



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

min знам abc - ?

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$ab: 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac: 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$\Rightarrow a^2 b^2 c^2: 2^{51} \cdot 7^{84}$$
$$abc: 2^{32} \cdot 7^{\dots}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot m, \text{ где } m \text{ - произведение протоприделов } a \text{ и } b$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17} \cdot n, \text{ где } n \text{ - произведение протоприделов } b \text{ и } c$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot l, \text{ где } l \text{ - произведение протоприделов } a \text{ и } c$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: ω, Ω

Решение:

AB - хорда Ω

AB - касательная ω

$$\frac{AC}{CB} = 7 \quad (QC \perp AB)$$

$$CQ = 1$$

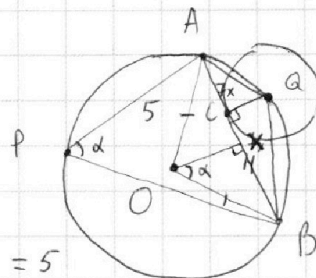
$$OA = 5$$

Найти: AB-?

1) Рассмотрим $\triangle AOB$:

р/б, т.к.

$$OA = OB = R_{\Omega} = 5$$

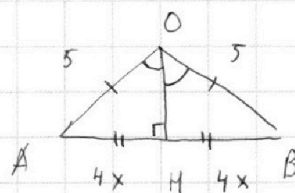


\Rightarrow Проведем OH - высота, медиана $\triangle AOB$ и биссектриса

$$AB = AC + CB = 7x + x = 8x$$

Т.к. OH - медиана \Rightarrow

$$AH = HB = \frac{1}{2} AB = 4x$$



Пусть $\angle AOH = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4x}{5}$

Т.к. OH - высота и биссектрисой $\angle AOB = 2\alpha$

2) $\angle AOB$ - центральный опир на $\cup A(Q)B$

$\angle APB$ - вписанный опир на $\cup A(Q)B$, где P точка на окружности на дуге $\cup AB$ (где нет Q)

$$\Rightarrow \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB = \alpha$$

$\angle AQB$ - вписанный опир на $\cup A(P)B$

$\angle APB$ - вписанный опир на $\cup A(Q)B$

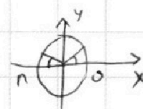
$$\Rightarrow \angle AQB + \angle APB = 180^\circ$$

$$\angle AQB = 180^\circ - \alpha$$

$$\sin \angle AQB = \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$\cos \angle AQB = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



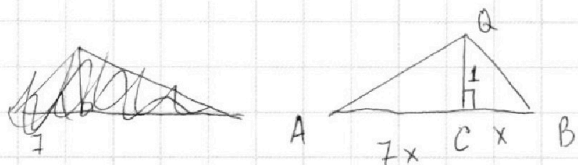
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(Продолжит 3 задачи)

Рассмотрим $\triangle AQB$:

$$\cos \angle AQB = -\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$



По th Пифагора: $\triangle AQC$:

$$AQ = \sqrt{49x^2 + 1}$$

По th Пифагора $\triangle QCB$:

$$QB = \sqrt{x^2 + 1}$$

По th cos $\triangle AQB$:

$$AB^2 = AQ^2 + QB^2 - 2AQ \cdot QB \cos \angle AQB$$

$$64x^2 = 49x^2 + 1 + x^2 + 1 + 2\sqrt{49x^2 + 1}\sqrt{x^2 + 1}\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$\Rightarrow 14x^2 - 2 = 2\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1}\sqrt{1 - \frac{16x^2}{25}}$$

$$49x^4 + 1 - 14x^2 = (49x^4 + 50x^2 + 1)\left(1 - \frac{16x^2}{25}\right)$$

$$49x^4 + 1 - 14x^2 = 49x^4 - \frac{16 \cdot 49x^6}{25} + 50x^2 - 32x^4 + 1 - \frac{16x^2}{25}$$

