



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Заметим, что дано $ab:2^{14}$, $bc:2^{17}$, $ac:2^{20}$, то

$$a^2b^2c^2 = ab \cdot ac \cdot bc : 2^{14+17+20} \Rightarrow a^2b^2c^2 : 2^{51} \Rightarrow \text{н.к. } a^2b^2c^2 -$$

минимум квадрата, то $a^2b^2c^2:2^{52} \Rightarrow abc:2^{26}$. Также,

н.к. $ab:2^{14}$, $bc:2^{17}$ и $ac:2^{20}$, то $abc:2^{37}$. Итак,

$$abc:2^{26} \cdot 2^{37} \Rightarrow \underline{abc \geq 2^{26} \cdot 2^{37}}. \text{ Нумер на } a, b, c$$

$$a = 2^9 \cdot 2^{14}, b = 2^6, c = 2^{11} \cdot 2^{20}, \text{ тогда } ab:2^{14} \cdot 2^{10},$$

$$bc:2^{17} \cdot 2^{17}, ac:2^{20} \cdot 2^{37}, \text{ нуль } abc = 2^{26} \cdot 2^{37}.$$

$$\text{Ответ: } \min(abc) = 2^{26} \cdot 2^{37}$$

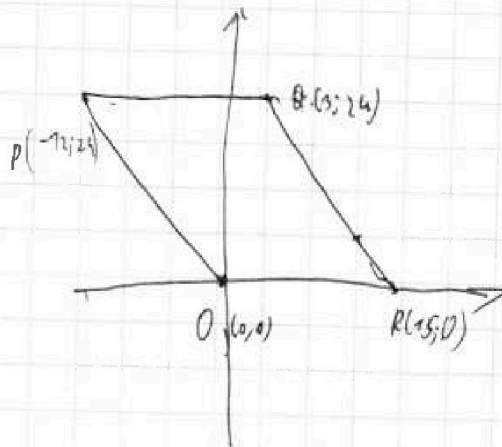
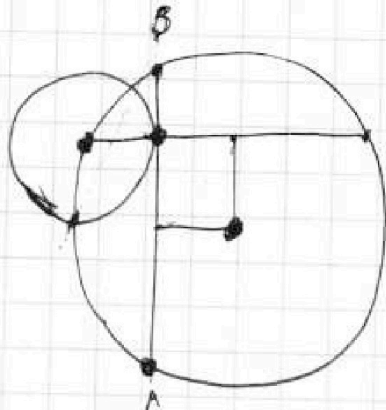


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
 Отметьте крестиком номер задачи,
 решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 y_1 &= -2x \\
 y_2 &= -2x + 15 \\
 y_3 &= 0 \\
 y_4 &= 24
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^7 \cdot 7^{11} \\
 b &= 2^6 \\
 c &= 2^{11} \cdot 7^{20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a & \leq v & 2^{16} \\
 b & \leq v \\
 a & b \leq v
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 -2x \\
 y + 2x \geq 0 \\
 y + 2x \leq 15 \\
 y \geq 0 \\
 y \leq 24 \\
 2x_2 + y_2 - (2x_1 + y_1) = 12
 \end{cases}$$

$$2x_1 + y_1 - (2x_2 + y_2) = 12$$

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 14 \\
 13 \\
 12
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 3 \\
 2 \\
 1 \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 2x + y = 3 \\
 2x + y = 15 \\
 0 \leq y \leq 24
 \end{array}$$

при $x=0, y=24$

$$1 \dots 23 \rightarrow 72$$

$$12 \cdot 12 \quad 13$$

при $x=0, y=24$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

По условию a и b взаимно просты.

