



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} ab \equiv 0 \pmod{3^2 \cdot 7^2} \\ bc \equiv 0 \pmod{3^3 \cdot 7^4} \\ ac \equiv 0 \pmod{3^2 \cdot 7^3 \cdot 8} \\ abc \text{ min. ?} \end{cases}$$

1. Чтобы произведение a, b, c было минимальным, то сначала рассмотрим это

$$\begin{cases} ab = 3^{11} \cdot 7^{11} \\ bc = 3^{12} \cdot 7^{16} \\ ac = 3^{11} \cdot 7^{15} \cdot 2^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3^n \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{11-n} \cdot 7^{16-11+m} = 3^{9+n} \cdot 7^{5+n} \\ n, m \in \mathbb{N} \\ n + 2 + m = 21 \\ m + 5 + m = 38 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n = 14 \\ 2m = 33 \\ n, m \in \mathbb{N} \\ a = 3^n \cdot 7^m \\ b = 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\ c = 3^{9+n} \cdot 7^{5+m} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} n = 7 \\ m = 11,5 \\ n, m \in \mathbb{N} \end{cases} \text{ не подходит.}$$

2. Пусть $ab = k \cdot 3^2 \cdot 7^2$, где $k \in \mathbb{N}$.

$$\begin{cases} a = 3^x \cdot 7^y \\ b = 3^{2-x} \cdot 7^{2-y} \\ c = 3^z \cdot 7^w \end{cases}$$

Т.к. m получившееся из условия, то лучше брать минимальное

число $k \in \mathbb{N}$, тогда $m \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 7^m$ - минимальное возможно число k , тогда выполнено $ab = 3^2 \cdot 7^2 \cdot k \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^n \cdot 7^m \cdot k \cdot 7^m \\ b = 3^{2-n} \cdot 7^{2-m} \\ c = 3^{2+n} \cdot 7^{5+m} \\ n, m \in \mathbb{N} \\ ac = 3^2 \cdot 7^m \cdot 7^m \cdot 3^{2+n} \cdot 7^{5+m} = 3^4 \cdot 7^{38} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2n + 2 = 21 \\ 3m + 5 = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n = 14 \\ 3m = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \\ m = 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^7 \cdot 7^{11} \cdot 7^{11} \\ b = 3^5 \cdot 7^1 \\ c = 3^9 \cdot 7^{16} \end{cases} \Rightarrow a \cdot b \cdot c = 3^7 \cdot 7^{22} \cdot 3^5 \cdot 7^1 \cdot 3^9 \cdot 7^{16} = 3^{25} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \quad (A)$$

$$\frac{a}{b} - \text{числа/степени}$$

$a, b \in \mathbb{N}$

~~8/2~~

$$\begin{cases} a+b \equiv 0 \pmod{m} \\ a^2-2ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \not\equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+2ab+b^2-2ab-2ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+b)^2 - 4ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \cdot (-b) \cdot (-b) \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

$$b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

b	1	0	$m-a$	$m-0$
b^2	1	0	$(m-a)^2$	m^2-0
$10b^2$	10	0	$(m-1)a$	0
$-b$	-1	0	$1-m$	0
a	-1	0	$1-m$	0

$$\frac{a+b}{10b^2} \equiv \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \pmod{m}$$

$$\begin{aligned} a+b &\equiv 10b^2 \pmod{m} \\ a &\equiv 10b^2 - b \pmod{m} \\ a &\equiv b(10b-1) \pmod{m} \end{aligned}$$

~~$\Rightarrow a \equiv b(10b-1)$~~

$$b(10b-1) \equiv b$$

$$\Rightarrow \frac{9b+b}{8b^2-2b^2+b^2} = \frac{10b}{10b} = 1$$

$$\begin{aligned} b &\equiv \frac{m}{10} \pmod{m} \\ b &\equiv \frac{m}{10b} \pmod{m} \\ \Downarrow \\ a + \frac{m}{10b} &\equiv 0 \pmod{m} \\ 10ab + m &\equiv 0 \pmod{m} \\ 10ab &\equiv m \pmod{m} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b^2 \equiv m \pmod{m} \\ a+b \equiv 0 \pmod{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

~~$a, b \in \mathbb{N}$~~

$$a^2-2ab+b^2 = 10b^2$$

$$\begin{aligned} m | a^2-2ab-9b^2 &\neq 0 \\ m | (a^2+ab-9ab-9b^2) &= 0 \\ m | (a(a+b)-9b(a+b)) &= 0 \\ m | (a-b)(a-9b) &= 0 \\ \begin{cases} a = -b \\ a = 9b \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

~~$a, b \in \mathbb{N}$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 10b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\ a \equiv -b \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} \equiv \frac{a+b}{10b^2} \pmod{m}$$

$$a^2-2ab+b^2 \equiv 10b^2 \pmod{m}$$

$$a^2+ab-9ab-9b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a(a+b)-9(a+b) \equiv 0 \pmod{m}$$

$$(a+b)(a-9b) \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\frac{1}{a-9b} \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\frac{1}{a-9b} \equiv 1 \pmod{m}$$

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

Если $m=1, m \equiv$

Если $m=2, m \equiv$

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

~~$$a-9b \equiv 1 \pmod{m}$$~~

~~$$\text{Если } m=7, m \equiv \frac{1}{a-9b} \equiv 2 \pmod{m}$$~~

~~$$\text{Если } m=10, m \equiv \frac{1}{a-9b} \equiv 10 \pmod{10}$$~~

$$\frac{a+b}{(a+b)(a-9b)} = \frac{1}{a-9b} \quad \begin{matrix} \text{применено} \\ \text{сокращение} \end{matrix}$$