$$\frac{16 \cdot 49}{25}x^3 + 32x^2 - \frac{8 \cdot 158}{25} = 0$$

$$\frac{49}{25}x^3 + 2x^2 - \frac{99}{25} = 0$$

$$49x^3 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(x-1)(49x^2 + 99x + 99) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 & (1) \\ 49x^2 + 99x + 99 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\boxed{x=1} \Rightarrow$$

$$AB = 8x \quad | \Rightarrow$$

$$x=1$$

$$\boxed{AB=8}$$

$$(2) 49x^2 + 99x + 99 = 0$$

$$D = 99^2 - 196 \cdot 99 < 0$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x$$
$$-7x + 2 = 2 - 7x$$

$$\Rightarrow \text{Пусть } 2x^2 - 5x + 3 = A$$
$$2x^2 + 2x + 1 = B$$

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = A - B$$

$$\text{Ан } A - B = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$$

$$\Rightarrow (\sqrt{A} - \sqrt{B}) = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$$

$$(\sqrt{A} - \sqrt{B})(1 - \sqrt{A} + \sqrt{B}) = 0$$

\Leftrightarrow

$$\begin{cases} \sqrt{A} - \sqrt{B} = 0 & (1) \\ 1 - \sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \sqrt{A} = \sqrt{B} \Rightarrow \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$(2) 1 - \sqrt{A} - \sqrt{B} = 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$-2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 7x - 3$$

$$4(2x^2 - 5x + 3) = 49x^2 - 42x + 9$$

$$8x^2 - 20x - 12 = 49x^2 - 42x + 9$$

$$41x^2 - 22x + 21 = 0$$

$$D_4 = 121 - 861$$

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{5-1}{4} = 1$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

$$b_{\text{мин}} > 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(Продолжи и закончи)

Проверим корни $x = \frac{2}{7}$ подстановкой:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot 4}{49} - \frac{5 \cdot 2}{7} + 3} - \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{49} + \frac{2 \cdot 2}{7} + 1} = 2 - \frac{7 \cdot 2}{7}$$

$$\sqrt{\frac{8 - 70 + 147}{49}} - \sqrt{\frac{8 + 28 + 49}{49}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{85}{49}} - \sqrt{\frac{85}{49}} = 0$$

верно $\Rightarrow x = \frac{2}{7}$ — корни

Ответ: $\frac{2}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



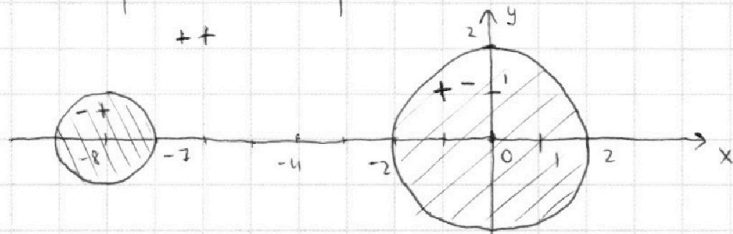
$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & (2) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & (1) \end{cases} \quad \begin{matrix} 2 \text{ решения} \\ a - ? \\ b - ? \end{matrix}$$

$$(1) ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$(x+8)^2 + y^2 = 1$ — окружность с центром $(-8; 0)$ и $R = 1 \rightarrow I$ окр.

$x^2 + y^2 = 4$ — окружность с центром $(0; 0)$ и $R = 2 \rightarrow II$ окр.

Рассмотрим на координатной плоскости:



$$(y = ax + 10b)$$

(2) График — прямая, т.к. 2 решения \Rightarrow

прямая должна быть общей касательной к 2-м окр.

