



Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за  $T = 2$  с.

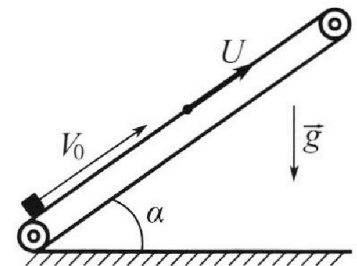
1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью  $V_0$  под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии  $S = 20$  м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,8$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 4$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = \frac{1}{3}$ . Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время  $T$  после старта коробка пройдет в первом опыте путь  $S = 1$  м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 2$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 4$  м/с.

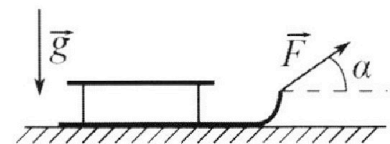
2) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 2$  м/с?

3) На какой высоте  $H$ , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости  $V_0$  за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости  $V_0$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время  $T$  после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения  $g$ .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

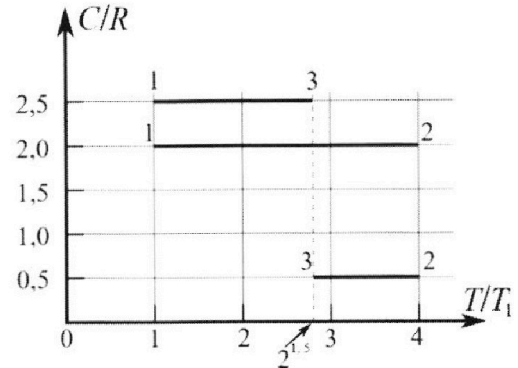
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



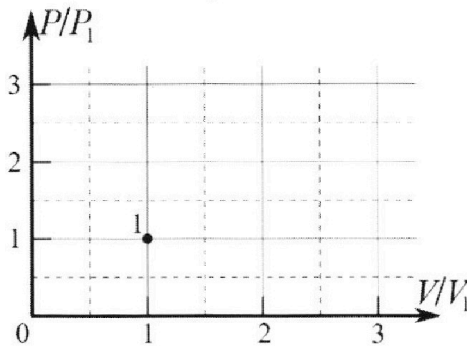
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной  $R$ ) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1  $T_1 = 400$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



1) Найдите работу  $A_{12}$  газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



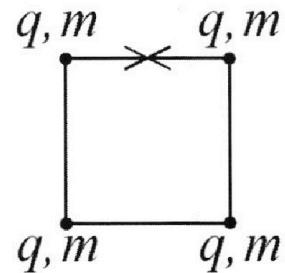
5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $b$  (см. рис.). Масса каждого шарика  $m$ , заряд  $q$ .

1) Найдите силу  $T$  натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость  $V$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?



Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Дано: | Решение:

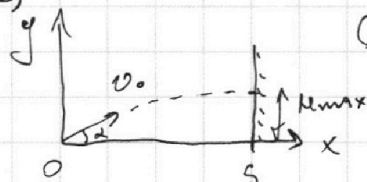
$$T = 2c \quad 1) v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = v_0 - gT \Rightarrow v_0 = gT \Rightarrow v_0 = 10 \cdot 2 = 20 \left(\frac{m}{c}\right)$$

$$g = 10 \frac{m}{c^2}$$

$$S = 20 \text{ м}$$

$$v_0 = ?$$

$$h_{\max} = ?$$



Для гвизн. по ОХ:  $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$   
 $s = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{s}{v_0 \cos \alpha}$

По ОУ  $g$  достигает max. высота  $h$

$$\text{поиете } v_{0y} \quad v_{0y} = 0 \Rightarrow 0 = v_0 \sin \alpha - gt \Rightarrow v_0 \sin \alpha = \frac{gt}{2}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2gs}{v_0^2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 20}{20^2} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ, \text{ отсюда } t = \frac{s}{v_0 \cos 45} = \frac{20 \cdot 2}{20\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ (с)}$$

$$h = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} - \frac{10 \cdot 2}{2} = 20 - 10 = 10 \text{ (м)}$$
$$h = h_{\max} = 10 \text{ м}$$

Ответ:  $v_0 = 20 \frac{m}{c}$ ;  $h_{\max} = 10 \text{ м}$

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

Дано:

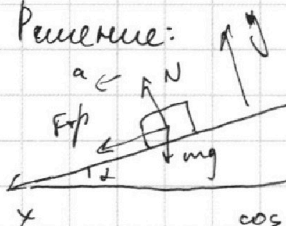
$\sin \alpha = 0,8$

$v_0 = 4 \frac{m}{c}$

$\mu = \frac{1}{3}, g = 10 \frac{m}{c^2}$

$s = 1 \text{ м}, u = 2 \frac{m}{c}$

Решение:



1) OX:  $F_{тр} + mg \sin \alpha = ma$

OY:  $N = mg \cos \alpha$

$\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma$

$g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = a$

$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,64} = 0,6 \Rightarrow a = 10(\frac{1}{3} \cdot 0,6 + 0,8)$

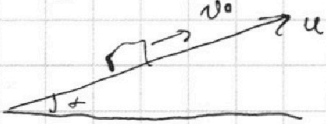
$a = 10(0,2 + 0,8) = 10(\frac{10}{20})$

Заметим что  $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$  если  $v = 0$ , а  $v_0 = 4$ , то

$s_{max} = \frac{16}{2 \cdot 10} = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ (м)}$ .  $\Rightarrow$  Коробка не достигнет 1 м.

