



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^3 3^{10} 5^{16} \\ bc &: 2^{14} 3^{13} 5^{13} \\ ac &: 2^{19} 3^{18} 5^{30} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (abc)^2 : 2^{42} \cdot 3^{41}$$

т.к. $(abc)^2$ - квадрат и $(abc)^2 : 3^{41} \Rightarrow$
 $(abc)^2 : 3^{442}$

$$(abc)^2 : 2^{42} \cdot 3^{42} \Rightarrow abc : 2^{21} \cdot 3^{21}$$
$$abc : ac : 5^{30} \Rightarrow abc : 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

Наименьшее значение $abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$ достигается
при $a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{10}$, $b = 2^2 \cdot 3^3$, $c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$

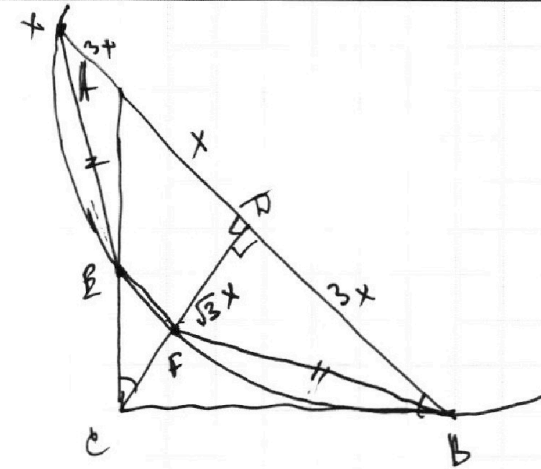
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S_{ADC}}{S_{CAB}} = \frac{1}{3}$$

$$S_{CEB} \quad \triangle CEF \sim \triangle CAD$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CAD}} = \left(\frac{EF}{AD}\right)^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x + \frac{\pi}{2}}{5} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

↓

$$\text{или } x \in [-3\pi; 2\pi]$$

Пусть $x \in [0; \pi]$ ~~$[\frac{\pi}{2}; \pi]$~~ ~~$[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$~~ ~~$[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$~~ ~~$[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$~~

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$5 \arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$6x = 2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

Пусть $x \in [-\pi; \frac{\pi}{2}]$ ~~$[\frac{\pi}{2}; \pi]$~~ ~~$[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$~~ ~~$[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$~~ ~~$[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$~~

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\arcsin(\cos x) = \arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{3\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi = -4x$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

Пусть $x \in [-3\pi; -2\pi]$ ~~$[-2\pi; -\pi]$~~

$$\arcsin(\cos x) = \arcsin\left(\sin\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right)\right) = -\frac{3\pi}{2} - x$$

$$5\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$-8\pi = 6x$$

$$x = -\frac{4\pi}{3} \text{ н.к. } (x \in [-2\pi; -\pi])$$

Пусть $x \in [\pi; 2\pi]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \arcsin(\sin(-\frac{3}{2}\pi - x)) = \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} + x)) =$$

$$= \arcsin(\sin(x - \frac{3}{2}\pi)) = x - \frac{3}{2}\pi$$

$$5(x - \frac{3}{2}\pi) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$4x = 8\pi$$

$$x = 2\pi$$

При $x \in [-3\pi; -2\pi)$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} + x)) = \arcsin(\sin(\frac{5\pi}{2} + x)) =$$

$$= \frac{5\pi}{2} + x$$

$$5(\frac{5\pi}{2} + x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$12\pi = -4x$$

$$x = -3\pi$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = \pi/3 \\ x = -\pi/2 \\ x = 2\pi \\ x = -3\pi \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