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{(a+b)}{(a+b)^2-8ab}$$

m из условия. При этом $(a+b):m$ и $((a+b)^2-8ab):m$

$\Rightarrow m \mid (a+b):m$, то $8ab:m$. Пусть $\text{НОД}(ab, a+b)=d$,

где $d>1$, тогда либо a делится на какой-то делитель

d , разобрав по q , то $ab:q$, $a:q$, и $a+b:d \Rightarrow$

$a+b:q \Rightarrow b:q \Rightarrow a:q$ и $b:q \Rightarrow q=1$. Аналогично,

либо b делится на какой-то делитель d , разобрав по p ,

то $p=1 \Rightarrow$ не получится, то $d=1$. Итак, $\text{НОД}(a+b; ab)=1$

$\Rightarrow \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8 \Rightarrow$ ~~максимальное~~

значение $m \leq \text{НОД}(a+b; 8ab) \leq 8$. Приведем пример

на $m=8$: возьмем $a=1, b=7$, тогда $\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} =$

$$= \frac{7+1}{1-42+49} = \frac{8}{8} \Rightarrow$$
 можно сократить на 8

Пример: $\text{max}(m) = 8$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

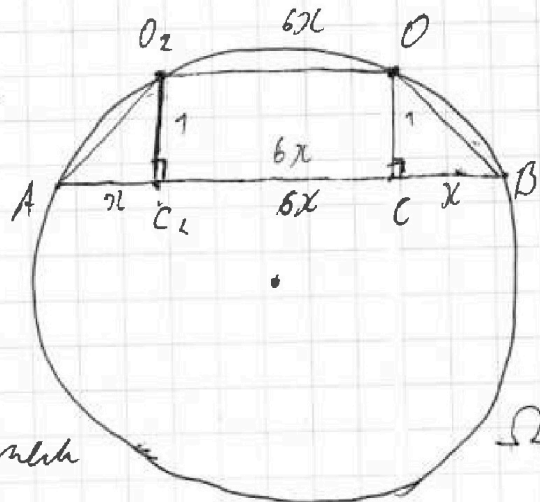
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3
Условие можно переформулировать так-то-то-то-то-то-то-то:



Из точки O на окружности

Ω на хорду AB опущена
перпендикуляр OC, $OC=1$, причем

$AC:CB=7:1$. Опустив из центра окружности точку O_2
перпендикуляр O_2C . Пусть $CB=x$, тогда $AC=7x$, $CC_2=6x$

и $O_2O=6x$, тогда $S_{AO_2OB} = \frac{1}{2} \cdot O_2O \cdot AB = 7x$ (как это?)

с другой стороны $S_{AO_2OB} = S_{AO_2O} + S_{AO_2B} =$

$$= \frac{AO_2 \cdot O_2O \cdot AO}{4R} + \frac{AO \cdot OB \cdot AB}{4R} = \frac{AO \cdot AO_2}{20} (O_2O + AB) =$$

$$= \frac{\sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1}}{20} \cdot 14x = 7x \Rightarrow$$

$$\sqrt{49x^2+1} \cdot \sqrt{x^2+1} = 10 \Rightarrow (49x^2+1)(x^2+1) = 100 \Rightarrow$$

$$\boxed{x=1} \Rightarrow \boxed{AB=8x=8}$$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

Пусть $2x^2 + 2x + 1 = y$, тогда уравнение примет вид:
 $\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$.

Дадиме формулы ОДЗ: $(2x^2 - 5x + 3) \geq 0 \Rightarrow (2x-3)(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \in (1; \frac{3}{2})$
 $(2x^2 + 2x + 1 > 0, \text{ т.к. } D = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0,$
т.е. $x \in (1; \frac{3}{2})$.

Так как $\sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x$, заменим $\sqrt{y} + \sqrt{y+2-7x}$,
(который > 0 , т.к. $\sqrt{y} > 0$): $2-7x = (2-7x)(\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y})$

значит либо $2-7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$ - вступает в ОДЗ \checkmark

либо $\sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1$. Разделим 2 уравн.

Итак: $\begin{cases} \sqrt{y+2-7x} + \sqrt{y} = 1 \\ \sqrt{y+2-7x} - \sqrt{y} = 2-7x \end{cases}$

$$\Rightarrow 2\sqrt{y} = 7x - 1 \Rightarrow$$

$4y = 49x^2 - 14x + 1$, т.е. $8x^2 + 8x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$ т.е.

$$41x^2 - 22x - 3 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82}$$

$$= \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}, \text{ замечая, что } 2\sqrt{61} < 2 \cdot 8 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41} < \frac{11 + 2 \cdot 8}{41} \leq 1 \Rightarrow$ оба этих корня впадают

в ОДЗ. Итак найдем корни $\frac{2}{7}$, $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$ и $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

Ответ: $\frac{2}{7}$; $\frac{11+2\sqrt{61}}{41}$; $\frac{11-2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

