



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4} - \sqrt{2x^2+x+3} = 1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$\text{пусть } ab = 7^{11} 3^{11} \cdot m$$

$$bc = 7^{16} 3^{18} \cdot k$$

$$ca = 3^{21} \cdot 7^{38} \cdot n.$$

тогда $a b^2 c = 7^{27} 3^{29} \cdot k \cdot m$, что делится на $ac = 3^{21} 7^{38} \cdot n$.

значит km должно делиться на $\frac{7^{38}}{7^{27}} = 7^{11}$.
 n должно делиться на $\frac{3^{29}}{3^{21}} = 3^8$

минимальное

$$abc = \sqrt{ab \cdot bc \cdot ca} = \sqrt{7^{11} 3^{11} \cdot 7^{16} 3^{18} \cdot 3^{21} \cdot 7^{38}} kmn = \sqrt{7^{65} \cdot 3^{50}} kmn$$

минимальное значение $n = 3^8$ и $km = 7^{11}$.

тогда минимальное значение $\sqrt{7^{65} \cdot 3^{50} \cdot 3^8 \cdot 7^{11}} = 7^{38} \cdot 3^{29}$.

$$\text{пример: } b=1 \quad a=3^{11} 7^{17} \quad c=3^{18} 7^{21}$$

как видно все условия выполняются,

$$a \quad abc = 3^{29} 7^{38}$$

Ответ $3^{29} \cdot 7^{38}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

преобразуем ~~дробь~~ $\frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab}$

заметим что a и b взаимнопростые, в противном
случае $\frac{a}{b}$ сокращалась бы. заметим

что $a+b$ не имеет общих множителей с ab
Т.к. $a+b$ не дел. на a и b . ~~на ab~~
имеет общие множ с

тогда $10ab$ и $a+b$ в общих множителях
могут иметь число не более 10.

$a \cdot (a+b)^2 - 10ab$ ничего не меняет, т.к. $(a+b)^2$ делится

тогда ~~дробь~~ $\frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab}$ может сократиться

только на 10 и меньше, пример $a=3$ $b=7$.

тогда ~~дробь~~ сокращается на $m=10$
числитель и знаменатель.

$$\frac{10}{100 - 210} = \frac{10}{-110} = -\frac{1}{11}$$

Ответ $m=10$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

заметьте что при $x > \frac{1}{4}$ ~~оба~~ ~~оба~~ слева и справа значится отрицательные, если $x < \frac{1}{4}$ положительны.

при $x = \frac{1}{4}$ достигается равенство.

→ при модом x ~~оба~~ слева и справа одинаковый знак тогда возведем в квадрат

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3x + 4 - 2x^2 - x - 3 &= -2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 1 + 16x^2 - 8x. \\ -2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} &= 16x^2 - 4x. \\ -\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} &= 2x(4x - 1) \end{aligned}$$

при $x > \frac{1}{4}$ справа положительно, слева отрицательно.

при $x < 0$ ~~и~~ тоже самое. при $x = 0$ не подходит.

при $x > 0$ и $x < \frac{1}{4}$ $|2x(4x - 1)| < 1$ т.к. $2x \leq \frac{1}{2}$ $|4x - 1| < 1$.

$$a \left| \sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} \right| > 1, \text{ т.к. } 2x^2 + x + 3 \text{ при } x = 0 \text{ } \neq \text{ } \text{верно } > 3.$$

а вершина параболы $2x^2 - 3x + 4$, будет

$$\text{в точке } x = \frac{3}{4} \quad y = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} + 4 = 4 - \frac{9}{4} = 1\frac{3}{4} > 1.$$

то есть произведение корней по корням > 1 .

→ и корень будет > 1 . → слева будет число.