при $m=a+b$, где b можно сократить на $(a+b)$

$$\underline{\text{Ответ:}} \quad m=a+b$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \sqrt{2x^2+3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+3x+4 - (1-4x+4x)} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

$$\sqrt{2x^2+x+3+1-4x} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x$$

1) Замена ~~$4x^2$~~ $t = 2x^2+x+3$, $m = 1-4x$
 $t \geq 0$

$$\sqrt{t+m} - \sqrt{t} = m$$

$$\sqrt{t+m} - \sqrt{t} = m \quad | \cdot \sqrt{t+m} + \sqrt{t}$$

~~Если $m < 0$, то $\sqrt{t+m} - \sqrt{t} < 0$~~
~~Если $m > 0$, то $\sqrt{t+m} - \sqrt{t} > 0$~~ \Rightarrow можно возводить в квадрат без опаски.
 Если $m = 0$, то $\sqrt{t} - \sqrt{t} = 0$ - верно $\Rightarrow m = 0$

при $m = 0$, $1-4x = 0$ $x = \frac{1}{4}$, но $\sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 3} - \sqrt{2 \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 3} = 1-1$
 $1-4x = 0$
 $x = \frac{1}{4}$
 $\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 3} = 0$
 $\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{6}{8} + 4} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + 3}$
 $\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3}{8}}$ - верно $\Rightarrow x = \frac{1}{4}$

Если $m \neq 0$, то $(\sqrt{t+m} - \sqrt{t+m} \cdot \sqrt{t} + \sqrt{t}) = m^2 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

$$t+m - 2\sqrt{t^2+tm} + t - m^2 = 0$$

$$-m^2 + 2t + m - 2\sqrt{t^2+tm} = 0$$

$$-m^2 + 2t + m = 2\sqrt{t^2+tm}$$

Обратная замена

$$-(1-4x)^2 + 2(2x^2+x+3) + (1-4x) = 2\sqrt{(2x^2+x+3)^2 + (2x^2+x+3)(1-4x)}$$

$$-1 + 8x - 16x^2 + 4x^2 + 2(2x^2+x+3) + 1 - 4x = 2\sqrt{4x^4 + x^4 + 9 + 4x^3 + 12x^2 + 6x + 2x^2 + x + 3 - 8x^3 - 4x^2 - 12x}$$

$$= 2\sqrt{4x^4 + x^4 + 9 + 4x^3 + 12x^2 + 6x + 2x^2 + x + 3 - 8x^3 - 4x^2 - 12x}$$

$$-10x^2 + 6x - 16 = 2\sqrt{4x^4 - 4x^3 + 14x^2 - 9x + 12}$$

$$-6x^2 + 3x + 3 = 2\sqrt{4x^4 - 4x^3 + 14x^2 - 9x + 12}$$

Ответ: $x = \frac{1}{4}$

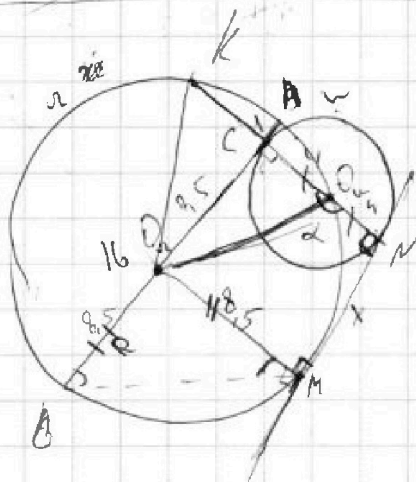
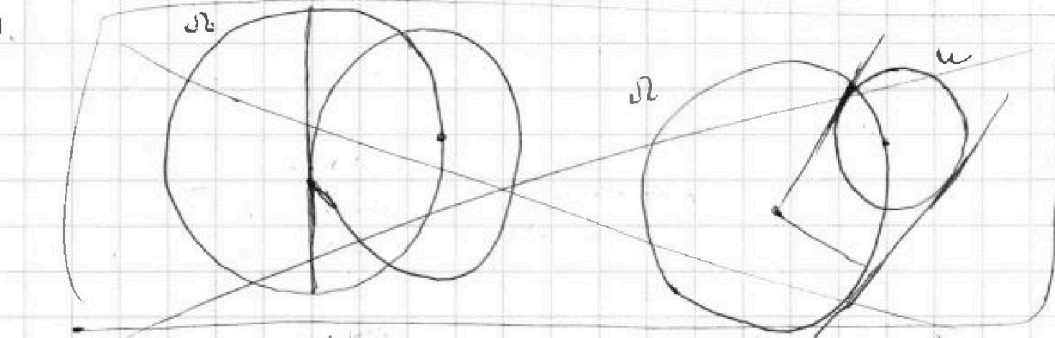
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$BC = 16$
 $AC = 1$
 $MM \perp \Omega$

$\omega(O_1, R_1)$
 $\Omega(O_2, R_2)$

1) $R_2 = \frac{BC + AB}{2} = \frac{16 + 1}{2} = 8,5$

2) $CO_2 = R_2 - AC = 7,5$

2) AB касательна к Ω и Ω (по условию) \Rightarrow
 $\Rightarrow O_2L \perp AB$ (по свойству касательной)

3) DN касательная к ω и Ω

4) Аналогично п. 2. $MM \perp O_1K$, $MM \perp O_1N$

5) Внешний ω и Ω продолжением отрезка O_1C по пересечению в Ω в K

6) DN . O_1K и O_1N - радиусы ω и Ω $\Rightarrow O_1K = O_1N$ (по отл. отл.)