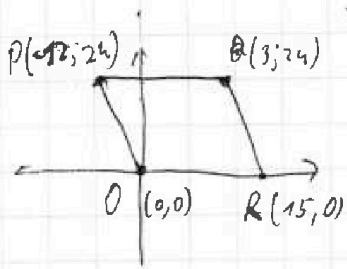


1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5



Итак параллелограмм заданной
 площадью из 4 неравенств
 (и прямых, которые его выключают);

OP: $y + 2x \geq 0$, PQ: $y \leq 24$; QR: $y + 2x \leq 30$; OR: $y \geq 0$

Итак: $\begin{cases} 0 \leq y + 2x \leq 30 \\ 0 \leq y \leq 24 \end{cases}$ - это верно для любой точки в параллелограмме

параллелограмме OPQR. Рассмотрим точку A и B:

$(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 12 \Rightarrow$ т.к. $0 \leq y_i + 2x_i \leq 30$, то

следует набор разности: $30 - 18; 29 - 17 \dots 13 - 1; 12 - 0$.

Рассмотрим разность, где $(2x_2 + y_2)$ и $(2x_1 + y_1)$ - целые, тогда

т.к. $0 \leq y_1, y_2 \leq 24$ и т.к. линейное уравнение

$2x + y = k$ (k целое) в целых числах возможно только

при нечетных y_1 и y_2 , то y_1 и y_2 могут принимать

только нечетные значения от 0 до 24 - все 13 \Rightarrow

в при определенных условиях k_1, k_2 целых

уравнений $\begin{cases} 2x_1 + y_1 = k_1 \\ 2x_2 + y_2 = k_2 \end{cases}$ только $13 \cdot 13 = 169$ решений.

Аналогично для нечетной разности: линейное уравнение

$2x + y = k$, где k нечетное возможно только при нечетных y от

0 до 24, только 12 \Rightarrow целых $\begin{cases} 2x_1 + y_1 = k_1 \\ 2x_2 + y_2 = k_2 \end{cases}$ (k_1, k_2 нечетные)

только $12 \cdot 12$ решений = 144 решений

выполнено задание 5 на 100%.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Иногда мне попадали, что пара $(2x_2 + y_2) - (2x_1 + y_1) = 72$
иногда шаг $(30; 18), (29; 77) \dots (12; 0)$ так $0 \leq 2x + y \leq 30$,
иногда пара, где $2x_2 + y_2$ и $2x_1 + y_1$ остаются меньше 169
плотнее, а пара где $2x_2 + y_2$ и $2x_1 + y_1$ - наоборот меньше
144 плотнее, это значит, что если у нас
пара с меньшими $(2x_1 + y_1$ и $2x_2 + y_2)$ было 10, а пара с
наоборотными $2x_1 + y_1$ и $2x_2 + y_2$ было 9, то было
плотнее $= 169 \cdot 10 + 144 \cdot 9 = 1690 + 1440 - 144 = 2986$,
так плотнее в каждой точке парам не перекрываются и
во всех парам плотнее результат.

Ответ: 2986 пар

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



Задача 6:

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+b)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

из второго уравнения

следует, что точка с коорд. x, y

лежит либо внутри окружности с центром $(0; 0)$ и радиусом 2, либо внутри окружности с центром $(-b; 0)$

и радиусом 1 (включая границу). Первое из уравнений задачи равносильно $y = ax + 10b$. Заметим, что если

эта прямая пересекает хотя бы одну окружность, то прямая $ax - y + 10b = 0 \Rightarrow y = ax + 10b$ не пересекает

окружности. 2 прямая возможна только в том случае, если прямая касается обеих окружностей.

