



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1



2



3



4



5



6



7



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = n \cdot 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = k \cdot 2^{17} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \quad n, k, l \in \mathbb{N}$$

$$ac = l \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{22}$$

$$(abc)^2 = nkl \cdot 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75} - \text{использ. всегда}$$

$$\Rightarrow \text{пробн. } abc \text{ должно мин. } nkl = 15$$

$$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{44} \cdot 5^{76} \quad abc_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

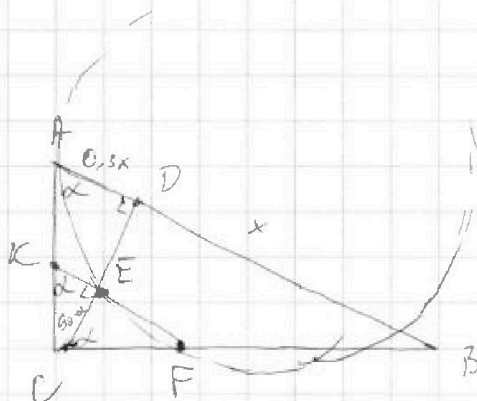
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle BAK = \alpha = \angle FKC$$

т.к. (уг. парал.)

$$\angle ECF = \alpha \quad (90 - 90 - \alpha)$$

$$\triangle KEC \sim \triangle CEF.$$

$$\frac{KE}{CE} = \frac{CE}{EF}.$$

по угл. отр. кат. равны: $CE^2 = KE \cdot EF$

$$AK^2 = KE \cdot KF = KE^2 + KE \cdot EF = KE^2 + CE^2 = KC^2$$

$$AK = KC \Rightarrow KF - \text{ср. кат.} \Rightarrow CF = FB.$$

$$S_{CEF} = \frac{1}{4} S_{BCD} = 0,25 S_{BCD}.$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot 0,3x \quad S_{BCD} = \frac{1}{2} CD \cdot x$$

$$S_{ACD} = 0,3 S_{BCD}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{0,3 S_{BCD}}{0,25 S_{BCD}} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \leq \pi$$

$$\pi = 6x$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

Ответ: $\frac{\pi}{6}$

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

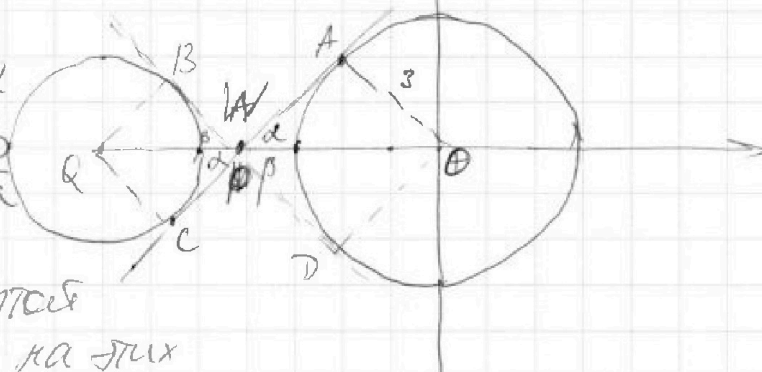


Начало

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & (1) \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad x^2 + 14x + y^2 + 45 &= 0 \\ (x+7)^2 + y^2 &= 4 \\ \text{или} \\ x^2 + y^2 &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad y + 3ax &= 7b - x \\ y &= -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a} \end{aligned}$$



Все решения этой
системы лежат на этих
окружностях
и на прямой $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$

Система не будет иметь 4 решений
только тогда, когда а такое, чтобы при
каком-то b прямая касалась обеих окружностей
или модуль её угла повор. был больше, чем
у этих касательных.

$$OQ = 7 \quad QW = 7 - x$$

$$\tan \alpha = \sin \alpha = \frac{3}{x} = \frac{2}{7-x}$$

$$21 - 3x = 2x$$

$$x = \frac{21}{5} = 4,2$$

$$\sin \beta = \frac{3}{x} = \sin \alpha \quad \beta = \alpha \quad AW = \sqrt{\frac{49}{25} - \frac{9 \cdot 25}{25}} = \sqrt{\frac{216}{25}} = \frac{6}{5} \sqrt{6}$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{\frac{6}{5}\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

- угловой коэф. одной кас.