←-! а справа > -1 . → тогда не подходит тогда отменяем $x = \frac{1}{4}$, при нем равенство

Ответ $x = \frac{1}{4}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

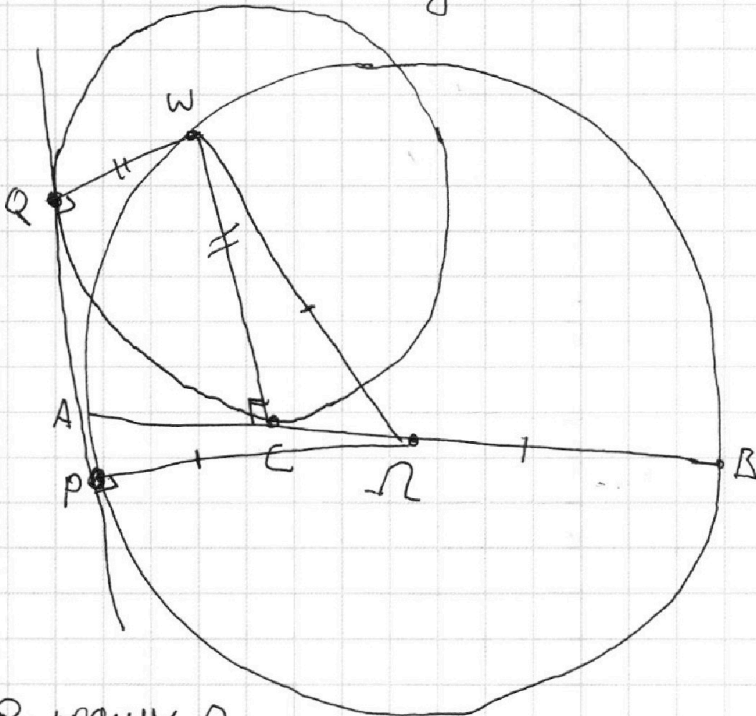
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Задача 4.



Доказ:

$$AC=1$$

$$BC=16.$$

следует:

$$PQ$$

O - центр окружности

$$\rightarrow AO = OB.$$

$$AB = AC + BC = 2R$$

$$\rightarrow R = \frac{AC + BC}{2} = 8,5$$

$$CO = AO - AC = \frac{AB}{2} - AC = 7,5$$

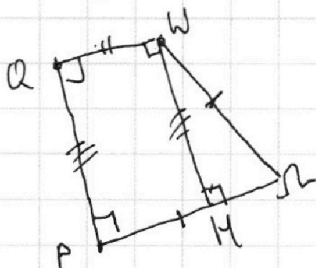
R - радиус O
 Γ - высота

$WC \perp AB$. К AB - касательная. $QW \perp PQ$

Т.к. PQ касательная, $OP \perp PQ$. К QP - касательная.

$$\text{тогда } WC = \sqrt{WO^2 - CO^2} = \sqrt{8,5^2 - 7,5^2} = 4 = \Gamma$$

$$\text{тогда имеем картинку } QW = 4 \quad P\Gamma = WC = 4$$



опустим перпендикуляр WH из W на QP

Т.к. $QW \perp QP \perp P\Gamma$ то $QW \parallel P\Gamma$

$$\rightarrow QW \perp WH \perp P\Gamma \rightarrow QPHW - \text{прямоугольник}$$

$$\rightarrow QP = WH \cdot WH = \sqrt{WO^2 - CO^2} =$$

$$= \sqrt{8,5^2 - 4^2} = 2\sqrt{13} \approx QP$$

Ответ $2\sqrt{13}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

заменим z

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

из второго уравнения и первого.

$$3yz + xz = 2xy$$

$$z = \frac{2xy}{3y+x} = 2y+3x.$$

отсюда $2xy = 6y^2 + 9xy + 2xy + 3x^2$

$$6y^2 + 9xy + 3x^2 = 0.$$

$$2y^2 + 3xy + x^2 = 0.$$

~~решим уравнение как квадратное~~

$$D = 9y^2 - 8y^2 = y^2$$
$$x = \frac{-3y \pm y}{4}$$

$$x_1 = -y$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}y.$$

В первом $x = -y$ для значения выполнено.

$$\frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5}$$

В второе $x = -\frac{1}{2}y$ значение.