(Прямая не может пересекать ни одну из окружностей, т.к. тогда было бы бесконечно много решений)

I окр:

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0$$

Вся область кроме внутри окр. (границы НЕ входят)

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

Закрашиваем I окр с границами

II окр: $x^2 + y^2 - 4 > 0$

Вся область кроме внутри окр. (границы НЕ входят)

$$x^2 + y^2 - 4 \leq 0$$

Закрашиваем II окр с границами

\Rightarrow Есть 4 варианта прямой:

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Заметим, что из симметрии:

1) и 2) случаи различаются лишь знаком коэфф.

Аналогично для случаев 3) и 4)

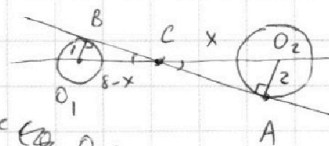
\Rightarrow в кругах знаки будут

$(+-)$, что удовлетворяет неравенству (1)

все окружности $(++)$ не подходит.

Рассмотрим случай № 4):

Т.к. AB — общая касательная $\Rightarrow O_2A \perp AB$ и $O_1B \perp AB$



здесь $O_1B = R_1 = 1$
 $O_2A = R_2 = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим $\triangle O_1BC$ и $\triangle O_2AC$

$\triangle O_1BC \sim \triangle O_2AC$ (по 2 углам; прямоугол + $\angle BCO_1 = \angle O_2CA$ (вертикал))

$$\Rightarrow \frac{O_2A}{O_1B} = \frac{O_2C}{CO_2} = 2$$

$$O_1C + CO_2 = 8 \quad \begin{cases} xO_2 \neq 0 \\ xO_1 = -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{пусть } O_2C = x \Rightarrow \frac{x}{8-x} = 2$$

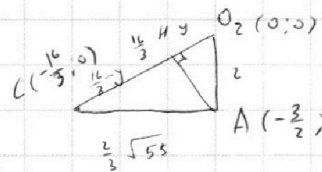
$$x = 16 - 2x$$

$$3x = 16$$

$$x = \frac{16}{3} \Rightarrow x_{TC} = -\frac{16}{3}$$

AC по теореме Пифагора из $\triangle CO_2A$: $[HA \perp CO_2]$

$$AC = \sqrt{\frac{256}{9} - 4} = \sqrt{\frac{220}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{55}$$



$$\text{пусть } O_2H = y \rightarrow HC = \frac{16}{3} - y$$

по теореме Пифагора для $\triangle CHA$ и $\triangle HO_2A$:

$$\frac{220}{9} - \frac{256}{9} - y^2 + \frac{32y}{3} = 4 - y^2$$

$$\frac{32y}{3} = 16$$

$$y = \frac{3}{2} \Rightarrow x_A = -\frac{3}{2}$$

$$HA = \sqrt{4 - \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow y_A = -\frac{\sqrt{7}}{2}$$

\Rightarrow Прямую задает 2 точки

$$y = ax + 10b$$

C и A.

$$\begin{cases} 0 = -\frac{16}{3}a + 10b \\ -\frac{\sqrt{7}}{2} = -\frac{3}{2}a + 10b \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{-23}{3}a$$

$$a = \frac{-3\sqrt{7}}{23}$$

$$10b = -\frac{16\sqrt{7}}{23}$$

$$b = \frac{-16\sqrt{7}}{230}$$

\Rightarrow Две числа 2) ответ:

$$\begin{aligned} a &= \frac{3\sqrt{7}}{23} \\ b &= \frac{16\sqrt{7}}{230} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



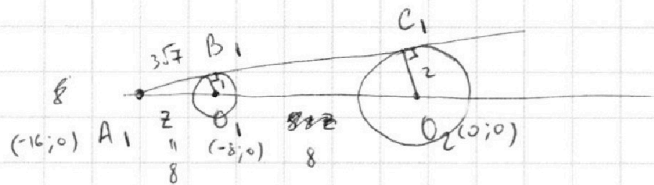
(Продолжить 6 задач)

Теперь рассмотрим случай: № 3:

A_1C_1 — ось кас к I и II окр

$\Rightarrow O_1B_1 = r, O_1B_1 \perp A_1C_1$

$O_2C_1 = R, O_2C_1 \perp A_1C_1$



$\Delta A_1B_1O_1 \sim \Delta A_1C_1O_2$ (по 2 углам $\angle B_1A_1O_1 = \angle C_1A_1O_2$ — острый, $\angle A_1O_1B_1 = \angle A_1O_2C_1 = 90^\circ$ — прямые)

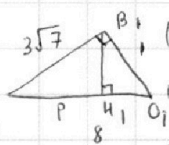
По т.т. Пифагора $\Delta A_1O_1B_1$:

$\frac{O_2C_1}{O_1B_1} = 2 = \frac{O_2A_1}{A_1O_1}$

$A_1B_1 = \sqrt{64 - 1} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$

$z = \frac{x+8}{x}$

По т.т. Пифагора $\Delta A_1B_1H_1$



и $\Delta B_1H_1O_1$: A_1

$2x = x + 8$

$x = 8 \Rightarrow x_{A_1} = -16$

$63 - p^2 = 1 - (8-p)^2$

$63 - p^2 = 1 - 64 - p^2 + 16p$

$2 \cdot 63 = 16p$

$p = \frac{63}{8}$

$\Rightarrow x_{B_1} = -16 + \frac{63}{8} = \frac{-65}{8}$

$B_1H_1 = \frac{3\sqrt{7} \cdot 1}{8} = \frac{3\sqrt{7}}{8} \Rightarrow y_{B_1} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$

По двум точкам A_1 и B_1 определим прямую $y = ax + 10b$

$\begin{cases} 0 = -16a + 10b \\ \frac{3\sqrt{7}}{8} = -\frac{65}{8}a + 10b \end{cases}$

$\frac{3\sqrt{7}}{8} = \frac{3}{8}a$

$a = \frac{\sqrt{7}}{21}$

$b = \frac{\sqrt{7} \cdot 16}{21 \cdot 10} = \frac{8\sqrt{7}}{105}$

\Rightarrow т.к. случай 3 симметричен 4

$\Rightarrow a = \frac{-\sqrt{7}}{21}$ и $b = \frac{-8\sqrt{7}}{105}$

Ответ: $a = \pm \frac{3\sqrt{7}}{23} \Rightarrow b = \pm \frac{16\sqrt{7}}{230}$;

$a = \pm \frac{\sqrt{7}}{21} \Rightarrow b = \pm \frac{8\sqrt{7}}{105}$;

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical work on grid paper, including algebraic derivations, geometric diagrams, and calculations.

Algebraic Derivations:

- Check: $x = \frac{10}{7}$
- $\frac{8}{45} - \frac{10}{7} + 3$
- $\frac{56}{8} + \frac{82}{8} + \frac{56}{8}$
- $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$
- $\sqrt{A} - \sqrt{B} = A - B$
- $(\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B}) = (\sqrt{A} - \sqrt{B})$
- $\sqrt{A} + \sqrt{B} = 1$
- $\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 - 5 \cdot 2 \cdot 7 + 45}{45}$
- $\frac{2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 \cdot 7 + 3 \cdot 49}{49}$
- $\frac{2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 7 + 45}{49} = \frac{85}{49}$
- $8 + \frac{28 + 45}{49}$
- $\frac{49}{49} + \frac{57}{49} + \frac{28}{49} = \frac{85}{49}$
- $\frac{40}{55} = \frac{4}{5}$
- $\frac{198}{99} = 2$
- $\frac{144}{36} = 4$
- $\frac{144}{196} = \frac{36}{49}$
- $\frac{21}{49} + \frac{41}{49} = \frac{62}{49}$
- $\frac{89}{89} + \frac{99}{99} = \frac{188}{99}$
- $\frac{89}{89} + \frac{99}{99} = \frac{188}{99}$
- $\frac{89}{89} + \frac{99}{99} = \frac{188}{99}$
- $\frac{89}{89} + \frac{99}{99} = \frac{188}{99}$