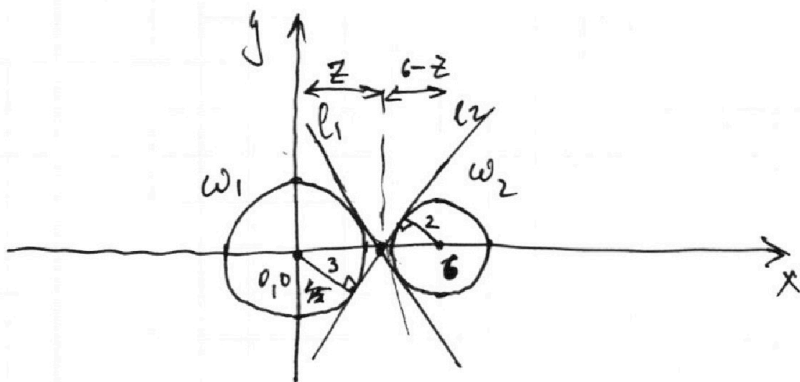
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 3z) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \\ y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} \end{cases}$$



Прямая $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$ должна пересекать (не касаться) обе окр. ω_1, ω_2 чтобы было ровно 4 решения системы.

$l_1 \neq k_1 x$: $y = k_1 x + b_1$

l_2 : $y = k_2 x + b_2$

l_1, l_2 - общие внут. касат. к ω_1, ω_2

$-\frac{a}{2} \in [k_2; k_1]$ ($k_1; k_2$)

$a \in (-2k_2; -2k_1)$

$\frac{z}{2} = \frac{6-z}{2} \Rightarrow 2z = 18 - \frac{3}{5}z \Rightarrow z = \frac{9}{3/5} = \frac{18}{5} = 3,6$

$k_2 = \dots$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

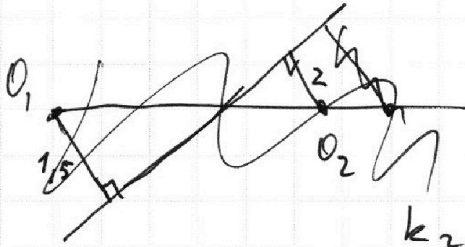
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$k_2 = \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 - \left(\frac{9}{3,5}\right)^2}}$$

$$k_2 = \frac{3}{\sqrt{3,6^2 - 3^2}}$$



k_2 находим как tg угла наклона l_2 .

$$k_2 = \frac{3}{\sqrt{3,6^2 - 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{1,2^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{0,44}} = \frac{1}{2\sqrt{0,11}} = \frac{1}{0,2\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$k_1 = -k_2$$

$$a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^4) - 8$$

случай

$$4 \log_3^4 5xy + 6 \log_x 3 + 2 \log_{5y} 3 = \log_{x^2} 3^5 + \log_{(5y)^2} 3^4 - 16$$

$$4 \log_3^4 5xy - 6 \log_3 x - 2 \log_3 5y = -5 \log_3 (x)^2 - 11 \log_3 (5y)^2 - 16$$

$$4 \log_3 5xy - 2 \log_3 5xy = -5 \log_3 x^2 - 11 \log_3 (5y)^2 - 16$$

$$-2 \log_3 5xy = -10 \log_3 5xy - 12 \log_3 5y + 4 \log_3 x - 16$$

$$8 \log_3 5xy = 4 \log_3 x - 12 \log_3 5y - 16$$

$$2 \log_3 5xy = \log_3 x - 3 \log_3 5y - 4$$

$$\log_3 5xy = -4 \log_3 5y - 4$$

$$\log_3 \left(\frac{5xy}{(5y)^4} \right) = -4$$

$$\frac{5xy}{(5y)^4} = \frac{1}{3^4}$$

$$\frac{x}{(5y)^3} = \frac{1}{3^4}$$

$$\log_3^4 x - \log_3^4 (5y) - 6 \log_3 x + 2 \log_3 5y = -5 \log_3 x^2 + 11 \log_3 (5y)^2$$

$$4 \log_3 x + 20 \log_3 5y + \log_3^4 x - \log_3^4 (5y) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(\log_3 x - \log_3 5y)$$

$$4 \log_3 5xy + 16 \log_3 5y + \log_3^4 x - \log_3^4 (5y) = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

