{d}{\cos\varphi}\left(\frac{V}{u} - \sin\varphi\right)$$

$$l' = +1\cdot\frac{d}{\cos^2\varphi}\cdot(+\sin\varphi)\left(\frac{V}{u} - \sin\varphi\right) +$$

$$+\frac{d}{\cos\varphi}(-\cos\varphi) = \frac{\sin\varphi\, d}{\cos^2\varphi}\left(\frac{V}{u} - \sin\varphi\right) \cancel{-d} = 0$$

$$= 1$$

$$\frac{V}{u} - \sin\varphi = \frac{\cos^2\varphi}{\sin\varphi}$$

$$u^2T_1^2 - V^2T_1^2 = l^2 + d^2 -$$

$$\frac{V}{u} = \frac{\cos^2\varphi}{\sin\varphi} + \sin\varphi = \frac{1}{\sin\varphi}$$

$$- \frac{(l^2+d^2)(T_1+T_2)}{T_2}$$

$$\sin\varphi = \frac{u}{V}$$

$$l = \frac{d}{\sqrt{1-\frac{u^2}{V^2}}}\left(\frac{V}{u} - \frac{u}{V}\right) = \frac{d\sqrt{(V-u)}\sqrt{(V+u)}\,V}{\sqrt{V-u}\cdot\sqrt{V+u}\cdot uV} =$$

$$= d\sqrt{\frac{V^2-u^2}{u^2}} = d\sqrt{\left(\frac{V}{u}\right)^2 - 1}$$

$$uT_1\cos\alpha = d$$

$$\cancel{u\cdot\frac{d}{u\cos\varphi}\cdot\cos\varphi = d}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{d^2}{u^2T_1^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{d}{uT_1}$$

$$\cancel{\frac{d}{T_1}\,\mathrm{tg}\,\alpha}$$

$$u^2T_1^2 - V^2T_1^2 = (l^2+d^2)\left(\frac{-T_1}{T_2}\right)$$

$$\frac{\cancel{u}}{\cancel{u}T_1}\sqrt{u^2T_1^2 - d^2} = \frac{l}{T_1} - VT_1$$

$$u^2T_1^2 - d^2 = l^2 + V^2T_1^2 - 2lVT_1 \qquad V^2 - u^2 = \frac{l^2+d^2}{T_1T_2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$V^2-u^2=\frac{l^2+d^2}{T_1T_2}=\frac{(l^2+d^2)^2(T_1+T_2)^2}{4l^2T_1^2T_2^2}-u^2$$

$$u^2=\frac{l^2+d^2}{T_1T_2}\left(\frac{(l^2+d^2)(T_1+T_2)^2}{4l^2T_1T_2}-1\right)=$$

$$\frac{4l^2T_1T_2}{}$$

$$l^2T_1^2+l^2T_2^2+\cancel{2l^2T_1T_2}+$$
$$+d^2(T_1+T_2)^2-4l^2T_1T_2=$$
$$\frac{l^2(T_1-T_2)^2+d^2(T_1+T_2)^2}{4l^2T_1T_2}$$

$$2ld\sqrt{\frac{4l^2T_1T_2}{l^2(T_1-T_2)^2+d^2(T_1+T_2)^2}}=$$

$$\frac{\overset{2}{\cancel{4}}\ 6}{12\cdot12\cdot\underset{7}{\cancel{14}}\cdot\underset{7}{\cancel{14}}\cdot10+5\cdot5\cdot\underset{17}{\cancel{34}}\cdot\underset{17}{\cancel{34}}\cdot10}$$

$$\begin{array}{r} 1446\\ \times\ 49\\ \hline 1296\\ +576\ \\ \hline 70560\\ +72250\\ \hline 142810 \end{array}\qquad\begin{array}{r} 289\\ \times\ 25\\ \hline 1445\\ +578\ \\ \hline 72250 \end{array}$$

$$142810 : 2 = 71405$$

14
-2
2
-8
8
1