Ответ $\frac{14}{23}$

$$\frac{-14y^2}{-23y^2} = \frac{14}{23} = \frac{14}{23} \cdot \frac{2}{5} \rightarrow \frac{28}{115}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$L = \frac{v_1^2 + 48v_1}{v_1 + 24}$$

подставляем

$$\frac{v_1^2 + 48v_1}{(v_1 + 6)(v_1 + 24)} = \frac{v_1^2 + 48v_1}{(v_1 + 24)\left(6 + \frac{2v_1}{L - 2v_1}\right)} + 1,25$$

$$\frac{v_1^2 + 48v_1}{(v_1 + 6)(v_1 + 24)} = \frac{v_1^2 + 48v_1}{(v_1 + 24)\left(6 + \frac{v_1(v_1^2 + 48v_1)}{(v_1 + 24)(v_1^2 + 48v_1 - 2v_1)}\right)} + 1,25$$

$$\frac{v_1^2 + 48v_1}{(v_1 + 6)(v_1 + 24)} = \frac{v_1^2 + 48v_1}{\cancel{(v_1 + 24)}\left(6 + \frac{v_1^2(v_1 + 48)}{\cancel{(v_1 + 24)}(v_1^2 + 48v_1 - v_1^2)}\right)} + 1,25$$

$$\frac{v_1^2 + 48v_1}{(v_1 + 6)(v_1 + 24)} = \frac{v_1^2 + 48v_1}{6v_1 + 144 - v_1 - 48} + 1,25$$

$$\frac{v_1^2 + 48v_1}{(v_1 + 6)(v_1 + 24)} = \frac{v_1^2 + 48v_1}{5v_1 + 96} + 1,25$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

пусть длина АВ L скорости вел v_1 мот v_2

погда из первого условия

$$1) \frac{L}{v_1} = \frac{L}{v_2} + 2 \tau$$

из второго

$$2) v_1 \cdot \frac{L}{v_2} = v_2 \cdot \frac{L}{v_1} - 96 \text{ км}$$

из третьего

$$3) \frac{L}{v_1 + 6 \text{ км/ч}} = \frac{L}{v_2 + 6 \text{ км/ч}} + 1,25 \tau$$

из первого уравнения $L v_2 = L v_1 + 2 v_1 v_2$

$$v_2 = \frac{L v_1}{L - 2 v_1}$$

подставим v_2 в 3 и 2

$$\frac{L}{v_1 + 6} = \frac{L}{6 + \frac{L v_1}{L - 2 v_1}} + 1,25 \tau.$$

$$\cancel{v_1 + 6} v_1 \cdot \frac{L}{L v_1} = \cancel{2 v_1} \frac{L v_1}{L - 2 v_1} \cdot \frac{L}{v_1} - 96.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

по условию составим

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{L}{v_1 + 6} &= \frac{L}{6 + \frac{Lv_1}{L - 2v_1}} \quad \text{на } +1,25 \text{ ж.} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2v_1(L - 2v_1) &= \frac{L}{v_1} \cdot \frac{Lv_1}{L - 2v_1} - 96. \end{aligned} \right.$$

из второго

$$(L - 2v_1)^2 v_1 = L^2 v_1 - (L - 2v_1)v_1 \cdot 96.$$

$$L^2 v_1 + 4v_1^3 - 4Lv_1^2 = L^2 v_1 - Lv_1 \cdot 96 + 2v_1^2 \cdot 96$$

$$4v_1^3 - 4Lv_1^2 = 2v_1^2 \cdot 96 - Lv_1 \cdot 96.$$

$$v_1^3 - Lv_1^2 = 48v_1^2 - 24Lv_1$$

$$v_1^2 - Lv_1 = 48v_1 - 24L$$

$$v_1^2 - Lv_1 = 48v_1 - 24L$$

$$L =$$

из второго

$$L - 2v_1 = \frac{L^2}{L - 2v_1} - 96.$$

$$(L - 2v_1)^2 = L^2 - 96(L - 2v_1)$$

$$4v_1^2 - 4Lv_1 = 96(L - 2v_1)$$

$$v_1^2 - Lv_1 = 24L - 48v_1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