(см. п.1 продолжение) 2) перейдем в ИСО транспорта.

Тогда  $v_{отн} = v_0 - u$ . На тело действуют все те же силы, т.к. коробка скользит, обходя ленту (сила трения направ. вниз по ленте).

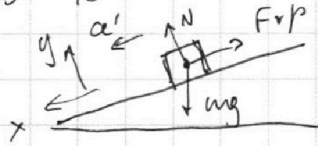


пока скорости ленты и коробки не сравняются. При этом

$0 = v_{отн} - at \Rightarrow t = \frac{v_{отн}}{a} = \frac{v_0 - u}{a} = \frac{4 - 2}{10} = 0,2 \text{ (с)}$

$L = ut = u \cdot \frac{v_0 - u}{a} = 2 \cdot \frac{4 - 2}{10} = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ м}$   $L = \frac{u^2 - v_0^2}{-2a} = \frac{0^2 - 16}{-20} = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ (м)}$

3) Поиск момента ~~становится~~ когда  $v_{отн} = 0$ :



OX:  $mg \sin \alpha - F_{тр} = ma'$  OY:  $N = mg \cos \alpha \Rightarrow mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma'$

$a' = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 10(0,8 - \frac{1}{3} \cdot 0,6) = 10(0,8 - 0,2) = 6 \frac{m}{c^2}$

чтобы  $v = 0$  отн. Земле,  $v_{отн} = -2 \frac{m}{c}$

~~$v_{отн} = v_0 - at \Rightarrow -2 = 4 - 10t \Rightarrow 10t = 6 \Rightarrow t = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ (с)}$~~

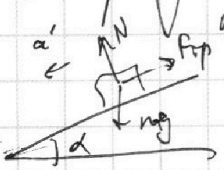
Тело проделает путь  $l_1 = L$  на укл. до  $v_{отн} = 0$

и путь  $l_2 = \frac{v_0^2 - v_{отн}^2}{2a'} = \frac{16 - 4}{2 \cdot 6} = \frac{12}{12} = 1 \text{ (м)}$

Это путь по ленте, отн. Земле, ~~напр. вверх~~.

Тогда  $H = (l_1 + l_2) \sin \alpha = (0,6 + 1) \cdot 0,8 = \frac{1,6 \cdot 0,8}{3} = \frac{1,28 \cdot 0,8}{3} = \frac{1,024}{3} = \frac{844}{3000} \text{ (м)}$

1) ~~Продолжение~~ ~~Тело не пройдет~~  
 Тело пройдет 0,8 м по транспортеру, ОСТАВится, далее оно начнет скользить вниз с гр. укл.  $\alpha'$   
 $N = mg \cos \alpha' \Rightarrow mg \sin \alpha' - \mu mg \cos \alpha' = ma' \Rightarrow a' = g(\sin \alpha' - \mu \cos \alpha') = 6 \frac{m}{c^2}$   
 $\Rightarrow$  тело должно пройти еще 0,2 м  $\Rightarrow$  ~~продолжение~~  
 см. продолжение на фр. листе



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

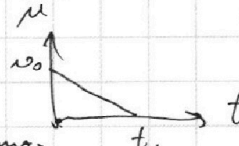
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2 *прогомерие:*

$$S' = 2 \text{ м.}$$

$$S' = a' \frac{t_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2S'}{a'}}$$

$$S_{\text{max}} = v_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2} = \frac{v_0 t_1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{2S_{\text{max}}}{v_0}$$



$$T = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2S'}{a'}} + \frac{2S_{\text{max}}}{v_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{6}} + \frac{2 \cdot 0,8}{4} = \sqrt{\frac{0,4}{6}} + \frac{0,8}{2} = \sqrt{\frac{4}{60}} + 0,4 =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{30}} + 0,4 = \sqrt{\frac{1}{15}} + 0,4 \text{ (с)}$$

$$\text{Ответ: } T = (0,4 + \sqrt{\frac{1}{15}}) \text{ с}; L = 0,6 \text{ м}; H = \frac{944}{3000} \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

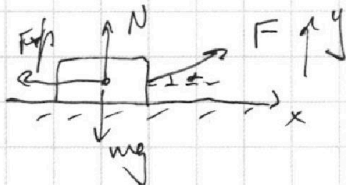
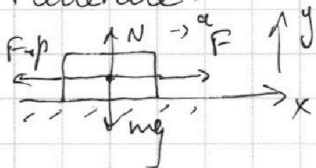
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $v_0, \alpha, g$   
 $\mu = ?$ ,  $T = ?$

Решение:



1) Когда  $F$  действует горизонтально ко, имеем

$$OY: N = mg$$

$$OX: F - F_{fr} = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma$$

Когда  $F$  действует под углом к горизонту

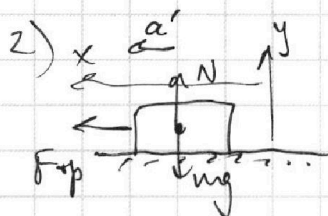
$$OY: N + F \sin \alpha = mg \Rightarrow N = mg - F \sin \alpha$$

$$OX: F \cos \alpha - F_{fr} = ma$$

$$\begin{cases} F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = ma \\ F - \mu mg = ma \end{cases}$$

$$F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha - F = 0 \Rightarrow \cos \alpha + \mu \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