- $\frac{5\sqrt{6}}{12}$ - угловой коэф. кас.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение

Значит $-\frac{5\sqrt{6}}{12} < -\frac{1}{3a} < \frac{5\sqrt{6}}{12}$

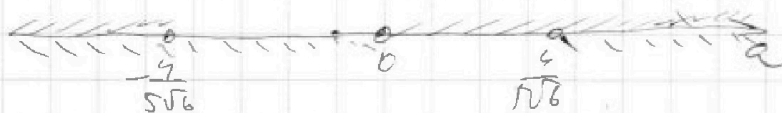
$$\frac{5\sqrt{6}}{4} > \frac{1}{a} > -\frac{5\sqrt{6}}{4}$$

$$\frac{1}{a} > -\frac{5\sqrt{6}}{4}$$

$$a > 0 \text{ или } a < -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\pi \frac{1}{a} < \frac{5\sqrt{6}}{4}$$

$$a < 0 \text{ или } a > \frac{4}{5\sqrt{6}}$$



$$a \in (-\infty, -\frac{4}{5\sqrt{6}}) \cup (\frac{4}{5\sqrt{6}}, +\infty)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 3^3 - 4$$

$6x = +$

$$\log_7^4 \frac{1}{6} - 2\log_{\frac{1}{6}} 7 = \frac{3}{2} \log_{\frac{1}{6}} 7 - 4$$

$$\log_7^4 \frac{1}{6} - \frac{7}{2} \log_{\frac{1}{6}} 7 = -4$$

$$\log_7^4 \frac{1}{6} + \frac{7}{2} \log_{\frac{1}{6}} 7 = -4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \frac{5}{2} \log_y 7 - 4$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y 7 = -4$$

$$\log_7^4 \frac{1}{y} + \frac{7}{2} \log_{\frac{1}{y}} 7 = -4$$

$$f(x) = \log_7 x + \frac{7}{2} \log_x 7$$

$$f'(x) =$$

$$f(x) = \left(\log_7 x + \frac{7}{2} \log_x 7 \right)$$

$\frac{7}{2} \log_x 7$ — убывающая функ.

$-\frac{7}{2} \log_x 7$ — возр. функ.

$\log_7^4 x$ — возр. функ.

значит $f(x)$ монотонно возр.

значит какое-то значение она принимает
только 1 раз

$$xy = \frac{6x \cdot y}{6} = \frac{1 \cdot y}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{6}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Начало

$$x_2 - x_1 = 10 - \frac{y_2 - y_1}{4}$$

x_2 и x_1 — целые,
значит $\frac{y_2 - y_1}{4}$ — целое

x_n — максимальное

значение $y_2 - y_1 : 4$

$x_2 - x_1$, возможное при любых y_2 и y_1 .

т.е. угла наклона дорожек упрямцев равен 4,
значит при увеличении $y_2 - y_1$ на 4, x_n уменьш. на 1

для $y_2 - y_1$ есть по $x_n = |x_2 - x_1| + 1$ вариантов

есть 2 точки для каждой y_1 и $69 - (y_2 - y_1) + 1$

вариантов для y_1 . Значит для каждого $y_2 - y_1 \neq \Delta y$
есть по 2 точки

$$\text{итого по } s = (69 - \Delta y) \left(20 - \frac{\Delta y}{4} - \left| 10 - \frac{\Delta y}{4} \right| \right)$$

вариантов есть также 2 точки. (то есть для
 $y_2 \geq y_1$, потом просто поменять А и В местами,
получим результат на 2 и всё будет ок.)