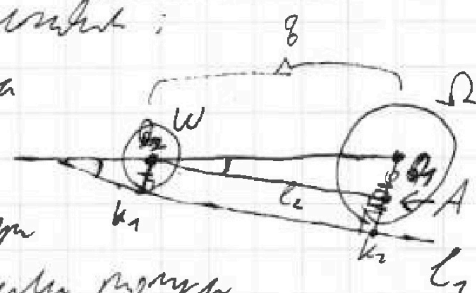
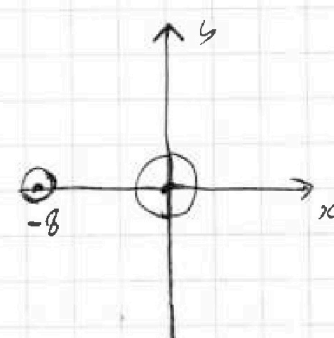
Это значит, что надо найти угол наклона a - угла наклона и обеих касательных к

окружностям. Заметим, что объемы взаимно перпендикулярно касательных к окружностям:

пусть l_1, l_2 параллельны, тогда если прямая l_2 пересечет

радиус Ω в точке A , тогда линия касания w и Ω это $k_1 k_2$, но $O_1 k_1 k_2 A$ - прямоугольник $\Rightarrow k_1 O_1 = A k_2 = 1 \Rightarrow A O_1 = 1 \Rightarrow \angle O_1 O_2 A = \arcsin(\frac{A O_1}{O_1 O_2}) =$

$$= \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \text{tg} \angle O_1 O_2 A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$





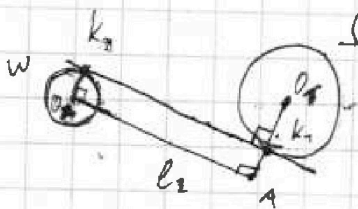
На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Учтем, если $a = \frac{1}{\sqrt{63}}$, то прямая касательная принадлежит к Ω и W касательна на "вершине" (т.к. a - это тангенс угла наклона), а т.к. O_1 и O_2 лежат на оси Ox , то при $a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$ прямая $y = ax + 106$ касательна на "низи" при соприкосновении в. Диаметр W меньше диаметра Ω касательная:



Углы касательной касаются Ω и W в k_1 и k_2 соответственно, проведем отрез O_2 прямую l_2 перпендикулярно

касательной касательной, тогда если l_2 перпендикулярно касательной $O_2 k_1$ в точке A , то т.к. $O_2 k_1 k_1 A$ - прямоугольник.

то $\angle k_1 k_2 O_2 = 90^\circ = \angle O_2 A O_1$ и $O_2 k_2 = r = A k_1 \Rightarrow O_1 A = 3$ и $O_1 O_2 = 8 \Rightarrow$
 $\angle O_1 O_2 A = \arcsin\left(\frac{O_1 A}{O_1 O_2}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{8}\right) = \arctg\left(\frac{3}{\sqrt{55}}\right) \Rightarrow$

при $a = \pm \frac{3}{\sqrt{55}}$ при соприкосновении в (т.к. O_1 и O_2 лежат на Ox) прямая $ax + 106 = y$ является

касательной касательной касательной к W и Ω . Угол

между касательной и параллелью a , при которой $y = ax + 106$

касательна касательной \Rightarrow т.к. $+106$ - это значение

прямой вверх-вниз, то угол касания ax имеет

полюса соприкосновения в \Rightarrow всего 4 направления

$\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$ и $\pm \frac{1}{\sqrt{63}}$. Ответ: $\pm \frac{3}{\sqrt{55}}$ и $\pm \frac{1}{\sqrt{63}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^{10} \cdot 7^{10}$ $bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$ $ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$, тогда

$14 + 17 + 20 = 51$
 $10 + 17 + 37 = 64$

$a^2 b^2 c^2: 2^{51} \cdot 7^{64}$

$\min ab = 2^4 \cdot 7^{10}$

$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{64}$

$ab \geq 2^4 \cdot 7^{10}$

$\min bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$

$bc \geq 2^{17} \cdot 7^{17}$

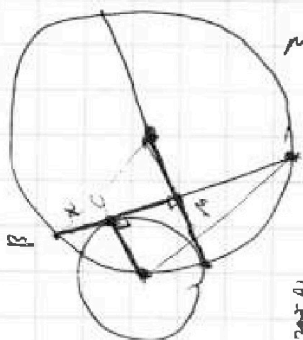
$\min ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$

$ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$

$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{51} \cdot 7^{64}$

$abc \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$



$\frac{c}{a} = \frac{2^3}{7^2}, \frac{a}{b} =$

$(AM)_{\min}$
 $bc = 411$
 $abc = 55$

тогда $2^{20} \cdot 7^{37}$

$bc = 2^{20} \cdot 7^{32}$

$ab: 2^{15} \cdot 7^{17}$

$bc: 2^{17} \cdot 7^{20}$

$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$

$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} \geq \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$