2) Когда сила перестала действовать, имеем

$$OX: F_{fr} = ma'$$

$$OY: N = mg \Rightarrow \mu mg = ma' \Rightarrow a' = \mu g$$

$$v_x = v_0 + a_x t \Rightarrow 0 = -v_0 + a' T \Rightarrow a' T = v_0$$

$$T = \frac{v_0}{a'} = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g(1 - \cos \alpha)}$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}; \quad T = \frac{v_0 \sin \alpha}{g(1 - \cos \alpha)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



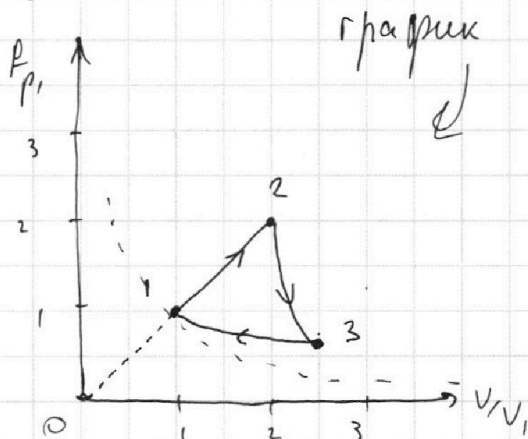
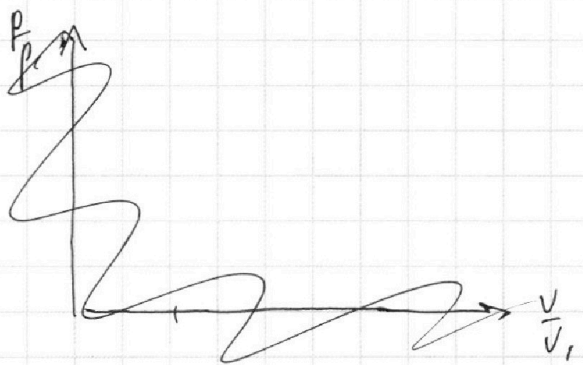
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4

$$\frac{2p_1}{p_3} = \frac{V_3}{\sqrt{2}V_1} \Rightarrow p_3 = \frac{2\sqrt{2}p_1V_1}{V_3}$$

$$p_1V_3 - p_3V_1 = p_1V_3 - \frac{V_1}{V_3} 2\sqrt{2}p_1V_1$$



Заметим, что если  $V_3 > 3V_1$ , то тк.  $p_2V_3 = 2\sqrt{2}p_1V_1$ , то

$$p_3 = \frac{2\sqrt{2}p_1V_1}{3V_1} = \frac{2\sqrt{2}}{3}p_1 \Rightarrow p_3 > p_1 \text{ тк } 2\sqrt{2} > 3$$

$$A_{23} = \text{DRT}, (4 - 2\sqrt{2}) < A_{12} = 1,5 \text{ DRT},$$

$$(4 - 2\sqrt{2} < 1,5 \quad 2,5 < 2\sqrt{2}, \text{ верно, тк } 2\sqrt{2} \approx 2,8)$$

$\Rightarrow$  если  $p_3 > p_1$  и  $V_3 > 3V_1$ , то тк. при лнн. зависимости

$$A_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2}, \text{ то } p_2 + p_3 > p_1 + p_2; V_3 - V_2 > V_1 \Rightarrow A_{23} > A_{12}, \text{ что ложно}$$

$\Rightarrow V_3$  лежит между  $2V_1$  и  $3V_1$ .

если  $V_3 \in (2V_1; 3V_1)$ , то  $p_3 \in (p_1\sqrt{2}; \frac{2\sqrt{2}}{3}p_1) \Rightarrow p_3 > p_1$ .

Ответ:  $A_{12} = 4,986 \text{ Дж}; \eta = \frac{6,5 - 4\sqrt{2}}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

3)  $p_1 V_1 = \nu R T_1$ ,  $p_2 V_2 = 4 \nu R T_1 = 4 p_1 V_1$ ,  $p_3 V_3 = 2 \sqrt{2} p_1 V_1$

на ур. 1-2  $A > 0$ ,  $\Delta U > 0$ ,  $Q > 0$

если  $p_2 V_2 = \lambda^2 p_1 V_1$ , то  $\lambda = 2$ ,  $V_2 = 2 V_1$ ,  $p_2 = 2 p_1$ , при этом

$A = (p_2 p_1 \Delta(V_2 - V_1)) = \frac{3 p_1 V_1}{2} = 1.5 p_1 V_1$ , но при  $p_2 = 2 p_1$ ,  $V_2 = 2 V_1$ , то

$\Rightarrow$  ур. 1-2 - линейн.,  $p \sim V$ .

Рассм. ур. 2-3. На этом ур.  $A > 0$ ,  $\Delta T < 0$ ,  $Q < 0 \Rightarrow$  гр. идёт **высово вниз**.