7) $O_1K = O_1N$ (из п. 6) $\Rightarrow \triangle OKO_1 - \text{р/б}$

8) $\triangle OKO_1 - \text{р/б}$ (из п. 7) $\Rightarrow O_1L$ - высота, медиана и биссектриса $\triangle OKO_1$ (по свойству р/б) \Rightarrow

\Rightarrow 9) $KL = LO_1$ (т.к. O_1L - медиана)

10) $KL \cdot CA = KL \cdot CO_1$ (по свойству циркулярных сектор)
 $16 \cdot 1 = CO_1^2 \Rightarrow CO_1 = 4 \Rightarrow R_2 = 4$

11) MM - касательная к ω и Ω . $MM \perp O_1K$ и $MM \perp O_1N$ (по свойству касательной)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

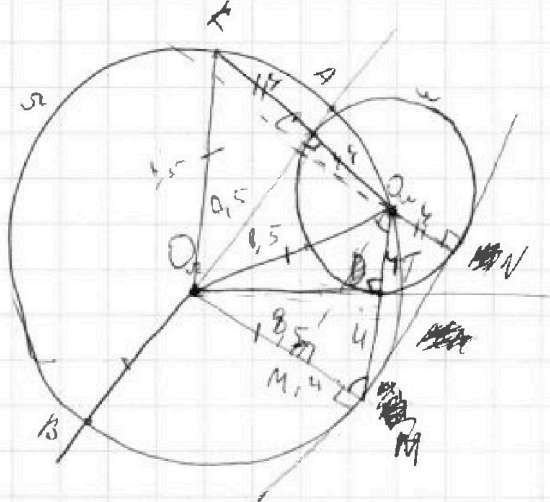
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$NOI^2 =$



$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

1) Проведем из O касательную к сф. в точке F

2) $O_n T$ - радиус $\Rightarrow O_n T = R$

3) $O_n T \perp O_n M$ (по свойству касательной)

4) $O_n M_1 = 4$ (дано) (по п. 5-6)

5) $NM_1 = \sqrt{O_n M_1^2 + O_n N^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$

1) $O_n M_1 = NM$ - перпендикуляр NM к R_n (так как $O_n M_1 \perp O_n M$)

1) $O_n M_1 \perp NM$ (по п. 1) $O_n M_1 \perp NM$

2) $O_n M_1 \parallel NM$ (по п. 1) $O_n N \parallel O_n M$ (по свойству двух радиусов кривизны кривизны) $\Rightarrow O_n M M_1$ - параллелограмм $\Rightarrow O_n M_1 = NM$ (по свойству параллелограмма) $O_n N = M_1 M$ и кривизны

3) $O_n M_1 = O_n M - M_1 M = 8,5 - 4 = 4,5$

4) $NM \parallel O_n M_1$ (по п. 1) $NM \perp O_n M$ (по свойству касательной) $\Rightarrow O_n M_1 \perp O_n M$ (по свойству двух радиусов кривизны кривизны) \Rightarrow по 1) $NM \perp O_n M$

$$O_n M_1 = \sqrt{O_n O_n^2 - O_n M_1^2} = \sqrt{R_n^2 - O_n M_1^2} = \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{(8,5-4,5)(8,5+4,5)} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$

Ответ: $NM = 2\sqrt{13}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



x, y, z - действительные числа, $x, y, z \neq 0$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 z^2}{x^2 + 6y^2} \quad (A)$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3x}{x+y} = \frac{z}{z} \Rightarrow z = \frac{z}{\frac{3x}{x+y}} = \frac{z(x+y)}{3x}$$

$$3x + 2y = \frac{z(x+y)}{3x}$$

$$3x(3x + 2y) + 2y(3x + 2y) - z(x+y) = 0$$

$$3x + 2y \neq 0$$

$$3xy + 3x^2 + 6y^2 + 2yx - z(x+y) = 0$$

$$x^2 + 3y^2 + 3xy = 0$$

$$x^2 + xy + 2xy + 2y^2 = 0$$

$$x(x+y) + 2y(x+y) = 0$$

$$\begin{cases} x \neq -y \\ x \neq -2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y & (A) \\ x = -2y & (B) \end{cases}$$

$$(A) \quad z = \frac{2 \cdot (-y)y}{3y - y} = \frac{-2y^2}{2y} = -y$$

$$(B) \quad z = \frac{2(1-2y) \cdot y}{3y - 2y} = \frac{-4y^2}{y} = -4y$$

1) (A) \rightarrow (A)

$$\frac{3(-y)^2 - 4y^2 - (-y)^2}{x(-y)^2 + 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 + 6y^2} = \frac{-2y^2}{7y^2} = -\frac{2}{7}$$

2) (B) \rightarrow (B)

$$\frac{3(-2y)^2 - 4y^2 - (-4y)^2}{x(-2y)^2 + 6y^2} = \frac{3 \cdot 4y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 + 6y^2} = \frac{-4y^2}{10y^2} = -\frac{2}{5}$$

3) $\frac{2}{3}$ н.п. и н.д.