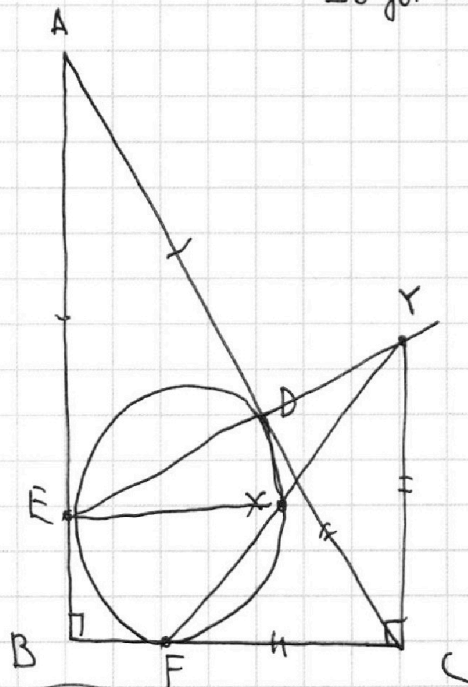
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 7



заметьте что $\triangle AED \sim \triangle CDY$

т.к. $AD \parallel DC$, $ED \parallel DY$

$AB \parallel CY$, а также по
св-ву окружности

$AE = AD \rightarrow DC = CY =$
 $= FC$, а также

$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$

XD - биссектриса внешнего угла в $\triangle EFX$

поэтому $\frac{YX}{XE} = \frac{YD}{DE} = 2\sqrt{2}$

$$\rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY} = 2\sqrt{2}$$

ТАКЖЕ
 $\frac{FD}{FE} = \frac{YX}{YF}$
по св-ву
сечущих

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$L \quad v_1 \quad v_2$$

$$\frac{L}{v_1} = \frac{L}{v_2} + 2$$

$$Lv_2 = Lv_1 + 2v_1v_2$$

$$v_1 \cdot \frac{L}{v_2} = v_2 \cdot \frac{L}{v_1} - g6$$

$$v_2 = \frac{Lv_1}{-2v_1 + L}$$

$$\frac{L}{v_1 + 6} = \frac{L}{v_2 + 6} + 1,25$$

$$v_1 \cdot \frac{L}{v_2} = \frac{L^2}{-2v_1 + L} - g6$$

~~$$(2v_1 + L)v_1 = \frac{L^2v_2}{-2v_1 + L} - g6v_1(2v_1 + L)$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

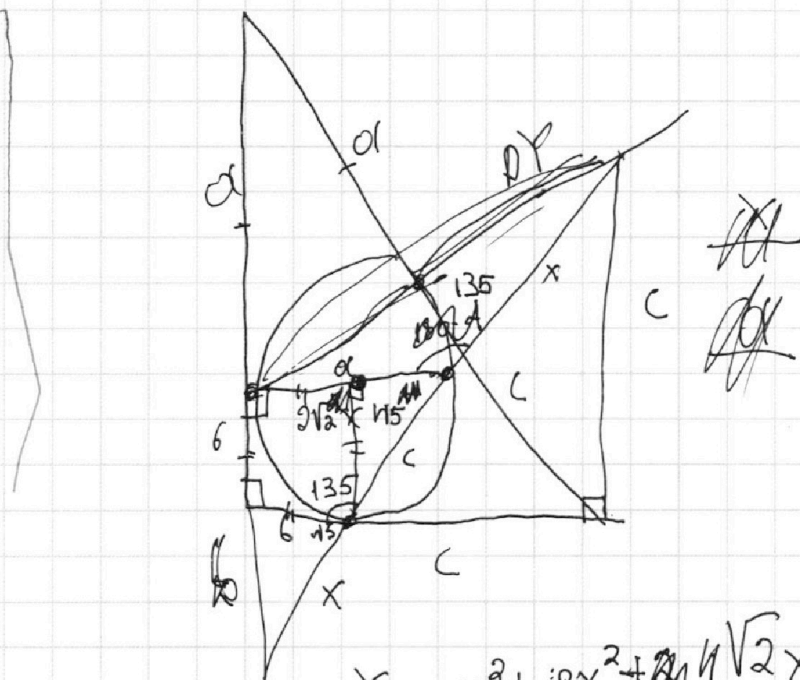
- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