Geometric Diagrams:

- Diagram 1: A circle with a horizontal diameter. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the top. A point is marked on this segment. A chord is drawn from the left end of the diameter to the top point. A right angle is indicated at the top point.
- Diagram 2: A circle with a horizontal diameter. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the top. A point is marked on this segment. A chord is drawn from the left end of the diameter to the top point. A right angle is indicated at the top point. A triangle is formed with sides 7x, 5, and 5.
- Diagram 3: A circle with a horizontal diameter. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the top. A point is marked on this segment. A chord is drawn from the left end of the diameter to the top point. A right angle is indicated at the top point. A triangle is formed with sides 7x, 5, and 5.
- Diagram 4: A circle with a horizontal diameter. A vertical line segment of length 4 is drawn from the center to the top. A point is marked on this segment. A chord is drawn from the left end of the diameter to the top point. A right angle is indicated at the top point. A triangle is formed with sides 7x, 5, and 5.

Other Notes:

- AB-?
- 2360-20
- $\frac{2}{2}$
- $\frac{360-2}{2}$
- $\frac{21}{49} + \frac{41}{49} = \frac{62}{49}$
- $\frac{89}{89} + \frac{99}{99} = \frac{188}{99}$
- $\frac{89}{89} + \frac{99}{99} = \frac{188}{99}$
- $\frac{89}{89} + \frac{99}{99} = \frac{188}{99}$
- $\frac{89}{89} + \frac{99}{99} = \frac{188}{99}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sqrt{7}}{x} = -\frac{23}{63}$$

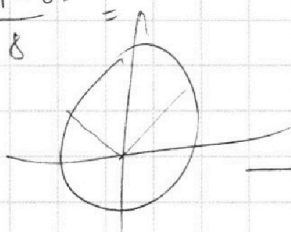
$$-\frac{3\sqrt{7}}{23} = c$$

2

-16

$$-2 \cdot 64 + 63 = \frac{-128 + 63}{8}$$

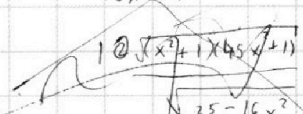
=



по тк cos: $8x^2 = x^2 + 1 + 49x^2 + 1 -$

$$49x^2 + 50x^2 + 1$$

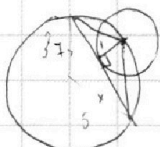
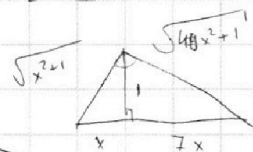
$$25 - 16x^2$$



$$\frac{128 - 63}{63}$$

$$\frac{-65}{8} + 16$$

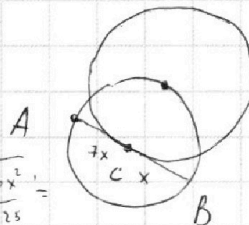
$\sin(A - \alpha) = \sin \alpha = \frac{4x}{5}$