(A) max $\in [1, 2]$

Ответ: $\frac{2}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$48 = y$$

$$t_1 x + t_2 x = t_1 y$$

$$t_1(x-y) + t_2 x = 0$$

$$t_1 x = \frac{t_2 y}{x-y}$$

$$t_1 = \frac{t_2 y}{x-y}$$

$$t_1 = \frac{2(48-y)}{y-48+y}$$

$$t_1 = \frac{96-2y}{2y-48}$$

$$t_1 = \frac{2(48-y)}{2(y-24)}$$

~~$$\frac{2(48-y)}{2(y-24)} \cdot \frac{2(24-y)}{2(48-y)} = \frac{5}{4}$$~~

~~$$\frac{2(48-y) \cdot 2(24-y)}{(y-24)(48-y)} = \frac{5}{4}$$~~

$$\frac{(48-y)y}{(y-24)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{-2y(48-y)}{(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0$$

$$\frac{-8y(48-y) - 5(y+6)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$

$$-384y + 8y^2 - 5(y^2 + 6y + 54y - 54y) = 0$$

$$-384y + 8y^2 + 5y^2 - 48 \cdot 5y + 324 \cdot 5 = 0$$

$$13y^2 - 624y - 1620 = 0$$

$$D = 389376 + 52 \cdot 1620 = 389376 + 84240 = 473616$$

$$y = \frac{624 \pm \sqrt{473616}}{26} = \frac{624 \pm 2176}{26}$$

$$y = \frac{312 \pm 8\sqrt{13156}}{13} = \frac{312 \pm 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$\rightarrow y = \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$$

$$t_1 = \frac{312 - 6\sqrt{3289}}{13} < 0$$

$$A_3 = \left(\frac{48-y}{y-24} \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13} \right)$$

Ответ: $\frac{48-y}{y-24} \cdot \frac{312 + 6\sqrt{3289}}{13}$

$$\begin{array}{r} 240 \\ + 240 \\ \hline 480 \\ + 384 \\ \hline 864 \\ + 624 \\ \hline 1488 \\ + 624 \\ \hline 2112 \\ + 48 \\ \hline 2160 \\ + 324 \\ \hline 2484 \\ + 876 \\ \hline 3360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 132876 \\ - 24240 \\ \hline 108636 \\ - 30876 \\ \hline 77760 \\ + 188376 \\ \hline 266136 \\ - 84240 \\ \hline 181896 \\ + 473616 \\ \hline 655512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 473616 \\ - 713 \\ \hline 472903 \\ - 108 \\ \hline 472795 \\ - 54 \\ \hline 472741 \\ - 54 \\ \hline 472687 \end{array}$$

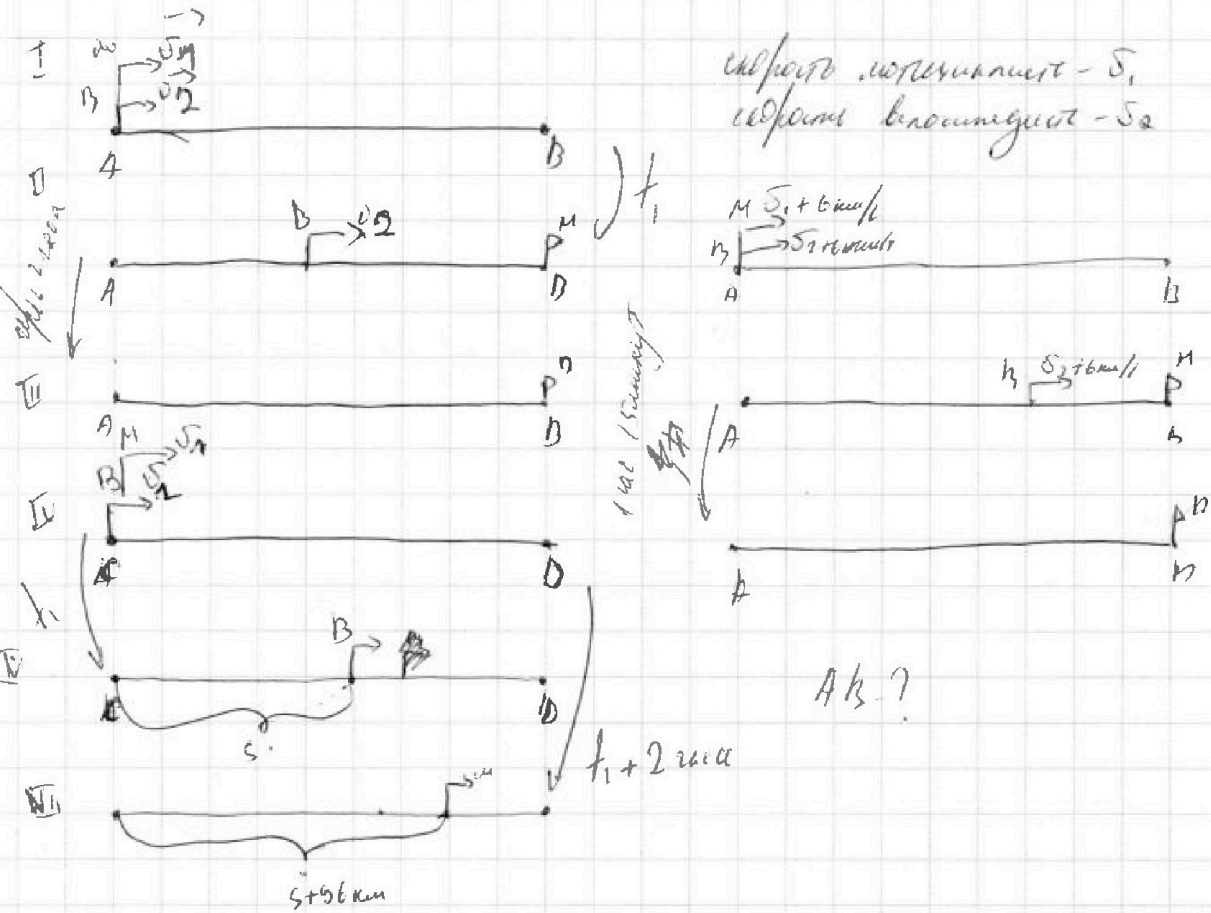
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