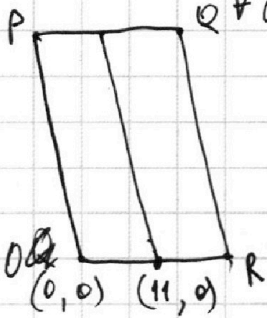
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

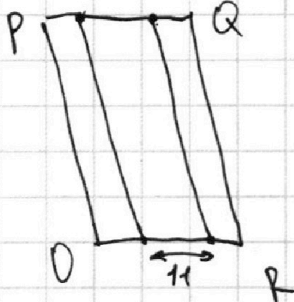


При $x_2 - x_1 = z - 2$ $y_2 - y_1 = z + 39$
Кол-во пар $20 - 14 = 6$ $(4z - 39 + 1)$



Точка $(0,0)$ в пару подходит любая
целая точка на отрезке PQ проходящем
через $(11,0)$ и парал. сторонам парал.
и никакая другая точка, точка на PQ
не подходит. Аналогично

остальные
все точки отрезки параллельные PO разби-
ваются на пары. Таких пар получается



10. (отрезок через $(10,0)$ не входит
ни в одну пару, где ~~нет~~ ^{точка} нет
на нём нет пары (внутри парал.)

На каждом отрезке 15 целых

точек \Rightarrow в каждой паре отрезков можно
выбрать 15^2 различных пар целых точек
 (x_1, y_1) (x_2, y_2) \Rightarrow всего пар ~~10~~ точек

$$10 \cdot 15^2 = 2250$$

Ответ: 2250

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

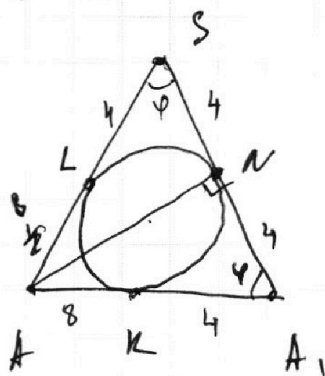
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

б) двугранный угол φ при BC равен плоскому
углу AA_1S



$$\cos \varphi = \frac{12^2 - 8^2 - 12^2}{2 \cdot 12 \cdot 8}$$

$$AN = \frac{12^2 + 4^2 - 8^2}{2 \cdot 12} = 8\sqrt{2}$$

$$\varphi = \arccos \frac{4}{12} = \arccos \left(\frac{1}{3} \right)$$

Ответ: $\arccos \left(\frac{1}{3} \right)$

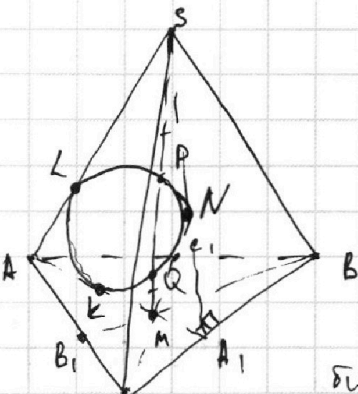
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим:

Точки K, L, P, Q принадлежат сфере и лежат в одной плоскости \Rightarrow $KLPQ$ - впис.

Окр. ω опис. около $KLPQ$ касается. Вписанна в угол $\angle SAM$ (касается) \Rightarrow её центр на биссектрисе $\angle SAM$ и на пер-перек PQ , пер-перек PQ совпадает с пер-перек SM ($SP = MQ$). Получаем, что центр ω - точка пересеч. биссектр. $\angle SAM$ и пер-перек SM .

$\triangle ABC \triangleq ASM$ - р/б

$AM = 12 \Rightarrow A_1M = 6$ (M - точка пересеч. мед.)