$$\frac{128 - 65}{63}$$

$$\frac{128 - 65}{8}$$

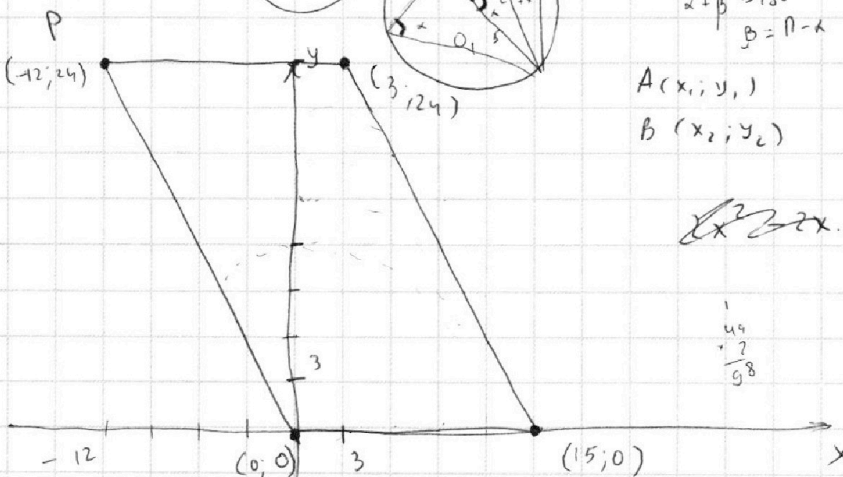
$\cos = 1 - \frac{16x^2}{25}$



$\sin \alpha = \frac{4x}{5}$

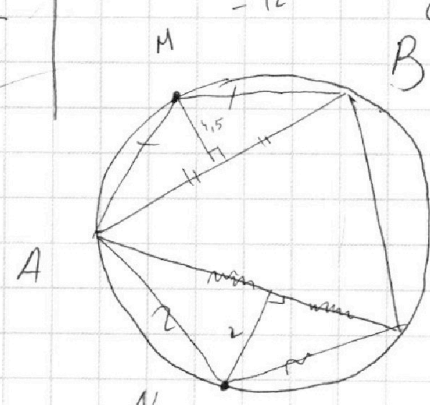
$\alpha + \beta = 180^\circ$
 $\beta = 180 - \alpha$

$A(x_1; y_1)$
 $B(x_2; y_2)$



~~2x~~

$$\frac{44}{98}$$



$$\frac{4}{25} \cdot \frac{25}{8} = \frac{1}{8}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$\frac{200 - 2}{25} = \frac{198}{25}$$

$$\left(-64 + \frac{10}{25}\right) =$$

$$-8 \left(\frac{-8 + 2}{25}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

~~2-7x~~



$y = 2x$
 $y = -2x$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = (2 - 7x)^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 58 \\ + 21 \\ \hline 79 \end{array}$$

$$2 - 7x - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 2 - 7x$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ + 44 \\ \hline 89 \end{array}$$

$$\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 56 \\ + 441 \\ \hline 497 \end{array}$$

$$(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{5 - 1}{4} = 1 \quad y = x + 1$$

$$y = -x - 6$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ + 21 \\ \hline 66 \\ - 21 \\ \hline 45 \\ - 45 \\ \hline 0 \end{array}$$

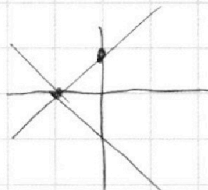
$$(x - 1)(x - \frac{3}{2}) = 0$$

$$58x^2 + 441x^2 + 58x^2$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 21 \\ \hline 42 \end{array}$$



$$2x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$D = 4 - 8 < 0$$

$$0 = -kx + b$$

$$1 = b$$

$$k = 1$$

$$0 = -kx + b$$

$$35 - 9 = 6$$

Проверим:

$$x = 1: \sqrt{2 - 5 + 3} - \sqrt{2 + 2 + 1} = 2 - 7$$

$$0 - \sqrt{5} = -5 \quad (\text{не подходит})$$

$$x = \frac{3}{2}: \sqrt{\frac{9}{2} - \frac{15}{2} + 3} - \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{6}{2} + 1} = 2 - \frac{21}{2}$$

$$\sqrt{\frac{17}{2}} =$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 5x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 - 6x + 3 = \\ 4x^4 + 9x^3 - 4x^2 - 5x + 3 \end{array}$$