$$\text{если } 10 \geq \frac{\Delta y}{4}, \text{ то есть } \Delta y \leq 40, s = (69 - \Delta y) \cdot 10$$

$$\text{а когда } \Delta y > 40, s = (69 - \Delta y) \left(30 - \frac{\Delta y}{2} \right)$$

тогда общее кол-во вар-ов для $y_2 \geq y_1$ будет

$$S_1 = 690 + 650 + 610 + 570 + 530 + 490 + 450 + 410 + 370 + 330 + 290 +$$

$$+ 8 \cdot 25 + 6 \cdot 21 + 4 \cdot 17 + 2 \cdot 13 + 0 \cdot 9$$

$$\Delta y \text{ больше 60 не берём, так как } s \text{ не может быть 0.}$$

$$S_1 = 4 \cdot 900 + 1100 + 690 + 200 + 126 + 66 + 26 = 3000 + 1750 + 420 = 5810$$

теперь просто поменяем местами А и В вб. (координаты y) и
получим столько же случаев, только для $y_1 \leq y_2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение

это будет $2S_n = 11620$. Но теперь мы
исчисляем 2 раза случай, когда $y_1 = y_2$. Вспомог 1 раз
все варианты с $y_1 = y_2$

$$S_0 = 2S_n - 690 = 11620 - 690 = 10930$$

Ответ: 10930



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = \frac{(\ln x)^4}{\ln 7} + \frac{7}{2} \frac{\ln 7}{\ln x}$$

$$f'(x) = 4 \cdot \frac{(\ln x)^3}{\ln 7} \cdot \frac{1}{x} + \frac{7}{2} \cdot \ln 7 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{\ln^2 x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \frac{4}{\ln^4 7} \cdot \frac{\ln^3 x}{x} - \frac{7 \cdot \ln 7}{2} \cdot \frac{1}{x \ln^2 x}$$

$$\frac{4 \ln^3 x}{\ln^4 7} - \frac{7 \ln 7}{2} \cdot \frac{1}{x \ln^2 x}$$

$$\ln^5 x > \frac{7}{8} \ln^5 7$$

$$\ln^5 x > \ln^5 7$$

$$x > 7$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6) $4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$