$MA_1 = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \angle CMB = 90^\circ \Rightarrow CM = \frac{CB}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}}$

$\neq 6\sqrt{2}$, $MC_1 = CM = \frac{1}{2} = 6\sqrt{2}$, $MB_1 = MB$.

$$S_{CMB} = \frac{S_{ABC}}{3} = \frac{CM \cdot MB}{2} = 30$$

$$CM^2 + MB^2 + 2CM \cdot MB = CB^2 + 2CM \cdot MB = 12^2 + 2 \cdot 30 = 240$$

$$(CM + MB)^2 = 144 + 240 = 384$$

$$CM + MB = 18$$

$$CM = \frac{60}{MB}$$

$$MB^2 + \frac{60}{MB} - 18MB + 60 = 0$$

$$D = 324 - 240 = 84$$

$$MB = \frac{18 \pm \sqrt{84}}{2}$$

$$CM = \frac{18 \mp \sqrt{84}}{2}$$

$$BB_1 = \frac{3}{2} MB = 3(18 \pm \sqrt{84})$$

$$CC_1 = \frac{3}{2} CM = 3(18 \mp \sqrt{84})$$

$$AA_1 = 18$$

$$BB_1 \cdot CC_1 \cdot AA_1 = 18 \cdot 9 \cdot (18 + \sqrt{84})(18 - \sqrt{84}) = 18 \cdot 9 \cdot (324 - 84) = 18 \cdot 9 \cdot 240 = 39988$$

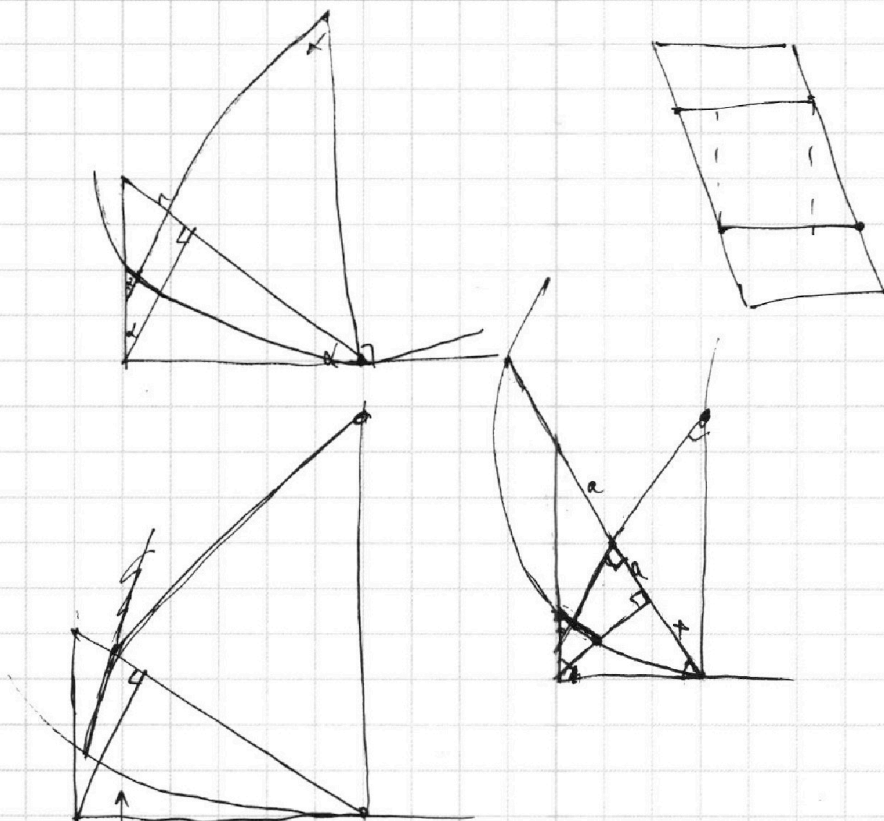
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

$$\begin{matrix} 12 & & 42 \\ - & - & 3 \\ & & 42 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 42 \\ 33 \\ 9 \end{matrix}$$