Заметим что: $2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x = 4x^4 + 9x^3 - 2x^2 + x + 3$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ 130 \\ \hline 2353 \end{array}$$

$$-7x + 2 = 2 - 7x$$

$$x \in (-\infty; 1)$$

$$U(\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 4 - 28x + 45x^2$$

$$-49x^2 + 21x - 2 = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$2401x^4 - 2058x^3 + 637x^2 - 84x + 4 = 8x^4 + 10x^3 - 4x^2 + 2x + 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2393x^4 - 2068x^3 + 641x^2 - 88x + 1 = 0$$

$$0 = 8a + 10b$$

$$\frac{\sqrt{63}}{8} = \frac{1}{8}a + 10b$$

a, b, c

$$b = \frac{\sqrt{63}}{10}$$

$$2 = \frac{y}{6x}$$

$$16 \rightarrow 7y = y \rightarrow y = \frac{16}{3}$$

$$ab : 2^{14} 7^{10}$$

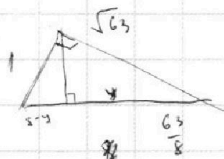
$$bc : 2^{17} 7^{17}$$

$$ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$\min abc \quad 2 = \frac{2+x}{6-x} \quad \frac{1}{2} = \frac{x}{x+8}$$

$$12 - 2x = 2 + x \quad x + 8 = 2 + x \quad x = 8$$

$$abc = mnl \cdot 2^x \cdot 7^y$$



$$abc = a'b'c' \cdot 2^x \cdot 7^y$$

$$abc = 64 \cdot 64 \cdot 2^3$$

$$63^2 = 1 - 64 + 16y$$

$$\frac{63 \cdot 64 - 63^2}{64} = \frac{63(64 - 63)}{64} = \frac{63}{64}$$

$$\frac{a+b}{2} + 8ab = (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 64 + 16y + 2ab = 63 \Rightarrow 2ab = 16 - 2y \Rightarrow ab = 8 - y$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

окр $c(0,0)$ $r=2$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

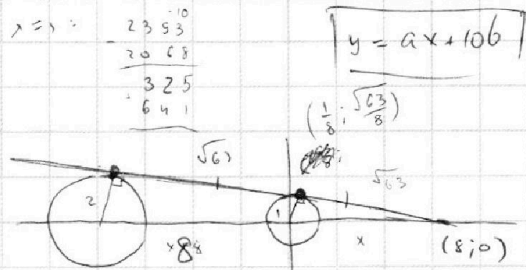
окр $c(0, -8)$ $r=1$

$$\frac{16 + \frac{32}{2}}{3} = \frac{16 + 16}{3} = \frac{32}{3} = \frac{ab'}{a'b} = 2^3 \cdot 7^{20}$$

$$\frac{-32 + 3}{6} = \frac{-29}{6} = \frac{a'b}{a'b'} = 2^3 \cdot 7^{20}$$

$$a = \left(\frac{b}{b'} \cdot 2^3 \cdot 7^{20}\right) a'$$

$$\frac{a'c}{a} = 2^3 \cdot 7^7$$



$$\frac{x}{x+8} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = x+8 \Rightarrow x=8$$

$$ab = 2^{14} 7^{10} m$$

$$bc = 2^{17} 7^{17} n$$

$$ac = 2^{20} 7^{37} l$$

$$\frac{bc}{ab} = 2^3 \cdot 7^7 \frac{n}{m}$$

$$cm = 2^3 \cdot 7^7 an$$

$$63 - \frac{63^2}{8^2} = h^2 \Rightarrow h^2 = \frac{937}{64} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{937}}{8}$$

$$\frac{c}{a} = 2^3 \cdot 7^7 \frac{c'}{a'}$$

$$c = \left(\frac{a}{a'} \cdot 2^3 \cdot 7^7\right) c'$$

$$\frac{c}{b} = 2^6 \cdot 7^{27} \frac{c'}{b'}$$

$$\frac{a}{a'b} = 2^8 \cdot 7^{22} \frac{a'}{b'}$$

$$b' = \frac{6a' \cdot 2^3 \cdot 7^{20}}{a}$$