$A_{23} = 2 \nu R T_1 (2 - \sqrt{2})$

$\Delta T = T_3 - T_2 = T_1 (2\sqrt{2} - 4) = 2 T_1 (\sqrt{2} - 2)$

$\Rightarrow A_{23} = 2(2\sqrt{2}) T_1 \nu R = -\Delta T \nu R \Rightarrow$  **адиабата**

$p V^\gamma = \text{const.}$   $\gamma = \frac{5}{2}$  для  $i=3 \Rightarrow p_1 V_1^{\frac{5}{2}} = p_2 V_2^{\frac{5}{2}}$

$p_1^2 V_1^5 = p_2^2 V_2^5$

$p_2 V_2 = 4 p_1 V_1 \Rightarrow p_2^2 V_2^2 = 16 p_1^2 V_1^2$

$p_1^2 V_1^5 = 16 p_1^2 V_1^2 V_2^3$

$V_1^3 = 16 V_2^3 \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^3 = 2^4$

$\frac{V_1}{V_2} = 2 \sqrt[3]{2}$

$V_1 = V_2$  на гр.  $V_2 = V_3$  на гр.

$\frac{V_1}{V_3} = 2 \sqrt[3]{2} \Rightarrow V_3 = \frac{V_1}{2 \sqrt[3]{2}}$

Рассм. ур. 3-1. На этом ур.  $A < 0$  ( $A_{31} = \nu R T_1 (1 - 2\sqrt{2})$ ).

$\Delta T < 0 \Rightarrow$  **точка 3**

~~должна находиться так, что она лежит на более высокой высоте, но  $V_3 < V_1$ .~~

$A_{23} = -\nu R \Delta T$ .  $\Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow Q_{23} < 0$ .  $\Rightarrow$  процесс идёт **круто** вниз (круче адиабаты), но  $\Delta V > 0$  т.к.  $A_{23} > 0$ .  $T_2 > T_1 \Rightarrow$  точка 3 лежит на высоте между 1 и 2.

Если 2-3 - лин. ур., то  $A_{23} = (p_2 + p_3)(V_3 - V_2) =$

$= \frac{p_2 V_3 - p_2 V_2 + p_3 V_3 - p_3 V_2}{2} = \frac{p_2 V_3 - p_3 V_2 - 4 p_1 V_1 + 2 \sqrt{2} p_1 V_1}{2} = \frac{2 p_1 V_3 - 2 p_3 V_1 - p_1 V_1 (2 - 2\sqrt{2})}{2}$

$p_2 = 2 p_1$ ,  $V_2 = 2 V_1$   $\left| \begin{aligned} &= \frac{2 p_1 V_3 - 2 p_3 V_1 - 2(2 p_1 V_1 - \sqrt{2} p_1 V_1)}{2} = \frac{p_1 V_3 - p_3 V_1 - p_1 V_1 (2 - \sqrt{2})}{2} \end{aligned} \right.$

$\frac{p_2}{p_3} = \frac{V_3 - V_2}{V_0 - V_3} \Rightarrow \frac{p_2}{p_3} = \frac{V_0 - V_1}{V_0 - V_3}$   $\frac{p_2 V_2}{p_3 V_3} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{4 T_1}{2 \sqrt{2} T_1} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{p_2}{p_3} = \frac{V_3 \sqrt{2}}{V_2}$

$\frac{V_0 - V_2}{V_0 - V_3} = \frac{V_3 \sqrt{2}}{V_2}$

$V_0 V_2 - V_2^2 = V_0 V_3 \sqrt{2} - V_3^2 \sqrt{2}$   
 $V_3^2 \sqrt{2} - V_2^2 = V_0 (V_3 \sqrt{2} - V_2)$

$\frac{p_2}{p_3} = \frac{2 p_1}{p_3} = \frac{V_3 \sqrt{2}}{2 V_1}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4

Дано:

$$T_1 = 400 \text{ K}$$

$$i = 3, \nu = 1 \text{ моль}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$$

$$A_{12} = ?$$

$$y = ?$$

$$P_{Pr} \left( \frac{V}{V_1} \right) = ?$$

Решение:

$$c_{31} = 2,5R, \quad c_{12} = 2R, \quad c_{23} = \frac{R}{2}$$

$$T_2 = 4T_1, \quad T_3 = 2^{1,5}T_1 = 2\sqrt{2}T_1$$

$$1) \quad A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12}$$

$$Q_{12} = c_{12} \nu \Delta T = 2R (T_2 - T_1) = 2R (4T_1 - T_1) = 6R T_1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2} R T_1$$

$$A_{12} = 6R T_1 - 4,5R T_1 = 1,5R T_1$$

$$A_{12} = 1,5 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 400 = 6 \cdot 831 = 4986 \text{ (Дж)}$$

Заметим, что так  $T_1 - T_3 < 0, T_3 - T_2 < 0, T_2 - T_1 > 0$

$$Q_{23} = c_{23} \nu (T_3 - T_2) < 0, \quad Q_{31} = c_{31} \nu (T_1 - T_3) < 0$$

$$\Rightarrow Q_{\text{пол}} = Q_{12} = 6R T_1$$

$$A_y = A_{12} + A_{23} + A_{31}$$

$$(A_{12} = 1,5R T_1) \quad A_{23} = Q_{23} - \Delta U_{23} = \nu \frac{R}{2} (T_3 - T_2) - \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) =$$

$$= \frac{1}{2} R (2\sqrt{2}T_1 - 4T_1) - \frac{3}{2} R (2\sqrt{2}T_1 - 4T_1) = R T_1 (\sqrt{2} - 2) - 3R T_1 (\sqrt{2} - 2) =$$

$$= 3R T_1 (2 - \sqrt{2}) - R T_1 (2 - \sqrt{2}) = 2R T_1 (2 - \sqrt{2})$$

$$(A_{23} = 2R T_1 (2 - \sqrt{2}))$$

$$A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31} = \frac{5}{2} R (T_1 - T_3) - \frac{3}{2} R (T_1 - T_3) = R (T_1 - T_3) =$$