скорость течения - v ,
 скорость влохнувшего - v_1

$M \frac{v_1 + v}{v_1}$
 $n \frac{v_1 + v}{v_1}$

$n \frac{v_1 + v}{v_1}$

$A B ?$

Пусть x - скорость влохнувшего, y - скорость течения
 t_1 - время, за которое влохнувший пересек $A \rightarrow B$

Скорость	$t, \text{с}$	$S, \text{км}$
x	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)x$
y	t_1	$t_1 y$
x	t_1	$t_1 x$
y	$t_1 + 2$	$(t_1 + 2)y$
$x + 6$	$\frac{t_1 y}{x + 6}$	$t_1 y$
$x + 6$	$\frac{t_1 y}{x + 6}$	$t_1 y$

на 96 км меньше

1) $(t_1 + 2)x = t_1 y - 96$ - $A \rightarrow B$ $\Rightarrow (t_1 + 2)x = t_1 y$

2) $(t_1 + 2)y - t_1 x = 96$ - разница в расстоянии при влохнувшей. если время t_1 , а скорость x , время $(t_1 + 2)$ и скорость y

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\left(\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6}\right)$ - разность во времени, потраченной на АБ,
если они оба увеличили скорость на $\frac{1}{6}$

$$\frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = 1 \frac{15}{60}$$

4) t_1 и $t_2 = 3$ составим систему уравнений

$$\begin{cases} (t_1 + 2)x = t_1 y \\ (t_1 + 2)y - t_1 x = 56 \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 x - t_1 y = -2x \\ t_1 y - t_1 x + 2y = 56 \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 y - t_1 x = 2x \\ t_1 y - t_1 x = 56 - 2y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 56 - 2y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{x+6} = \frac{5}{4} \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 28 - y \\ \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{28-y+6} = \frac{5}{4} \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \end{cases} \text{ #1}$$

б.1) решим #1

$$\begin{aligned} \frac{t_1 y}{y+6} - \frac{t_1 y}{34-y} &= \frac{5}{4} \\ t_1 y \left(\frac{34-y-y-6}{(y+6)(34-y)} \right) &= \frac{5}{4} \\ t_1 y \left(\frac{48-2y}{(y+6)(34-y)} \right) &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

б.2) рассмотрим б. #1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x = 48 - y \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \\ t_1 y \left(\frac{48 - y}{(y+6)(54-y)} \right) = \frac{5}{4} \left(2y \left(\frac{48-y}{(y+6)(54-y)} \right) \right) \end{cases}$$

~~8/10~~

Если $y = 0$, то $0 = \frac{5}{4}$ - неверно $\rightarrow y = 0$ - не корень

Если $48 - 2y = 0$, то $y = 24$

$x = 24$ - не удовлетворяет, т.к.

вспомогательная и основная уравнения
связанные с разницей скоростей.

$$\begin{cases} x = 48 - y \\ t_1 = \frac{5(y+6)/(54-y)}{4y(48-y)} \\ y \neq -6 \\ y \neq 54 \\ (t_1 + 2)x = t_1 y \end{cases}$$

$$\left(\frac{5(y+6)/(54-y)}{4y(48-y)} + 2 \right) (48-y) = \frac{5(y+6)/(54-y)}{4y(48-y)}$$

$$\frac{5(y+6)/(54-y)/(48-y)}{4y(48-y)} + 2(48-y) = \frac{5(y+6)/(54-y)}{4y(48-y)} = 0$$

$$\frac{5(y+6)/(54-y)}{4(48-y)} \left(\frac{48-y}{y} - 1 \right) + 2(48-y) = 0$$

$$\frac{5(y+6)/(54-y)(48-y)}{4(48-y)y} + 2(48-y) = 0$$

$$\frac{5(y+6)(54-y) + 2 \cdot 4y(48-y)}{4y} = 0 \quad | \cdot 4y$$

$$5(54y - y^2 + 324 - 6y) + 8y(48-y) = 0$$

$$5(-y^2 + 48y + 324) + 384y - 8y^2 = 0$$

$$-5y^2 + 240y + 1620 + 384y - 8y^2 = 0$$

$$-13y^2 + 624y + 1620 = 0$$

$$13y^2 - 624y - 1620 = 0$$

$$D = 423616$$

$\frac{48-y}{y}$
 $\frac{48-y}{y} - 1 = \frac{48-y-y}{y} = \frac{48-2y}{y}$
 $\frac{48-2y}{y} + 2 = \frac{48-2y+2y}{y} = \frac{48}{y}$
 $\frac{48}{y} = \frac{5(y+6)/(54-y)}{4y(48-y)}$
 $48 \cdot 4y(48-y) = 5(y+6)(54-y)$
 $192y(48-y) = 5(y+6)(54-y)$
 $9216y - 192y^2 = 5(54y - y^2 + 324 - 6y)$
 $9216y - 192y^2 = 5(48y - y^2 + 324)$
 $9216y - 192y^2 = 240y - 5y^2 + 1620$
 $-192y^2 + 9216y - 240y + 5y^2 - 1620 = 0$
 $-187y^2 + 8976y - 1620 = 0$
 $187y^2 - 8976y + 1620 = 0$
 $D = 423616$