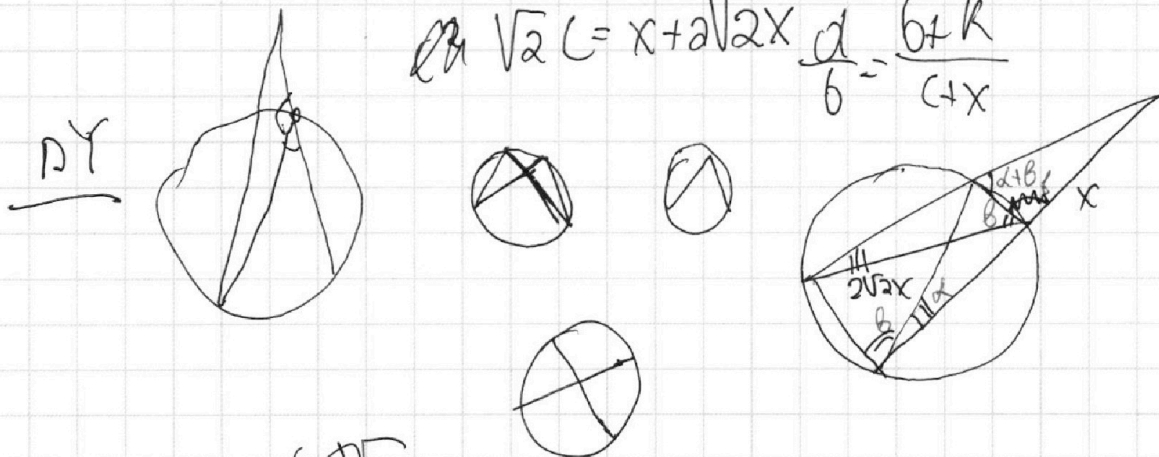


$$\begin{aligned}
 & \text{ИД. } \text{ИД.} \cdot \frac{c+a}{a} = c\sqrt{2} \\
 & \text{ИД.} \cdot \text{ИД.} \cdot \frac{c+a}{a} = c\sqrt{2}
 \end{aligned}$$



$$\text{ИД.} \cdot x^2 + 8x^2 + 2\sqrt{2}x^2 \cos \alpha = x \cdot (x + \dots)$$

$$\sqrt{2}c = x + 2\sqrt{2}x \cdot \frac{a}{b} = \frac{b+k}{c+x}$$



$$\text{ИД.} \cdot \sqrt{2}c = \sqrt{x^2 + 8x^2 + 2\sqrt{2}x^2 \cos 45} = \dots$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{YD}{DE}$$