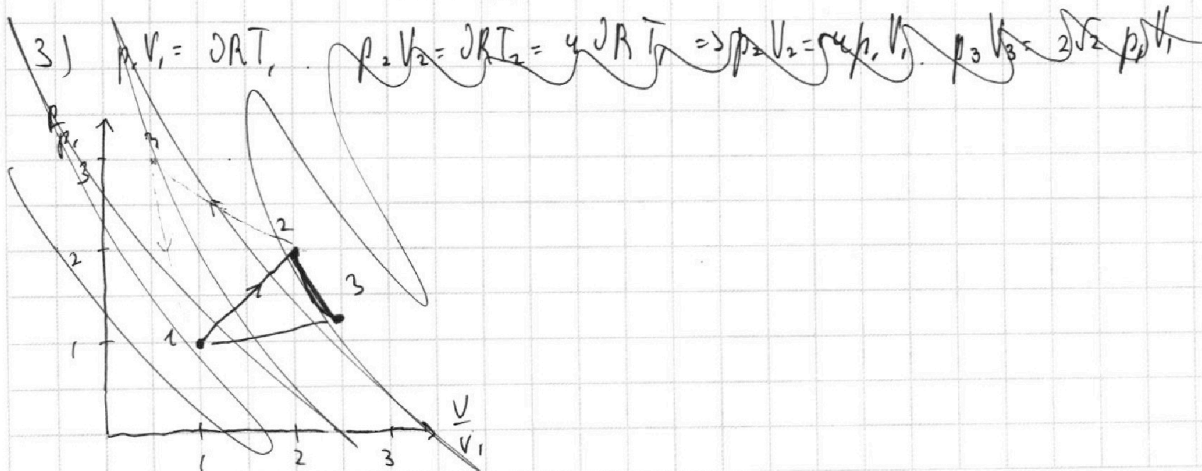
$$= R (T_1 - 2\sqrt{2}T_1) = R T_1 (1 - 2\sqrt{2})$$

$$(A_{31} = R T_1 (1 - 2\sqrt{2}))$$

$$A_y = 1,5R T_1 + 2R T_1 (2 - \sqrt{2}) + R T_1 (1 - 2\sqrt{2}) = R T_1 (1,5 + 4 - 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}) =$$

$$= R T_1 (6,5 - 4\sqrt{2})$$

$$y = \frac{R T_1 (6,5 - 4\sqrt{2})}{6R T_1} = \frac{6,5 - 4\sqrt{2}}{6}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



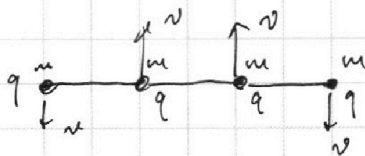
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

15 продолжение

$$W = W_n + W_k, \quad W_k = 2mv^2$$

$$W_n = 3 \frac{kq^2}{b} + 2 \cdot \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b} = \frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b}$$

$$= \frac{12kq^2}{3b} + \frac{kq^2}{3b} = \frac{13kq^2}{3b}$$

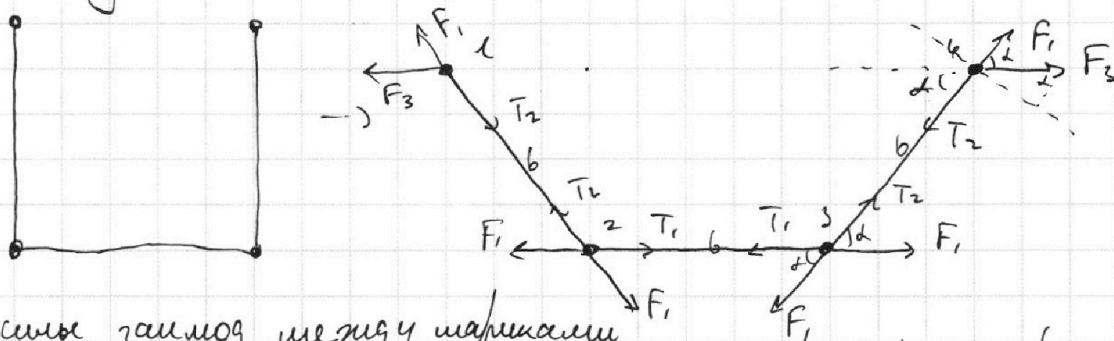


$$\text{Ищем } \frac{kq^2}{b}(4 + \sqrt{2}) = 2mv^2 + \frac{13kq^2}{3b} \Rightarrow 2mv^2 = \frac{kq^2}{b}(4 + \sqrt{2}) - \frac{13kq^2}{3b}$$

$$2mv^2 = \frac{kq^2}{b}(4 + \sqrt{2} - \frac{13}{3}) = \frac{kq^2}{b}(\sqrt{2} - \frac{1}{3}) \Rightarrow v^2 = \frac{kq^2(\sqrt{2} - \frac{1}{3})}{2mb}$$

$$v = q \sqrt{\frac{k(\sqrt{2} - \frac{1}{3})}{2mb}} \text{ в ответ}$$

3) Рассмотрим силы, действующие в системе в какой-то момент времени после перемещения нити, но до того, как шарик врежется в стенку.