42

42

14

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

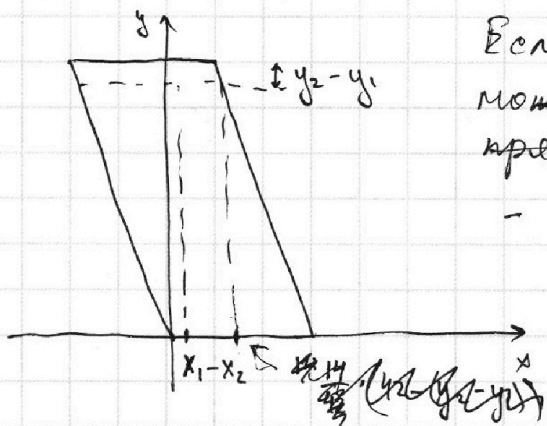
$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

$$|y_2 - y_1| \leq 42 \quad |x_2 - x_1| \leq 20$$

при $x_2 - x_1 \leq -4$ $y_2 - y_1 \geq 45$ - не возможно $\Rightarrow x_2 - x_1 \geq -3$

При $x_2 - x_1 = -3$ $y_2 - y_1 = 42 \Rightarrow y_1 = 20, y_2 = 42$
 $\Rightarrow x_1 \in [3; 14], x_2 \in [0; 11]$ \Rightarrow есть $1\frac{1}{2}$ вариантов для пар (x_1, y_1) и (x_2, y_2)

При $x_2 - x_1 = -2$ $y_2 - y_1 = 39 \Rightarrow$ существует 4 пары (y_1, y_2) для каждой из них на отрезке длины 20 нужно выбрать 2 точки x_1, x_2



Если заданы $(x_2 - x_1) \leq 0$ и $(y_2 - y_1) > 0$ можно перейти от парам к отрезкам длины $(42 - (y_2 - y_1) - (x_1 - x_2) + 1)$ на каждой отрезков $42 - (y_2 - y_1) + 1$ на каждом нужно выбрать x_1 , оставшее восст. однозначно.

При $x_2 - x_1 = -2 : y_2 - y_1 = 39$

$14 - \frac{1}{2} \cdot 39 + 1 = 20 - 14 \cdot \frac{(42 - (y_2 - y_1) + 1) - (x_1 - x_2)}{14}$, на кол-во таких отрезков $\frac{42 - (y_2 - y_1) + 1}{14}$. Задача сводится к тому, чтобы найти выбрать x_1 на отрезке.

При $x_2 - x_1 = -3$ $y_2 - y_1 = 42$

кол-во вар. для x_1 - это кол-во отрезков умножить на (длину отрезка + 1)

$20 - 14 \cdot \frac{(42 - 42 + 1)}{14} - 3 = 3$ кол-во пар (x_1, y_1) и (x_2, y_2) 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

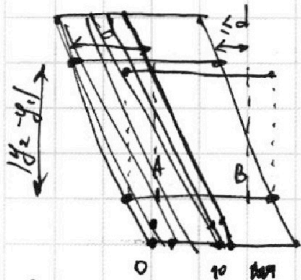
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

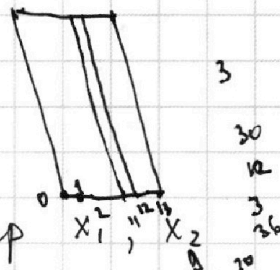


Выбрав ~~ра~~ $y_2 - y_1$ мы получаем ~~вектор~~ $y_2 - y_1$ пар отрезков длины 20 на которых ищем x_1 и x_2

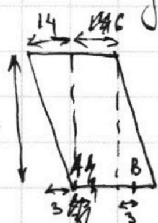


$$|x_2 - x_1| = \left| \frac{33 - (y_2 - y_1)}{3} \right| = d$$

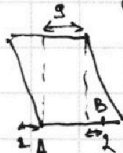
кол-во подходящих ~~к~~ пар равно длине отрезка $AB + 1$ (кол-во целых точек на AB)



При $x_2 - x_1 = -3$ $y_2 - y_1 = 42$ пар y_1, y_2 $43 - 42 = 1$, пар x_1, x_2 равно ~~к~~ 10.



При $x_2 - x_1 = -2$ $y_2 - y_1 = 39$ пар y_1, y_2 $43 - 39 = 4$, пар x_1, x_2 равно 13 \Rightarrow пар (x_1, y_1) (x_2, y_2) $4 \cdot 13 = 52$.