$$YD \cdot (YD + DE) = FX (YX + XF)$$

$$YD (YD + DE) = \frac{FX}{2\sqrt{2}} \left(\frac{FX}{2\sqrt{2}} + XF \right)$$

$$(a+b)^2 + (b+c)^2 = (a+c)^2$$

$$\cancel{a^2 + b^2 + b^2 + c^2} + 2ab + 2bc = a^2 + c^2 + 2ac$$

$$b^2 + ab + bc = ac$$

$$\frac{FX}{2\sqrt{2}} \cdot c\sqrt{2} =$$

$$XC \cdot 4 = YD^2 \cdot \frac{c+a}{a}$$



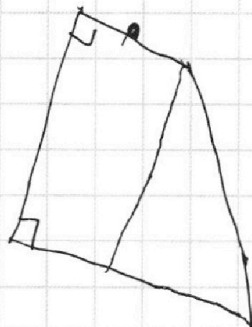
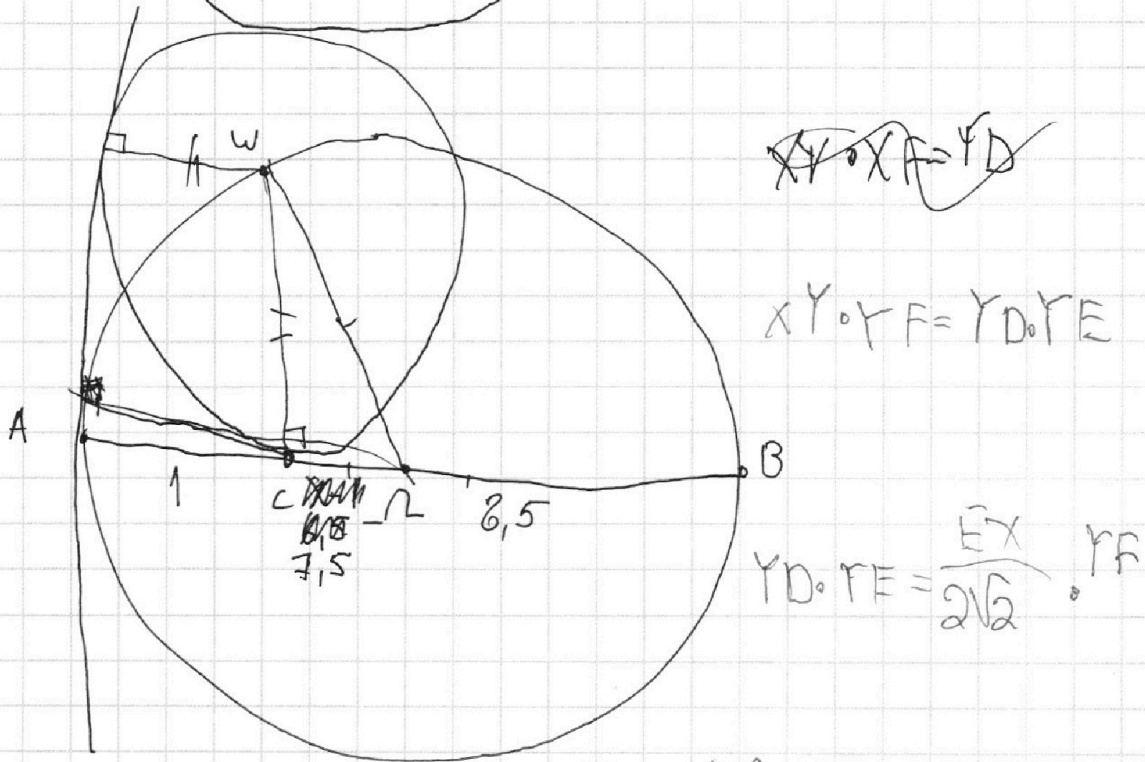
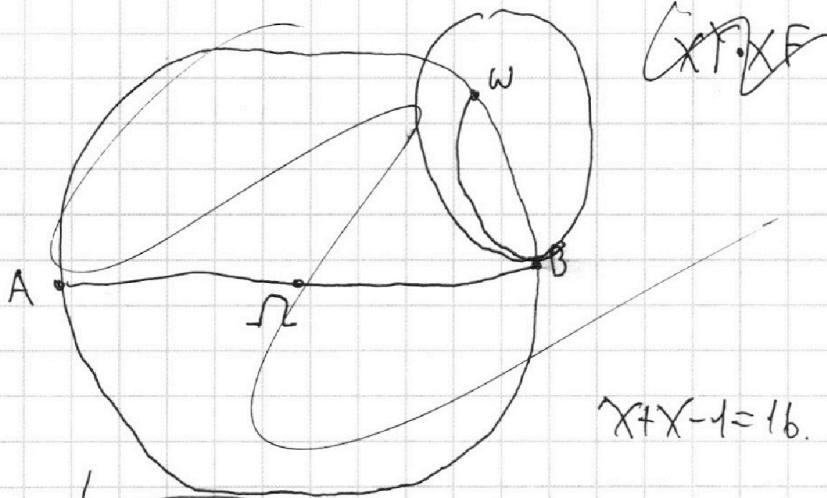
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x+2y=z \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