$(69 - 44) \cdot (30 - 22)$

$10930 + 6502$

$= 11500 + 30 + 902$

$= 11620$

$0 < y < 68$

$-4x < y < -4x + 76$

$y > -4x$

$690 + 650 + 610 + \dots + 260 +$

$+ 8 \cdot 25 + 6 \cdot 21 + 4 \cdot 17 + 2 \cdot 13 + 0 \cdot 9$

$900 + 900 + 500 + 500 + 1100 + 690 +$

$+ 200 + 120 + 68 + 26 = 3600 + 1790 +$

$+ 420 =$

$h = 68$

$l_{max} = 36$

$690 + 650 + 610 + \dots = 5810$

680 точек

$y_2 - y_1 = 1$ $x_2 - x_1$ - целое

$y_2 - y_1 =$

$x_2 - x_1 = 10 - \frac{y_2 - y_1}{4}$

$y_2 - y_1 : 4$

$y_2 - y_1 = 4$

$x_2 - x_1 = 9$

$y_2 - y_1 = 40$

$x_2 - x_1 = 1$

$x_m = 19 - \frac{y_2 - y_1}{4}$

$y_2 - y_1 = 8$

$x_2 - x_1 = -7$

$x_m = 8$

$x_2 - x_1 = -1$

$61 \cdot 57$

$53 \cdot 45$

$45 \cdot 41$

$37 \cdot 33$

29

$17 \cdot 42$

$= 50 + 28 = 68$

$690 + 650 + 610 + \dots + 260 +$

$+ 8 \cdot 25 + 6 \cdot 21 + 4 \cdot 17 + 2 \cdot 13 + 0 \cdot 9$

$900 + 900 + 500 + 500 + 1100 + 690 +$

$+ 200 + 120 + 68 + 26 = 3600 + 1790 +$

$+ 420 =$

$h = 68$

$l_{max} = 36$

$690 + 650 + 610 + \dots = 5810$

680 точек

$y_2 - y_1 = 1$ $x_2 - x_1$ - целое

$y_2 - y_1 =$

$x_2 - x_1 = 10 - \frac{y_2 - y_1}{4}$

$y_2 - y_1 : 4$

$y_2 - y_1 = 4$

$x_2 - x_1 = 9$

$y_2 - y_1 = 40$

$x_2 - x_1 = 1$

$x_m = 19 - \frac{y_2 - y_1}{4}$

$y_2 - y_1 = 8$

$x_2 - x_1 = -7$

$x_m = 8$

$x_2 - x_1 = -1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7^4 t - \frac{7}{2} \log_7^7 = -4$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_7^7 = -4$$

$$\frac{\log_7^4 t}{\log_7^7} - \frac{7}{2} \frac{\log_7^7}{\log_7^7} = -4$$

$$\log_7^5 t - \frac{7}{2} \log_7^2 = -4 \log_7 t + \log_7^7$$

$$\log_7^5 y + \frac{7}{2} \log_7^2 = -4 \log_7 y + \log_7^7$$

$$\log_7^5 t + \log_7^5 y = -18 \log_7 t - 4 \log_7^7 (\log_7 t + \log_7 y)$$

$$\log_7^5 t + \log_7^5 y = -4 \log_7^7 \cdot \log_7 t y$$

$$\log_7^4 t - \frac{7}{2} \frac{\log_7^7}{\log_7^4} = -4$$

$$\log_7^3 t - \frac{7}{2} \frac{1}{\log_7^4 t} = -4$$

$$l^5 + 4l - \frac{7}{2} = 0$$

$$2l^5 + 8l - 7 = 0$$

$$x_1 = 1, 9 - \frac{y_2 - y_1}{4}$$

$$(68+1)$$

$$(x_1 - \frac{y_2 - y_1}{4} + 1) =$$

$$= (68 - \frac{y_2 - y_1}{4} + 1)$$

$$(x_1 - (x_2 - x_1) + 1) =$$

$$(68 - (y_2 - y_1) + 1)$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$$

$$4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 7$$

$$= 34 \text{ раз}$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$$

$$4 + 4 + 5 = 13 + 5 = 18 + 5 = 23$$

$$y = \frac{1}{6x}$$

$$\log_7^4 \frac{1}{t} + \frac{7}{2} \log_7^7 = -4$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_7^7 = -4$$

$$\frac{1}{t} = y$$

$$y + 1$$

$$4 = 6x \quad y = \frac{1}{6x}$$

$$y = \frac{1}{6x}$$

$$6yx = 1 \quad y + 1$$

$$yx = \frac{1}{6}$$

$$yx = \frac{x}{6x} = \frac{1}{6}$$



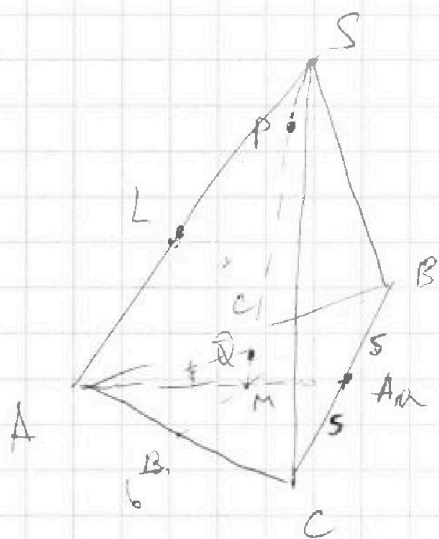
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