$((a+b)^2, 8ab) - ?$ $7, 1$

$\frac{7+1}{7^2 - 6 \cdot 7 + 1} = \frac{8}{8} = 8$

$\frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} \geq 0$
 $\frac{7 \pm 1}{2} \geq 0$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2x^2 - 5x$ $2x^2 + 2x$

$\sqrt{y - 7x + 1} - \sqrt{y} = 2 - 7x$

$x=0$, но $2 - 7x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$

$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$

$\sqrt{y+a} = \sqrt{y} + a$

$\sqrt{y+a} \leq \sqrt{a} + \sqrt{y}$

$a = a(\sqrt{y+a} + \sqrt{y})$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} + \sqrt{y} = 1$

$\sqrt{y+a} - \sqrt{y} = a$

$2\sqrt{y+a} = a+1$

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$

$2 - 7x = 2 - 7x(\sqrt{2x^2 + 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 - 7x$

$8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 - 42x + 9$

2566
 744
 3130
 444
 169

1650
 1440
 3130
 144
 2986

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$121 \cdot 4 = 484$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$976 = 4 \cdot (9 \cdot 25 + 19) = 4 \cdot (244) = 4 \cdot 4 \cdot 61$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 7x - 1 \quad \sin \frac{1}{8} \approx \frac{1}{\sqrt{63}} \quad \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} < 4 \cdot \sqrt{61} < 4 \cdot 8$$

$$6x^2 + 6x + 4 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$164 \cdot 3 = 492$$

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 492}}{82} = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82}$$

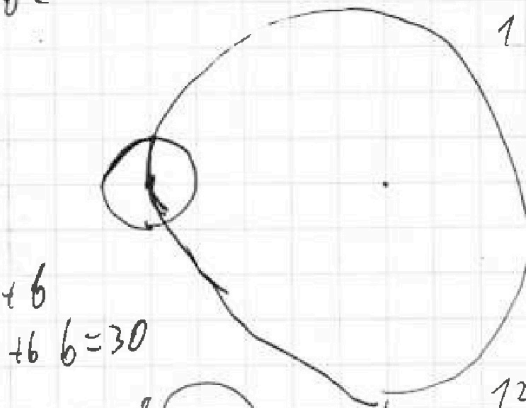
$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$y \geq -2x$$

$$y + 2x \geq 0$$

$$y = -2x + 6$$

$$y = -30 + 6 \quad 6 = 30$$

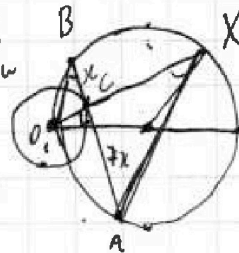


$$1246$$

$$976$$

$$670 + 366$$

$$67 - 16$$



$$\frac{22 \pm \sqrt{61}}{41}$$

$$12 + 2x = 30$$

$$21 \cdot 9$$

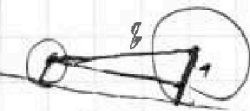
$$AC : CB = 1 : 7$$

$$30 - 18$$

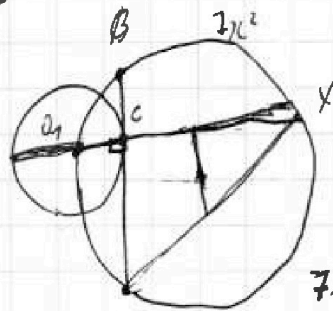
$$29 - 17$$

$$12 - 0$$

$$19$$



$$\sin \frac{1}{8}$$



$$\frac{3}{8} \left(\frac{1}{\sin \frac{1}{8}} \right) \frac{7x^2 + 1}{2} = \frac{1}{y}$$