~~$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$~~

~~$$2(3x+2y)y + x(3x+2y) = 2xy$$~~

~~$$3x^2 + 4y^2 - (3x+2y)^2$$

$$26y^2$$~~

$$3x+2y=z \quad 3yz+xz=2xy$$

$$3yz+xz=2xy$$

$$z = \frac{2xy}{3y+x} = 3x+2y$$

~~$$z = \frac{2xy}{3y+x}$$~~

~~$$2x+3y = \frac{2xy}{3y+x}$$~~

$$2xy = (3x+2y)(3y+x)$$

~~$$2xy = 9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy$$~~

$$3x+$$

$$3x+2y=z$$

$$3x^2 + 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy$$

$$= \frac{-8y^2 - 6x^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

~~$$x^2 - 6y^2$$~~

$$6xy + 9y^2 + 2x^2 + 3xy$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = 3^{11} 7^{11} k \quad bc = 3^{18} 7^{16} m \quad ac = 3^{21} 7^{38} n$$

$$a^2 b^2 c^2 = 3^{50} 7^{55} k m n$$

$$3^{35} 7^{28}$$

$$\frac{ab \cdot bc}{ac} = \frac{3^{29} 7^{27} k}{3^{21} 7^{38} m} = \frac{3^8}{7^{11}} \cdot \frac{k}{m} \quad k = 7^{38}$$

$$ab = 3^{11} 7^{11} k \quad b^2 = \frac{3^8 k m}{7^{11} n}$$

$$bc = 3^{18} 7^{16} m$$

$$c^2 = \frac{3^{39} 7^{56}}{3^1 7^{11}}$$

$$-6 \cdot \frac{1}{4} y^2 - 8 y^2 = 3 y^2 7^{38} n$$

$$\frac{1}{4} y^2 - 6 y^2$$

$$-6 y^2 - 4 y^2$$

$$\frac{ab}{a-b} = 6ab$$

$$-23 y^2 \quad 3^{29} 7^{27} k m \quad ac \quad 3^{21} 7^{38} n$$

$$ab^2 c$$

$$-2 y^2$$

$\leftarrow 5$

$$k m \quad 7^{11} \quad 7^{55} \cdot 3^{50}$$

$$ac = 3^{21} 7^{38}$$

$$b = 3^4$$

$$bc = 7^{21} 3^{18} \quad ab = 7^{17}$$

$$ab = 3^{11} 7^{16}$$

$$a = 3^7 7^{16}$$

$$ca = 3^{29} 7^{38}$$

$$bc = 3^{18} c^{22}$$

$$c = 3^{14} c^{22}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ac = 3^{20} \cdot 7^{38}$$

$$bc = 7^{21} \cdot 3^{18}$$

$$ab = 3^{11} \cdot 7^{17}$$

$$3^{40} \cdot 7^{55}$$

$$3^{22} \cdot 7^{34}$$

$$a = 3^{11} \cdot 7^{17}$$

$$3^{11} \cdot 7^{17}$$

$$3^{18} \cdot 7^{21}$$

$$c = 3^{18} \cdot 7^{21}$$

$$ac = 3^{29} \cdot 7^{38}$$

$$b = 1$$

$$x > \frac{1}{4}$$

возвратим показатели

$$\frac{a+b}{a^2+b^2-8ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2-10ab}$$