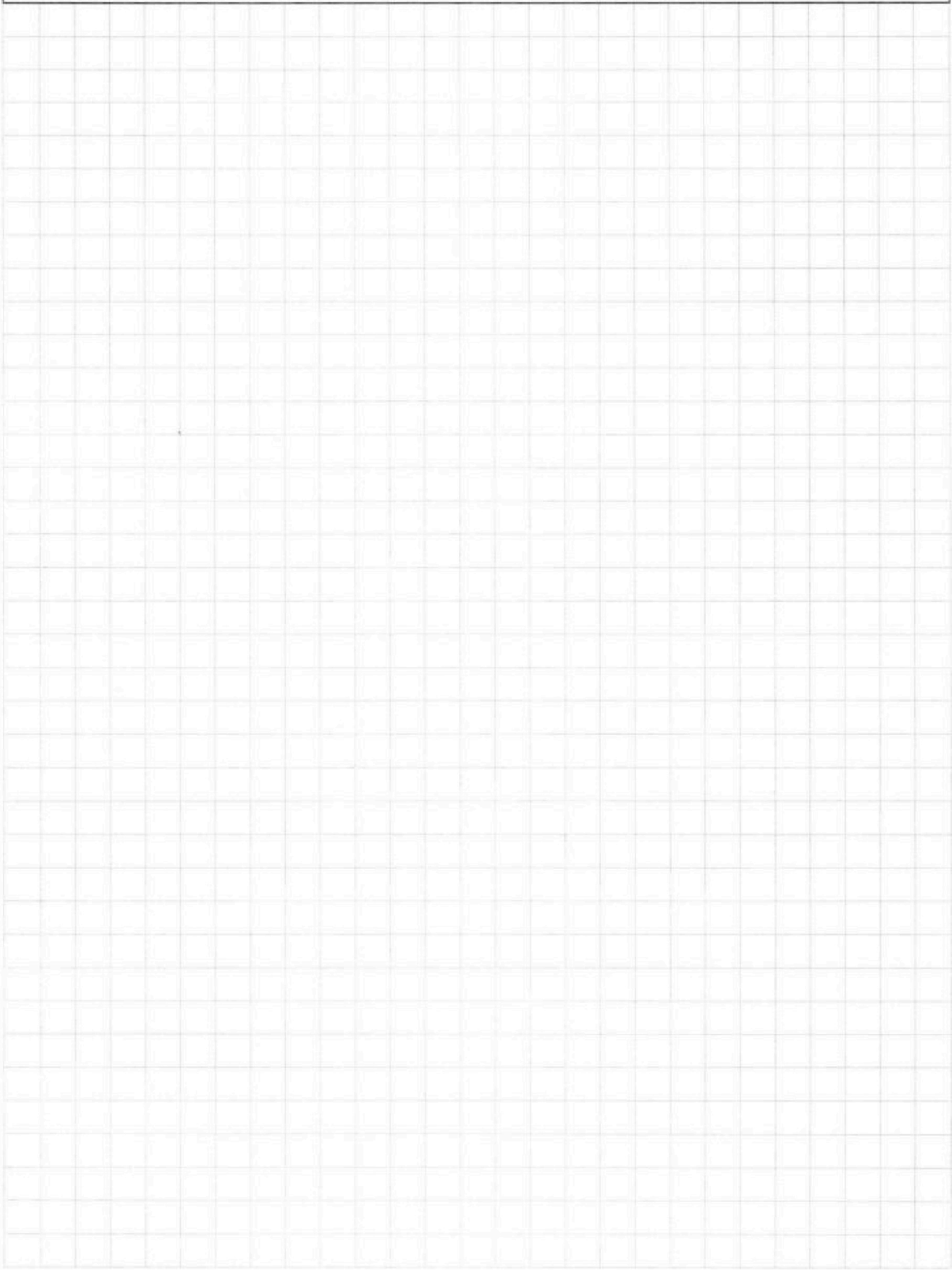
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{3x^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 18y^2 + 18y^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{3(x^2 - 6y^2) + 14y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2} = 3 + \frac{14y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 4y^2 - 2^2 \\ 3x^2 - 18y^2 \\ \hline 14y^2 - 2^2 \end{array} \Bigg| \begin{array}{l} x^2 - 6y^2 \\ 9 \end{array}$$

$$3 = \frac{2-2y}{x}$$

$$3 = \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{y}\right)x$$

$$\frac{2-2y}{x} = \frac{2x}{x} - \frac{x}{y}$$

$$\frac{2-2y}{x} - \frac{2x}{x} + \frac{x}{y} = 0$$

$$\frac{2-2y}{x} + \frac{14y^2 - 2^2}{x - 6y^2}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 4y^2 - 2^2 = 0 \\ 3x^2 - 4y^2 - 2^2 = 0 \end{cases}$$

$$3x + 2y = 2$$

$$2 = \frac{2}{\frac{3}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$3x + 2y = \frac{2xy}{3y+x}$$