$$y = ax + b$$

$$\frac{CX}{AC} = \frac{CB}{BC}$$

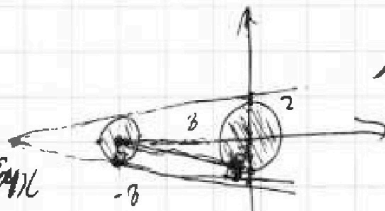
$$x^2 - 4 = 4$$

$$(x - 8)^2 = 1$$

$$x^2 - 4 = 4x^2 + 256 - 4 - 64x$$

$$3x^2 + 256 - 64x$$

$$x = \frac{64 \pm \sqrt{\dots}}{6}$$



$$10$$

$$x(x + 8) = x^2 - 1$$

$$x^2 + 8x = x^2 - 1$$

$$x = \dots$$

$$|x - 8| = |x - 8|$$

$$\frac{y}{7x} = \frac{x}{1} = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{7x}{1} = \frac{\sqrt{4x^2 + 19x^2}}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\frac{7x \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$y = ax + b$$



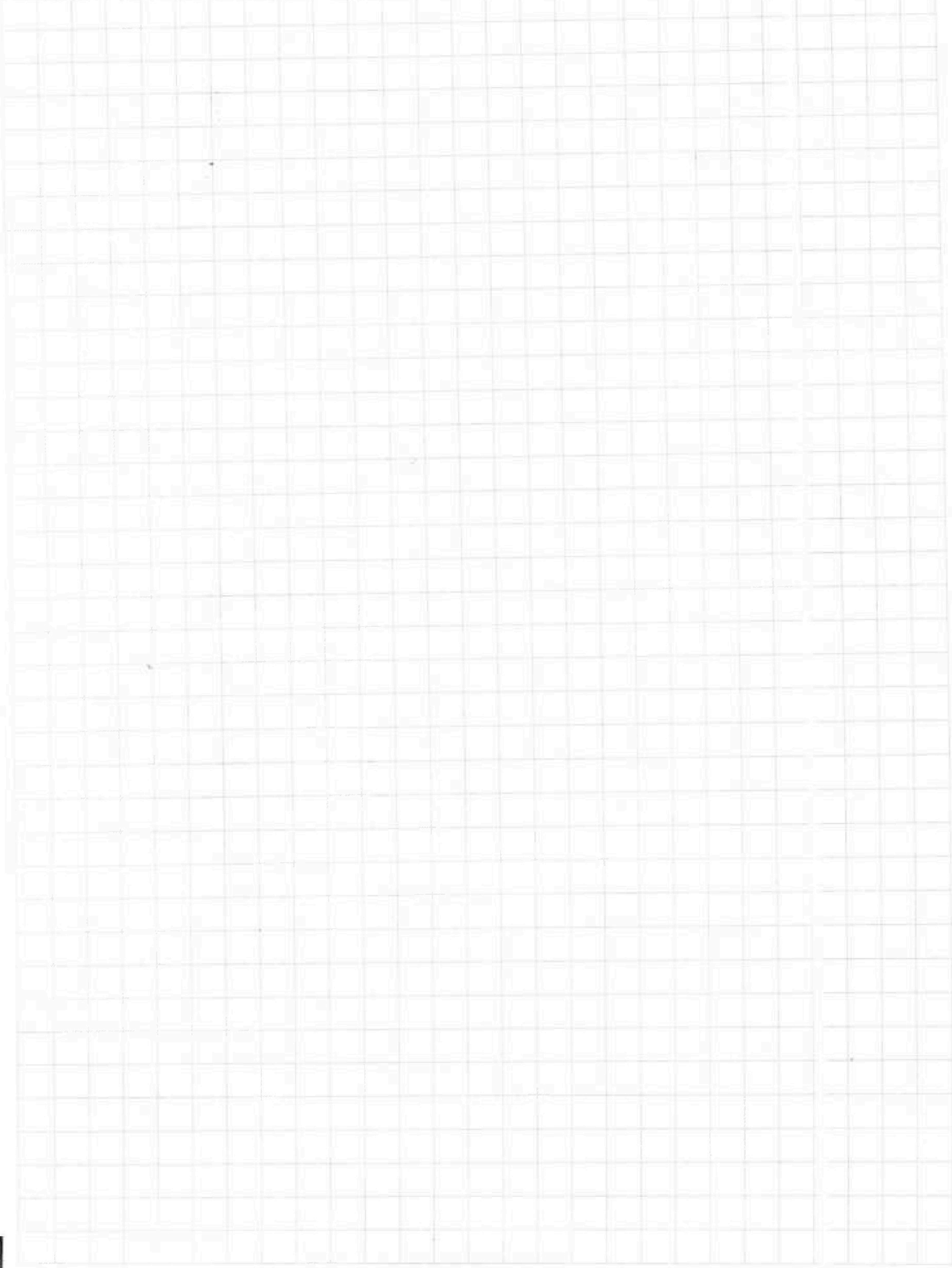
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