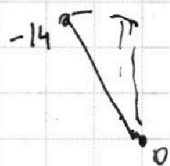
При $x_2 - x_1 = -1$ $y_2 - y_1 = 36$ пар y_1, y_2 $43 - 36 = 7$ пар x_1, x_2 равно 16 \Rightarrow пар $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ $7 \cdot 16$

~~и~~ и так далее

Всего пар (x_1, y_1) , (x_2, y_2)

~~4 \cdot 13 + 7 \cdot 16~~

$$\begin{aligned}
 & 1 \cdot 10 + 4 \cdot 13 + 7 \cdot 16 + 10 \cdot 19 + 13 \cdot 22 + 16 \cdot 25 + 19 \cdot 28 + 22 \cdot 31 + \\
 & + 25 \cdot 34 + 28 \cdot 37 + 31 \cdot 40 + 34 \cdot 43 + 37 \cdot 46 + 40 \cdot 49 + 43 \cdot 52 + \dots + \\
 & + (3i+1)(3i+10) + \dots +
 \end{aligned}$$



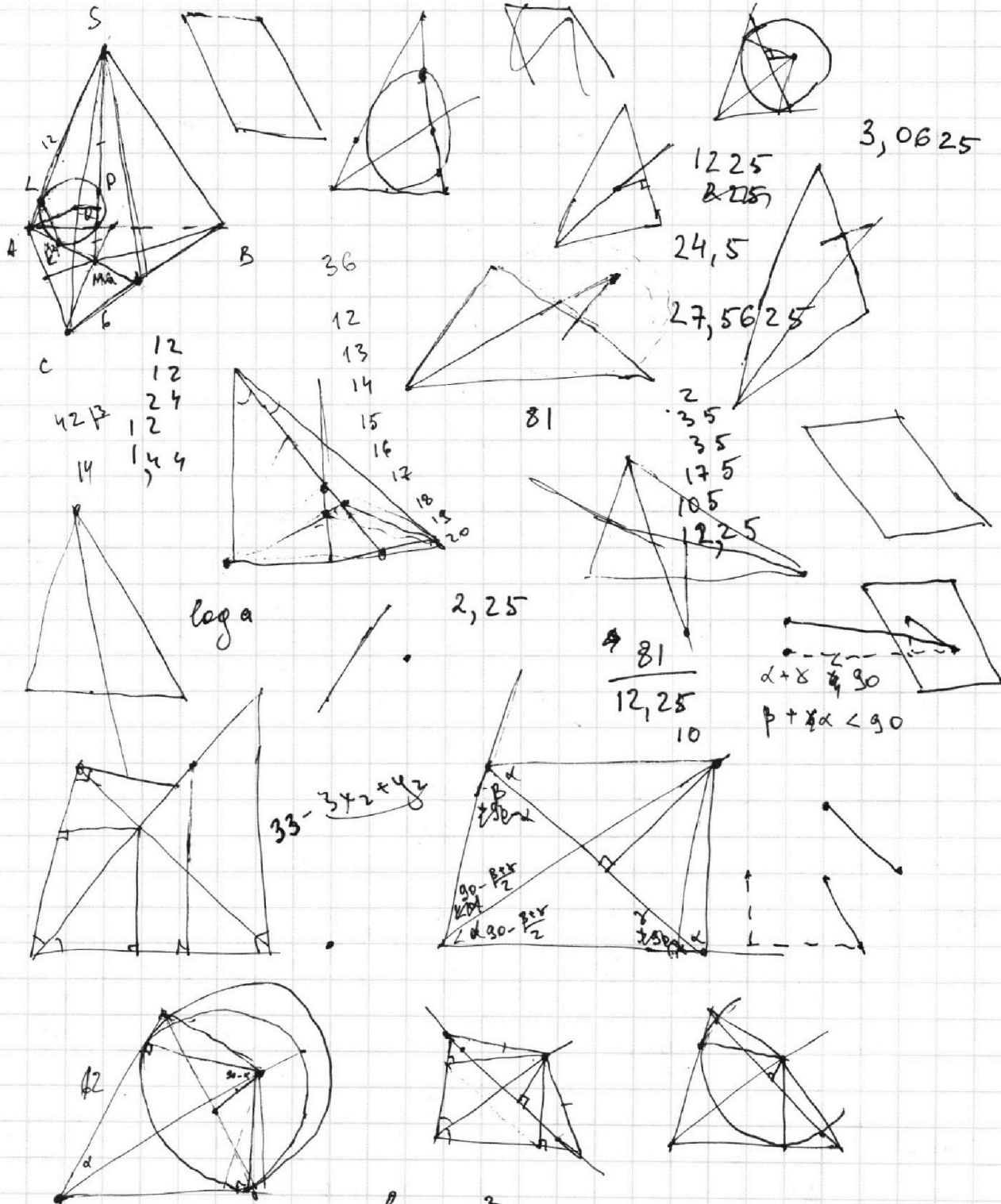
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3,0625