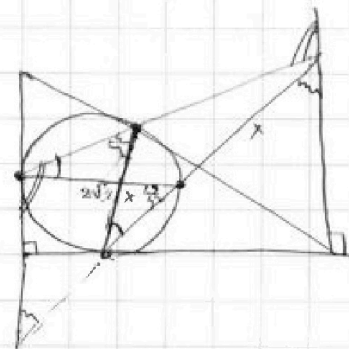
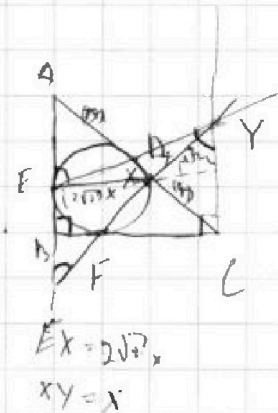
$$\left\{ \begin{array}{l} 3x(3y+x) + 2y(3y+x) - 2xy = 0 \\ 3y = -x \end{array} \right.$$

$$9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2yx + 2xy = 0$$

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 0$$

$$x^2 + 2y^2 + x^2 + 2xy = 0$$

$$\begin{aligned} x(x+y) + 2y(y+x) &= 0 \\ (y+x)(x+2y) &= 0 \\ y &= -x \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. $x, y, z \neq 0$, x, y, z - действительные

$$\begin{cases} 3x + 2y = z \\ x + y = \frac{z}{2} \end{cases}$$

$$\frac{3x^2 + 4y^2 = z^2}{x^2 = 6y^2} \quad - \text{как?}$$

~~$3x + 2y = z$~~

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x + 2y} \Rightarrow \frac{3y(3x + 2y) + x(3x + 2y) - 2xy}{xy(3x + 2y)} = 0$$

$$\begin{cases} 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy - 2xy = 0 \\ 3x + 2y \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 6y^2 + 9xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + 3xy = 0 \\ x + \frac{2}{3}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 2y^2 = 0, |x| \\ x + \frac{2}{3}y \end{cases}$$

1) Рассмотрим x_1

$$x^2 + 3x + 2y^2 = 0$$

$$D = 9 - 8y^2 \geq 0, \text{ т.к. } x, y \text{ - действительные числа}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8y^2}}{2}$$

~~Есть $8y^2 = 0$, но $x = -\frac{3}{2}$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

~~$2x^2 + 4x$~~

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x - 1 + 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x - 1 + 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$2x^2 - 3x + 4 = f$$

$$2x^2 - 3x + 4$$

$$1 - 4x$$

$$\sqrt{f} - \sqrt{f + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

~~$f = 4$~~

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{f + 1 - 4x} - \sqrt{f} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{f + 1 - 4x} \cdot \sqrt{f} = m \cdot |t|$$

$$m^2 = (f + 1 - 4x) \cdot f = 0$$

$$m^2 - t^2 - 2tm + t^2 = 0$$

$$t^2 - t = 0$$

$$t(t - 1) = 0$$

$$t = 0$$

$$t - 1 = 0$$

$$t = 0$$

$$t = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3}$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + 1 - 4x} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$t = 1 - 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + t} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + t} = t$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3 + t} = \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + t} + t$$

$$2x^2 + x + 3 + t = 2x^2 - 3x + 4 + t$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ \times 15 \\ \hline 160 \\ + 39 \\ \hline 1190 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 - 4x < 0 & 1 - 4x = 1 \\ x = \frac{1}{4} & x = 0 \end{array}$$

$$2x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{4} / 4$$

$$8x^2 - 12x + 16 - 1 = 0$$

$$8x^2 - 12x + 15 = 0$$

$$D = 144 - 480$$

$$2x^2 + x + 3 = \frac{1}{4} / 4$$

$$8x^2 + 4x + 12 = 4$$

$$8x^2 + 4x + 8 = 0$$

$$D = 16 -$$

$$= (1 - 4x)^2 + 2(2x^2 - 3x + 4)$$

$$\frac{(2x^2 - 3x + 4)^2 + (2x^2 - 3x + 4)(1 - 4x)}{(2x^2 - 3x + 4)^2 + (2x^2 - 3x + 4)(1 - 4x)}$$

$$= \sqrt{4x^4 + x^3 + 4x^2 + 4x + 9 - 4x^3 - 12x^2 - 12x - 4x^2 - 12x - 12} = 0$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + 1 - 4x} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 4} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 3} = 0$$

$$\sqrt{4\frac{3}{4} - \frac{3}{4}} - \sqrt{3 + \frac{2}{4}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. a, b, c

$$\begin{aligned}
 ab &\equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^{11}} \\
 bc &\equiv 0 \pmod{3^{12} \cdot 7^{11}} \\
 ac &\equiv 0 \pmod{3^{11} \cdot 7^{12}} \\
 ab \cdot c &= \min?
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1248 \\
 \times 2496 \\
 \hline
 4992 \\
 24960 \\
 \hline
 31248
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1248 \\
 \times 2496 \\
 \hline
 4992 \\
 24960 \\
 \hline
 31248
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 550 \\
 + 550 \\
 \hline
 1100 \\
 + 125 \\
 \hline
 1225
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 3^5 \\
 b &= 2 \cdot 7 \\
 c &= 2 \cdot 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 3^4 \cdot 7^2 \\
 b &= 3^4 \cdot 7^2 \\
 c &= 3^4 \cdot 7^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 1600 \\
 \times 52 \\
 \hline
 3200 \\
 8000 \\
 \hline
 83200
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 3^7 \cdot 7^m \\
 b &= 3^{11-n} \cdot 7^{11-m} \\
 c &= 3^{16-11+n} \cdot 7^{16-11+m} = 3^{2+n} \cdot 7^{2+m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n + 2 + n &= 21 \\
 2n + 2 + m + m &= 38 \\
 2n &= 14 \Rightarrow n = 7 \\
 2m &= 31 \Rightarrow m = 15.5
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 \times 4 \\
 \hline
 52
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 132 \\
 \times 285 \\
 \hline
 1056 \\
 2640 \\
 \hline
 37320
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 389376 \\
 \times 240 \\
 \hline
 1557504 \\
 7787520 \\
 \hline
 9346896
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 324 \\
 \times 240 \\
 \hline
 12960 \\
 64800 \\
 \hline
 777600
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1248 \\
 \times 2496 \\
 \hline
 4992 \\
 24960 \\
 \hline
 31248
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 106 \\
 \times 506 \\
 \hline
 53636
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 \times 4 \\
 \hline
 52
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 132 \\
 \times 285 \\
 \hline
 1056 \\
 2640 \\
 \hline
 37320
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 90^2 &= 8100 \\
 100^2 &= 10000 \\
 1000^2 &= 1000000 \\
 500^2 &= 250000 \\
 60^2 &= 360000
 \end{aligned}$$