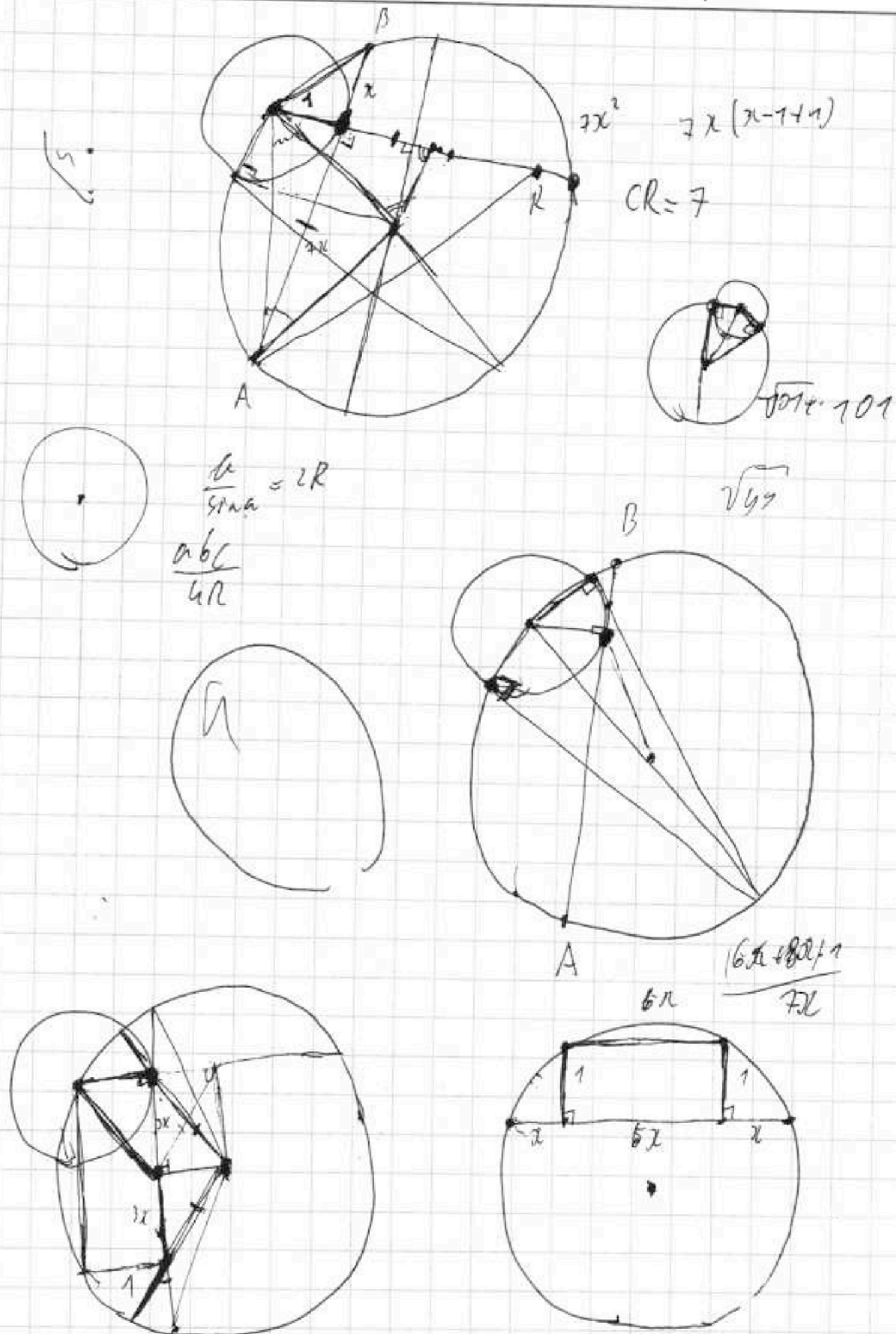


На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