Силы взаимод. между шариками не изменились, т.к. они всё ещё на  $b$  друг от друга нити натянуты).  ~~$F_1, F_2$~~  в любой момент времени. т.к. симметрия.

$$T_1 + F_1 \cos \alpha = F_1 + T_2 \cos \alpha$$

$$F_1(1 - \cos \alpha) = T_1 - T_2 \cos \alpha$$

~~Заметим что верхние шарик движ. по осп. от н. шариков.~~

~~Т.е. шар. 1 движ. по осп. от н. 2, а от н. 3.~~

~~Заметим что~~ Заметим что в СО 2 шарик будет движ. по осп. вокруг 2. Аналогично в СО 3 и будет движ. по осп. вокруг 3.

при этом  $m a_2 = F_3 \sin \alpha$

$$F_1 = \frac{kq^2}{b^2} \quad m a_2 = T_2 - F_1 - F_3 \cos \alpha$$

$$F_3 = \frac{kq^2}{(b + 2b \cos \alpha)^2} = \frac{kq^2}{b^2(1 + 2 \cos \alpha)^2}$$

В эту симметрии все шарик пройдут  $\frac{b}{2}$  по вертикали

$$m a_2 = T_2 - \frac{kq^2}{b} - \frac{kq^2 \cos \alpha}{b^2(1 + 2 \cos \alpha)^2}$$

$$\text{Ответ: } v = q \sqrt{\frac{k(\sqrt{2} - \frac{1}{3})}{2mb}}; \quad T = \frac{kq^2}{b^2} (1 + \frac{\sqrt{2}}{2}); \quad d = \frac{b}{2}$$

1  2  3  4  5  6  7

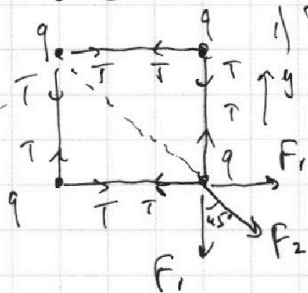
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5

Дано:  
b, m, q, k  
T = ?  
v = ?  
d = ?

Решение:



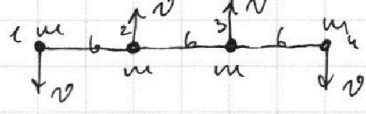
1) Картинка сложилась, все катя темна нити движалось. Рассмотрим правый нижний заряд для удобства

$$F_1 = \frac{kq^2}{b^2} = \frac{kq^2}{b^2} \quad F_2 = \frac{kq^2}{(b\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2b^2} = \frac{F_1}{2}$$

на OY:  $T = F_1 + F_2 \cos 45^\circ = F_1 + \frac{F_1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = F_1 + F_1 \frac{\sqrt{2}}{4}$

$$T = F_1 \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{kq^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = T \quad \text{в ответ}$$

2) Из симметрии заметим, что нижние заряды могут двигаться только по вертикали, т.к. при отклонении боковых нитей силы на систему, сост. из 2 нижних зарядов, будут скомпенсированы по горизонт. Так же из симметрии их скорости равны и сонаправлены. Если они направлены вверх, то вертикальная сост. скоростей верхних зарядов в конце направ. вниз. при этом еще заряды не успели, то ~~их~~ проекции их скор. на горизонт. напр. нулевые. Имеем:



Скорости равны, т.к. по 3-ей зак. и конеч. импульс по вертикали нулевой

Теперь можем записать 3-ю

$W = W_0$ , т.к. в системе действуют только потенц. силы.

$W_0 = 4W_1 + 2W_2$ , где  $W_1 = \frac{kq^2}{b}$ ,  $W_2 = \frac{kq^2}{b\sqrt{2}}$  — взаимод. диагональ зарядов

$$W_0 = 4 \frac{kq^2}{b} + \frac{2kq^2}{b\sqrt{2}} = \frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2\sqrt{2}}{b} = \frac{kq^2}{b} (4 + \sqrt{2}), \quad W_{к0} = 0 \text{ т.к. } v_0 = 0$$

$W = W_n + W_k = W_k = \frac{4mv^2}{2} = 2mv^2$      $W_n = W_1' + W_2' + W_3' + W_4'$  — Заметим

~~$W_n = 2 \left( \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b} \right) = 2 \left( \frac{3kq^2}{b} + \frac{2kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b} \right) =$~~

~~$= 2 \left( \frac{3kq^2}{b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b} \right) = 2 \left( \frac{4kq^2}{b} + \frac{kq^2}{3b} \right) = 2 \left( \frac{12kq^2 + kq^2}{3b} \right) = \frac{2 \cdot 13kq^2}{3b} = \frac{26kq^2}{3b}$~~