$$a \cdot b \cdot c = 3^{25} \cdot 7^{38.5}$$

$$\begin{aligned}
 ab &= (a+b) \cdot k \\
 ab - ak - bk &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 9385376 \\
 \times 140 \\
 \hline
 37541504 \\
 375415040 \\
 \hline
 1313771200
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 a+b & \\
 a^2 + 2ab + b^2 &
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 a^2 - 2ab + b^2 \equiv m \\
 a + b \equiv m
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 a^2 - 2ab + b^2 \equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b \equiv 0 \pmod{m} \\
 a \not\equiv b \pmod{m}
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 ma &= a - ab \\
 ma + b &= a - ab + b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 \Rightarrow a + b &\equiv 0 \pmod{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 3 &= 6 \\
 2 + 3 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 5 &= 10 & 2 \cdot 9 &= 18 \\
 2 \cdot 7 &= 14 & 2 + 5 &= 7 \\
 3 \cdot 4 &= 12 & 1 + 2 &= 3 & 2 + 9 &= 11 \\
 4 \cdot 5 &= 20 & 2 \cdot 5 &= 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4 + 5 &\equiv 0 \pmod{3} \\
 4 &\equiv 5 \pmod{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3 \cdot 5 &= 15 \\
 3 + 8 &= 11 \\
 2 \cdot 5 &= 10 \\
 2 + 5 &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ab &\equiv a + b \pmod{m} \\
 am &= a + bm
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 am + bm - ab &\equiv 0 \\
 am + bm - ab &\equiv 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 614^2 = 376916 \\
 13 \cdot 1620 = 21060 \\
 \hline
 397976 \\
 \times 556 \\
 \hline
 1994416 \\
 19944160 \\
 \hline
 221139200 \\
 + 2780 \\
 \hline
 221141980
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 a^2 + 2ab + b^2 - ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m} \\
 (a+b)^2 &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m} \\
 10ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m} \\
 ab &\equiv 0 \pmod{m} \\
 a + b &\equiv 0 \pmod{m}
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_{1,2} = \frac{624 \pm \sqrt{473400 + 216}}{26} = \frac{624 \pm \sqrt{547183501}}{26} =$$

$$\frac{312 \pm 3\sqrt{6 \pm 13150}}{13} = \frac{312 \pm 3 \cdot 2\sqrt{3780}}{13} =$$

$$\begin{array}{r} 656 \\ \times 656 \\ \hline 3936 \\ 3280 \\ \hline 434116 \end{array}$$

$$\begin{cases} (t+2)x = ty \\ (t+2)y = tx = 56 \\ \frac{ty}{y+6} - \frac{tx}{x+6} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 48 - y \\ (t+2)x = ty \\ \frac{ty}{y+6} - \frac{tx}{x+6} = \frac{5}{4} \\ y+6 - x+6 = 4 \\ x = t+2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8y^2 - 374 - 5y^2 + 574y + 6y^2 \\ 9y^2 - 384 + 574y^2 - 48y \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 656 \\ \times 656 \\ \hline 3936 \\ 3280 \\ \hline 434116 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x &= 48 - y \\ t &= \frac{y - 48}{24 - y} \end{aligned}$$

$$\frac{ty}{t+2} = 48 - y$$

$$ty = (48 - y)(t + 2)$$

$$ty = 48t + 56 - ty - 2y$$

$$\frac{(y-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{(y-48)y}{(24-y)(y+6)} = \frac{5}{4} \Rightarrow t - 2ty + 96 - 2y = 0$$

$$\frac{(y-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{1}{54-y} = \frac{5}{4}$$

$$29t - ty + 48 - y = 0$$

$$t(24-y) = y - 48$$

$$\frac{(y-48)y}{(24-y)(y+6)} - \frac{5}{54-y} = \frac{5}{4}$$

$$t = \frac{y-48}{24-y}$$

$$\frac{(y-48)y(48-2y)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0$$

$$\frac{(y-48)y(48-2y)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = 0$$

$$\frac{(y-48)y(48-2y)}{(24-y)(y+6)(54-y)} = \frac{5}{4} = 0$$

$$\frac{2y(y-48) - 5(y+6)(54-y)}{(y+6)(54-y)} = 0$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 48 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 16 \\ \hline 864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 16 \\ \hline 864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 6 \\ \hline 1944 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 20 \\ \hline 6480 \end{array}$$