12,25
2,25

24,5

27,5625

81

2
3,5
3,5
17,5
10,5
12,25

2,25

81
12,25
10

$\alpha + \delta \neq 90$
 $\beta + \delta < 90$

$33 - 3 + 2 + 4 = 2$

$90 - \frac{\beta + \gamma}{2}$
 $\angle \alpha = 90 - \frac{\beta + \gamma}{2}$

$(a+b)^4 = a^4 + b^4 + 4a^3b + 4b^3a + 6a^2b^2$
 $4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2}$
 $3,5$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^3 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{13} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$abc : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$2^{20}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^4$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{14} \cdot 5^{20}$$

$$a = 2^3 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

23

$$\begin{pmatrix} 23 & 23 \\ 2 & 3 \\ 19 & 18 \end{pmatrix}$$

$$a = 5^{10}$$

$$c = 5^{20}$$

$$c = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \cdot 2^{10} \cdot 3^5$$

$$a = 5^{10} \cdot 3^{10} \cdot 2^3$$

$$b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^4$$

$$2^{21} \cdot 3^{21}$$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$6x = 4\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$x \notin [0; \pi]$$

$$x + \frac{\pi}{2} \in \left[4 - \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$$

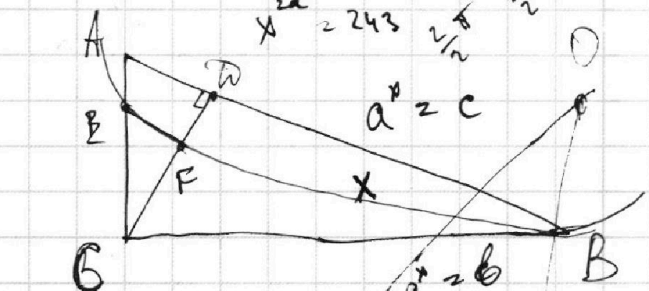
$$x \in [-3\pi; 2\pi]$$

$$x \in [-3\pi; 0) \cup (\pi; 2\pi]$$

$$x \in (\pi; 2\pi]$$

$$5 \arcsin \left(2\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{15\pi}{2} + 5x = x + \frac{\pi}{2}$$



$$\log_a b = \frac{\log_a c}{\log_a a}$$

$$\log_a b = \frac{\log_a a}{\log_a a}$$

$$\log_3$$

$$a^x = b$$

$$a^x = c$$

$$\frac{81}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{2} - x$$

$$\frac{18}{9} \cdot \frac{6\pi}{8} \cdot \frac{3\pi}{2} - x$$

$$\frac{81}{4\pi} \cdot \frac{3\pi}{2} - x$$

$$\frac{304}{3980}$$

$$\frac{5\pi}{2} - x \quad x \in (\pi; 2\pi]$$

$$5 \arcsin \left(2\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{15\pi}{2} + 5x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{4\pi}{2}$$