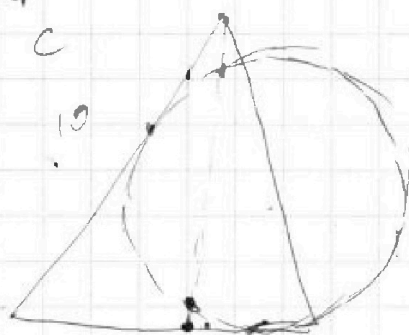
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$4AA_1^2 + a^2 = 2b^2 + 2c^2$$

$$4BB_1^2 + b^2 = 2a^2 + 2c^2$$

$$4CC_1^2 + c^2 = 2b^2 + 2a^2$$



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \sqrt{\frac{a+b+c}{2} \cdot \frac{a+b-c}{2} \cdot \frac{a-b+c}{2} \cdot \frac{-a+b+c}{2}}$$

$$\ln x = \frac{1}{x} \cdot \ln x$$

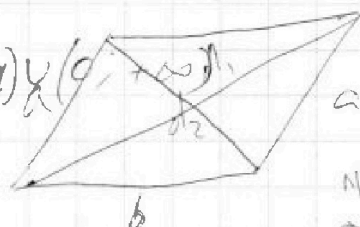
$$\frac{1}{a} > -\frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$a < -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\frac{4}{5\sqrt{6}} > a > -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{x} > -1$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$$



$$a < -\frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$a > 0$$

$$1 - \frac{4}{5\sqrt{6}} < a$$

$$a \leq 0$$

$$\text{либо } a > 0$$

$$\frac{1}{(-a)} > -\frac{1}{8\sqrt{6}} \cdot \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$-a > \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$a < -\frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{a} < \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$a > \frac{4}{5\sqrt{6}}$$

$$\log_2 \left(\frac{1}{x+1} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{1}{x+1} \right) - \log_2 \left(\frac{1}{x+1} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{1}{x+1} \right) = \log_2 \left(\frac{1}{x+1} \right) - \log_2 \left(\frac{1}{x+1} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{KF}{CF} = \frac{CF}{EF}$$

$$KF \cdot EF = CF^2 \quad AK^2 = KE \cdot KF$$

$$CE^2 = KE \cdot EF$$

$$\frac{CF}{CE} = \sqrt{\frac{KF}{KE}}$$

$$\frac{EF}{KE}$$

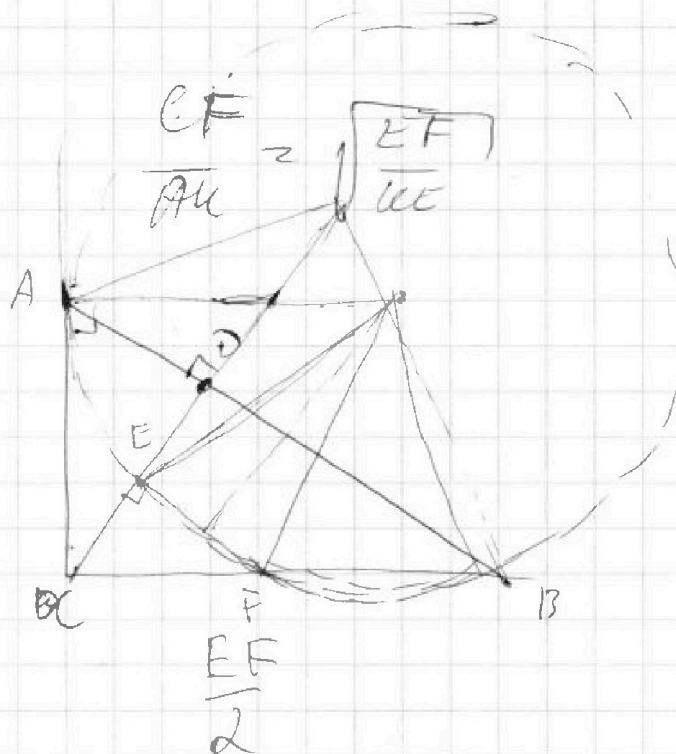
$$\frac{FB}{\sqrt{0,3}} = \frac{AK}{0,3 \times \sqrt{0,3}}$$