~~$\frac{kq^2}{b} (4 + \sqrt{2}) = \frac{26kq^2}{3b} + 2mv^2 \Rightarrow 2mv^2 = \frac{kq^2}{b} (4 + \sqrt{2}) - \frac{26kq^2}{3b} =$~~

~~$= \frac{kq^2}{b} \left( 4 + \sqrt{2} - \frac{26}{3} \right) = \frac{kq^2}{b} \left( \sqrt{2} - \frac{14}{3} \right)$~~

см. продолжение на др. листе

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$Q = c \Delta T$$

$$1-2: c = 2R \Rightarrow Q_{12} = 2R \Delta T \quad Q_{12} = 2R(4T_1 - T_1) = 6DR T_1$$

$$\Delta T = 4T_1 - T_1 = 3T_1$$

$$\frac{T}{T_1} = 4 \Rightarrow T = 4T_1$$

$$Q = A_{12} + A_{21}$$

$$A_{12} = Q_{12} - \alpha U_{12} = 2R \Delta T_{12} - \frac{3}{2} DR \Delta T_{12} = \frac{1}{2} DR \Delta T_{12}$$

$$A_{12} = \frac{3}{2} DR T_1 = 1,5 \cdot 1,8 \cdot 31 \cdot 400 = 4986 \text{ Дж}$$

$$8,31 \cdot 400 = 831 \cdot 4 \cdot 1,5 \quad 1,8 \cdot 4 = 6$$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 6 \\ \hline 4986 \end{array}$$

$$y = \frac{A_{12}}{Q} = \frac{4986}{Q_{12}}$$

$$A_{31} = Q_{31} - \alpha U_{31}$$

$$Q_{31} = c \Delta T_{31} = 2,5 DR \Delta T_{31}$$

$$\begin{aligned} A_{31} &= 2,5 DR (T_1 - 2\sqrt{2} T_1) - \frac{3}{2} DR (T_1 - 2\sqrt{2} T_1) \\ &= \frac{5}{2} DR T_1 (1 - 2\sqrt{2}) - \frac{3}{2} DR T_1 (1 - 2\sqrt{2}) \\ &= DR T_1 (1 - 2\sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$Q_{23} = c \Delta T = \frac{R}{2} D (2^{\sqrt{2}} T_1 - 4T_1) = \frac{1}{2} DR T_1 (2^{\sqrt{2}} - 4)$$

$$\Rightarrow Q_{23} < 0, \quad Q_{13} < 0$$

$$2^{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} - 4 \quad Q_{23} = DR T_1 (\sqrt{2} - 2)$$

$$\begin{aligned} A_{23} &= Q_{23} - \alpha U_{23} = DR T_1 (\sqrt{2} - 2) - \frac{3}{2} DR (2\sqrt{2} - 4) \\ &= DR T_1 (\sqrt{2} - 2) - 3 DR T_1 (\sqrt{2} - 2) \\ &= 2 DR T_1 (2 - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$A_4 = \frac{3}{2} DR T_1 + 2 DR T_1 (2 - \sqrt{2}) + DR T_1 (1 - 2\sqrt{2}) =$$

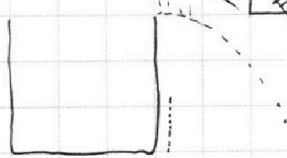
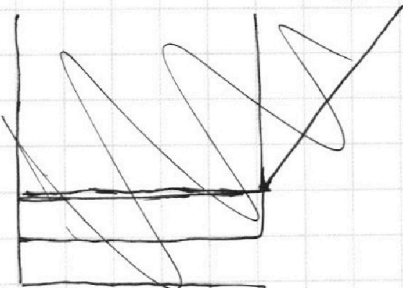
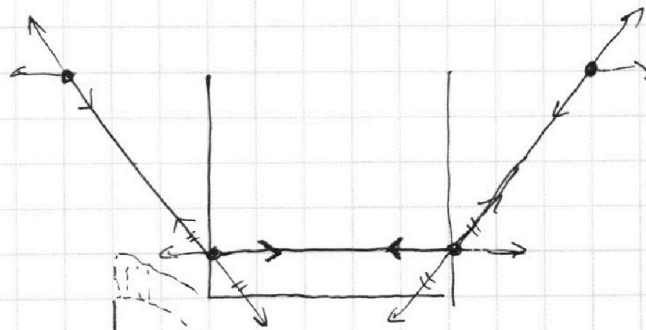
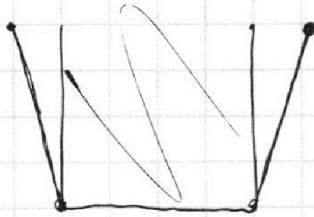
$$= DR T_1 (1,5 + 4 - 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}) = DR T_1 (6,5 - 4\sqrt{2})$$

$$y = \frac{DR T_1 (6,5 - 4\sqrt{2})}{6 DR T_1}$$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 6 \\ \hline 4986 \end{array}$$

$$1,8 \cdot 0,8 = \frac{1,8 \cdot 8}{1000} = 0,0144$$

$$\begin{array}{r} \times 118 \\ 8 \\ \hline 944 \end{array}$$



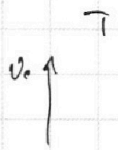
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