$$\frac{a+b}{10ab} = \frac{a}{10b} + \frac{b}{10a}$$

$$(a+b)m = 10ab$$

$$m = \frac{10ab}{a+b}$$

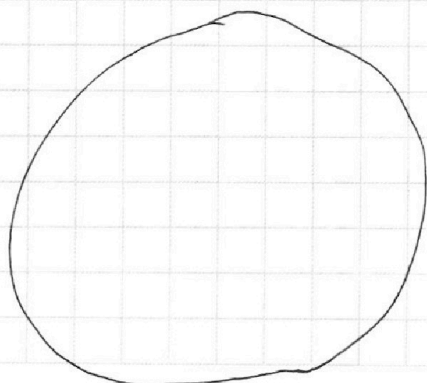
$$3 + 7$$

$$2x^2 - x + 2 = 1 - 4x$$

ВН 10

$$x - 108 + 4x = 0$$
$$5x - 108 = -30$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x+2y=z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$3yz+xz=2xy$$

$$z = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$\frac{2xy}{3y+x} = 3x+2y$$

$$2xy = 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy$$

$$x^2 + y^2 + xy = 0$$

$$3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 = 12xy$$

$$\frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{12xy}{x^2 - 6y^2}$$

$$4y^2 + 6xy = \frac{2y}{x^2 - 6y^2}$$

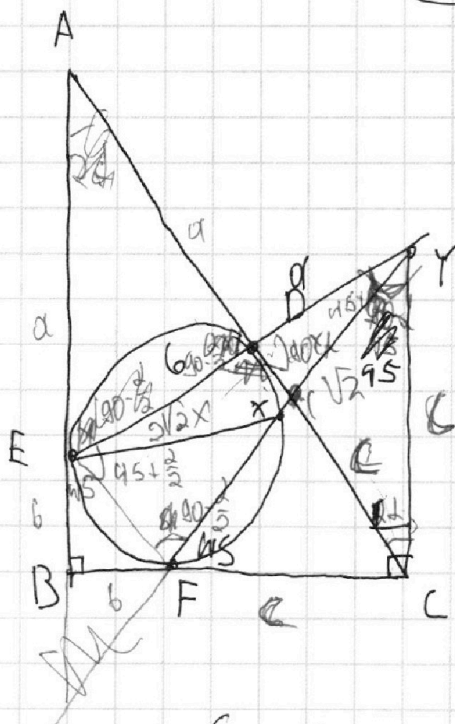
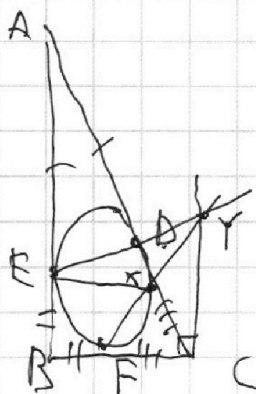
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{a}$$

$$6 =$$

$$-8y^2 - 6xy = 0$$

$$\frac{4y^2 + 6xy}{-8y^2 - 3xy} = \frac{4y + 6x}{-8y + 3x} = \frac{4y + 6x}{3x - 8y}$$

$$(2c^2 - 2c^2 \cos \alpha) \cdot (2c^2(1 - \cos \alpha)) + \frac{2c^2(1 - \cos \alpha) \cdot c}{c} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2}{x^2 - 6y^2} =$$

$$\frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = -1 -$$

$$3y^2 + x^2 = 2xy$$

$$\Rightarrow \frac{2xy}{x+3y} = 3x+2y$$

$$2xy = 3x^2 + 2xy + 9xy + 6y^2$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0.$$

$$9y^2 - 8y^2$$

$$\frac{-\frac{6}{4}y^2 = 8y^2 + 6y^2}{\frac{1}{4}y^2 - 6y^2} = \frac{-\frac{6}{4}y^2 = 2y^2}{-5\frac{3}{4}y^2}$$

$$\frac{-6y^2 - 32y^2 = 8y^2}{y^2 - 24y^2} = \frac{-14y^2}{-23y^2} = \frac{14}{23}$$

$$y = -2x.$$

$$\frac{-6x^2 - 32y^2 + 24x^2}{x^2 - 24x^2} =$$