$$AK = \sqrt{0,3} \cdot FB$$

$$\frac{0,3 \times}{CE} = \frac{\sqrt{0,39}}{CF}$$

$$S_{ACD} = 0,3 S_{BCD}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEK}} = \frac{0,3}{0,25} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$



$$AK^2 = KE \cdot KF = KE^2 + KE \cdot EF$$

$$AK^2 = KE^2 + CE^2 = KC$$

$$AK = KC$$

$$\Rightarrow CF = BF \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{CEK} = \frac{1}{4} S_{BCD} = 0,25 S_{BCD}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МОТИ

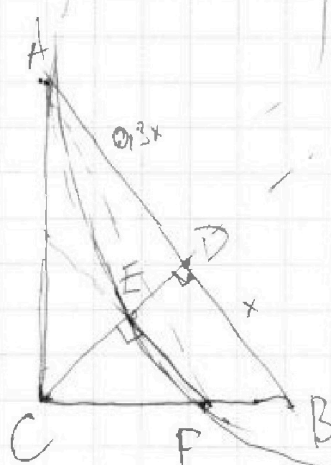
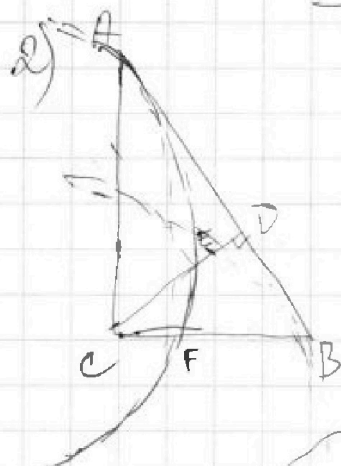
$$1) \begin{aligned} ab &= n \cdot 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^{14} \\ bc &= k \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\ ac &= 8l \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23} \end{aligned}$$

$$(abc)^2 = nkl \cdot 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$nkl \cdot 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$ - полная квадрат
 nkl - целое число

$$\begin{aligned} (abc)^2 &= 2^{34} \cdot 3^{44} \cdot 5^{76} \\ abc &= 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38} \end{aligned}$$

$$l = 5 \quad k = 3 \quad n = 1$$



$$AK^2 = KE \cdot KF$$

$$\frac{AK + KC}{KC} = \frac{0,3x}{KE}$$

$$\frac{AK}{KC} + 1 = \frac{0,3x}{KE}$$

$$\frac{AK + KC}{KC} = \frac{1,2x}{KF}$$

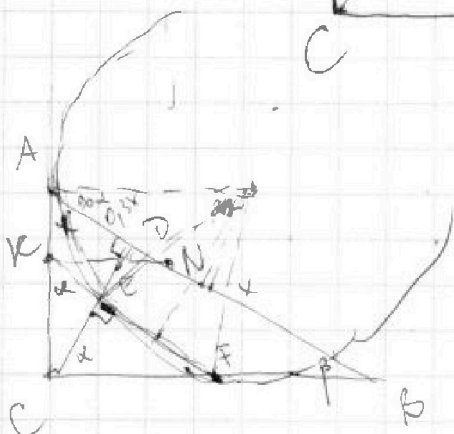
$$\frac{0,3x}{KE} = \frac{1,2x}{KF}$$

$$\frac{0,3x}{CD} = \frac{CD}{x}$$

$$CD = \sqrt{0,3x^2} = x\sqrt{0,3}$$

$$BC = \sqrt{x^2 + x^2 \cdot 0,3} = x\sqrt{1,3}$$

$$AC = \sqrt{0,09x^2 + 0,3x^2} = x\sqrt{0,39}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$

$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$

$5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$

$\arccos \in [0; \pi]$

$5(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x$

$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$

$\pi = 6x \quad x = \frac{\pi}{6}$

4)