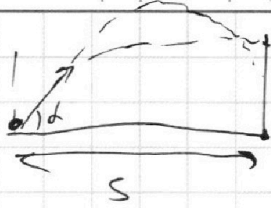
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$u_{max}$

$$0 = v_0 - gt$$

$$v_0 = gt = 20 \frac{m}{s}$$



$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$h = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$S = v_0 \cos \alpha t$$

$$t = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}$$

$$h = v_0 \sin \alpha \frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$= S \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{S \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{S \sin \alpha \cdot 2 v_0^2 \cos \alpha - g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$h = \frac{20 \sin 2\alpha \cdot 2 \cdot 20^2 - 10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2 \cos^2 \alpha} = \frac{40 \sin 2\alpha - 10}{2 \cos^2 \alpha} = \frac{20 \sin 2\alpha - 5}{\cos^2 \alpha}$$

$$h = \frac{20 \sin 2\alpha - 5}{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$0 = v_0 \sin \alpha - gt \quad v_0 \sin \alpha = \frac{gS}{v_0 \cos \alpha}$$

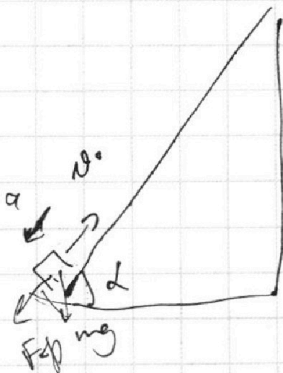
$$2 v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha = gS$$

$$v_0^2 \sin 2\alpha = 2gS$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2gS}{v_0^2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 20}{20^2} = 1 \Rightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$t = \frac{20 \cdot 2}{20 \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$h = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} - \frac{9.8 \cdot 2}{2} = 10 \text{ m}$$



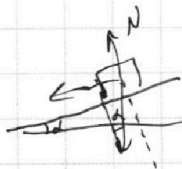
$$\sin \alpha = 0.8$$

$$\mu = \frac{1}{3}$$

$$v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$S = 1 \text{ m}$$

T = ?



$$ma = F_f + mg \sin \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$\mu N = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = 0.8 \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - 0.64} = 0.6$$

$$a = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0.6 + 10 \cdot 0.8 = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{S}{3} = 2 + B$$

$$S = v_0 T - \frac{a T^2}{2}$$

$$1 = 4T - 5T^2$$

$$t = 4T - \frac{10 T^2}{2}$$

$$5T^2 - 4T + 1 = 0$$

$$\Delta = 16 - 20$$

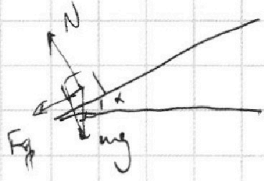
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ma = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,8 = 8 + 2 = 10$$

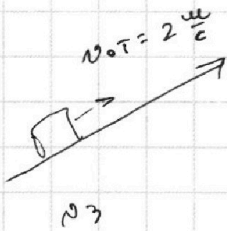
$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$l = 4t - \frac{10t^2}{2}$$

$$l = 4t - 5t^2 \quad 5t^2 - 4t + 1 = 0 \quad D = 16 - 20$$

$$v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = 4 - 10t \Rightarrow t = 0,4c$$

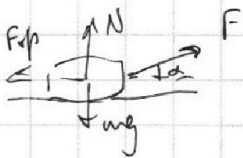
$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{16}{20} \quad \text{не подходит?}$$



$$u = v_0 - g t$$

$$l = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{4^2 - 2^2}{-10 \cdot 2} = \frac{4^2 - 2^2}{20} = \frac{16 - 4}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6 \mu$$

$$g t = v_0 - u \Rightarrow t = \frac{v_0 - u}{a} = \frac{4 - 2}{10} = 0,2c$$

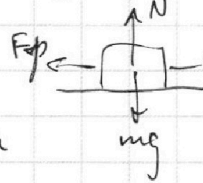


$$F \cos \alpha - F_f = ma$$

$$N + F \sin \alpha = mg$$

$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$v_0 = at \Rightarrow a_1 = a_2 = a$$



$$N = mg$$

$$F - F_f = ma$$

$$F - \mu mg = ma$$

Дано:  
 $v_0, \alpha$

$$\begin{cases} F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = ma \\ F - \mu mg = ma \end{cases}$$

$$F_f = ma'$$

$$\mu mg = ma'$$

$$a' = \mu g = \frac{g(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}$$

$$F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha - F = 0$$

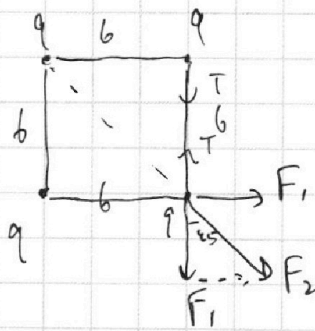
$$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha - 1 = 0$$

$$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$$

$$v_0 = a' T \Rightarrow T = \frac{v_0}{a'} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g(1 - \cos \alpha)}$$



$$F_1 = \frac{kq^2}{b^2} = \frac{kq^2}{b^2}$$

$$F_2 = \frac{kq^2}{(b\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2b^2}$$

$$T = F_1 + F_2 \cos 45^\circ = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4kq^2 + kq^2\sqrt{2}}{4b^2} = \frac{kq^2}{4b^2} (4 + \sqrt{2})$$

$$W = \frac{kq^2 q^2}{F}$$