$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & y = -\frac{x - 7b}{3a} = \frac{7b}{3a} - \frac{x}{3a} \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$

$(x + 7)^2 + y^2 = 4$

$x^2 + y^2 = 9$

$\frac{3}{x} = \frac{2}{7-x}$

$21 - 3x = 2x$
 $5x = 21$

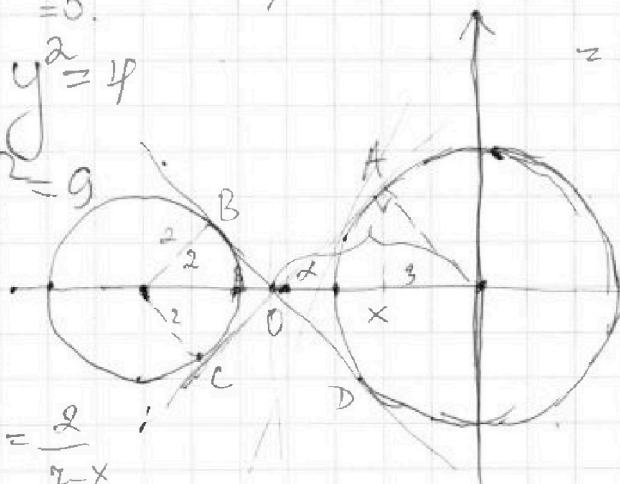
$x = \frac{21}{5} = 4,2$

$2,8 = \frac{14}{5} = \frac{2}{5}\sqrt{6} = \frac{2}{5}\sqrt{6}$

$OA = \sqrt{\frac{21^2}{5^2} - 3^2} = \sqrt{\frac{441 - 9 \cdot 25}{25}} = \sqrt{\frac{441 - 225}{25}} = \sqrt{\frac{216}{25}} = \frac{2\sqrt{54}}{5} = \frac{6\sqrt{6}}{5}$

$tg = \frac{3}{\frac{6\sqrt{6}}{5}} = \frac{5\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = \frac{5}{2}$

$OB = \sqrt{\frac{196}{25} - \frac{100}{25}} = \sqrt{\frac{96}{25}} = \frac{4\sqrt{6}}{5}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{KF}{KE} = \frac{13}{0,3} = \frac{13}{8} = \frac{KE+EF}{KE} \quad \frac{EF}{KE} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{CE}{EF} = \frac{KE}{CE}$$

$$CE^2 = KE \cdot EF$$

$$CE = \sqrt{KE \cdot EF}$$

$$343 = 7^3$$

$$49 \cdot 7 =$$

$$AK \approx 280 + 642 \cdot 343$$

$$\frac{CE}{CE+ED} = \frac{KC}{KC+AK}$$

$$1 + \frac{ED}{CE} = 1 + \frac{AK}{KC}$$

$$\frac{ED}{AK} = \frac{AK}{KC}$$

$$AK^2 = ED \cdot KC = KE \cdot EF$$

$$\frac{ED}{KE} = \frac{EF}{KC}$$

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x}^7 = \log_{6x}^{343} - 4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y^7 = \log_{y^2}^7(7^7) - 4$$

$$6x = +$$

$$\log_7^4 4 - 2 \log_4^7 = \frac{3}{2} \log_4^7 - 4 \quad \log_7^4 4 - \frac{7}{2} \log_4^7 = -4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_y^7 = \frac{5}{2} \log_y^7 - 4 \quad \log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y^7 = -4$$

$$\log_7^4 4 - \frac{7}{2} \log_4^7 = \log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y^7$$

$$\log_7^4 \frac{4}{y} = \frac{7}{2} \log_4^7 + \frac{7}{2} \log_y^7 = \frac{7}{2} \lg 7 \cdot \left(\frac{\lg y + \lg 4}{\lg y \lg 4} \right) =$$

$$= \frac{7}{2} \lg 7 \cdot \frac{\lg y + \lg 4}{\lg y \lg 4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

