МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3} \left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$deg_p(n)$ - степень вхождения p в число n.

Пусть $deg_2(a)=d$

$deg_2(b)=e$

$deg_2(c)=f$, тогда $\begin{cases} d+e\geq 6 \\ e+f\geq 14 \\ d+f\geq 16 \end{cases} \Rightarrow d+e+f\geq \frac{6+14+16}{2}=18$, т.е. $a\cdot b\cdot c \,\vdots\, 2^{18}$

Если подст. $d=4$, $e=2$, $f=12$, то $d+e+f$ равно 18.

Переименуем переменные d,e,f. Теперь $deg_3(a)=d$

$deg_3(b)=e$

$deg_3(c)=f$, тогда $\begin{cases} d+e\geq 13 \\ e+f\geq 21 \\ d+f\geq 25 \end{cases} \Rightarrow d+e+f\geq \frac{13+21+25}{2}=\frac{59}{2}$

Т.к. $d,e,f\in \mathbb{N}_0$, то $d+e+f\geq 30$

$e=5$

$f=16$

$d=9$, тогда $d+e+f=30$, а нер-ва работают. $\Rightarrow a\cdot b\cdot c \,\vdots\, 3^{30}$

Переименуем переменные d,e,f. Теперь $deg_5(a)=d$

$deg_5(b)=e$

$deg_5(c)=f$, тогда $\begin{cases} d+e\geq 11 \\ e+f\geq 13 \\ d+f\geq 28 \end{cases}$ ~~тогда $d+e+f\geq \frac{11+13+28}{2}=26 \Rightarrow a\cdot b\cdot c \,\vdots\, 5^{26}$~~

~~Если будет~~ d,e,f - натуральные числа с нулем. Т.к. $ac \,\vdots\, 5^{28}$, то $abc \,\vdots\, 5^{28}$.

Пусть $d=14$, $f=14$, $e=0$. Тогда $d+e+f=28$ и все н-ва работают.

$\Rightarrow abc \,\vdots\, 2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$ и для каждого простого $\exists\, d,e,f$, при которых попарные произв. делятся $\Rightarrow a\cdot b\cdot c\geq 2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$ (т.к. $a,b,c\in\mathbb{N}$) и 0 не подх.)

$a=2^4\cdot 3^9\cdot 5^{14}$

$b=2^2\cdot 3^5\cdot 5^0$ - произв. равно $2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$. Ответ: $2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$.

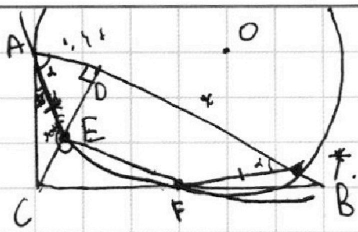
$c=2^{12}\cdot 3^{16}\cdot 5^{14}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



Пусть $BD = x$, тогда $AB = 1,4x \Rightarrow AD = 0,4x$.

Пересечем окр. AEF и прямой B. Получим точку $T \neq A$.

Пусть $\angle EAT = \alpha$, т.к. $EF \parallel AB \Rightarrow ATFE$ – р/б трапеция $\Rightarrow \angle FTA = \alpha$, но

$\angle FTA = \angle FAC \Rightarrow \angle FAC = \alpha$. $tg\,\alpha = \frac{CF}{AC}$ (из $\triangle ACF$), $tg\,\alpha = \frac{DE}{AD}$ (из $\triangle ADE$)

$\frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD}$. Запомним это. $AD = 0,4x$, $BD = x \Rightarrow CD = \sqrt{1 \cdot 0,4} \cdot x = \frac{2}{\sqrt{10}} \cdot x$

Вернемся обратно к у-нию: $\frac{CF}{AC} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow DE = \frac{AD}{AC} \cdot FC$. $AC = \sqrt{0,4^2 + \frac{4}{10}} \cdot x =$

$= \sqrt{0,56} \cdot x \Rightarrow DE = \frac{0,4}{\sqrt{0,56}} \cdot CF$, но $\frac{CF}{CE} = \frac{BC}{CD}$ (из-за подобия треуг.)

$BC = \sqrt{1^2 + \frac{4}{10}} \cdot x = \sqrt{1,4} \cdot x \Rightarrow CF = CE \cdot \frac{BC}{CD} = CE \cdot \frac{\sqrt{1,4}}{\frac{2}{\sqrt{10}}} = \frac{\sqrt{14}}{2} \cdot CE$

Т.е. $DE = \frac{0,4}{\sqrt{0,56}} \cdot CF = \frac{0,2 \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{0,56}} \cdot CE \Rightarrow \underbrace{CE + DE}_{CD} = \frac{0,2 \cdot \sqrt{14} + \sqrt{0,56}}{\sqrt{0,56}} CE = \frac{2}{\sqrt{10}} x$

$CE = \frac{\sqrt{0,56} \cdot 2}{\sqrt{10} \cdot (0,2 \cdot \sqrt{14} + \sqrt{0,56})} \cdot x \Rightarrow S_{CEF} = S_{BCD} \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2 = S_{ACD} \cdot \frac{BD}{AD} \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$

$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{AD}{BD} \cdot \left(\frac{CD}{CE}\right)^2 = 0,4 \cdot \frac{\frac{4}{10}}{\frac{4 \cdot 0,56}{10 \cdot (0,2 \cdot \sqrt{14} + \sqrt{0,56})^2}} = \frac{0,4 \cdot (0,2 \cdot \sqrt{14} + \sqrt{0,56})^2}{0,56} = \frac{1}{1,4} \cdot (0,56 + 0,04 \cdot 14 +$

$+ 0,4 \cdot \sqrt{14} \cdot \sqrt{0,56})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$, $t = \arccos x \Rightarrow t \in [0,\pi]$

~~$\sin x = \frac{\pi}{2} - x$~~

$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow$ если $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0,\pi]$ для какого-то k, $k \in \mathbb{Z}$, то $\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x - 2\pi k$

~~$10\cdot(-x + \frac{\pi}{2} - 2\pi k) = 9\pi - 2x$~~ $\longrightarrow$ $10\cdot\left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right) = 9\pi - 2x$

~~$12x = 14\pi + 20\pi k$~~ $\qquad -8x = 20\pi k + 4\pi$

~~$x = \frac{3\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k$, но есть ОДЗ: $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0,\pi]$~~ $\quad x = -\frac{5\pi k + \pi}{2}$, ОДЗ: $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0,\pi]$.

~~$0 \le \frac{\pi}{2} - 2\pi k - \frac{3\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi k \le \pi$~~

~~$0 \le -\frac{2}{3}\pi - \frac{11}{3}\pi k \le \pi$~~

$0 \le \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi k + \pi}{2} - 2\pi k \le \pi$

$0 \le \pi + \frac{\pi k}{2} \le \pi$

$-2 \le k \le 0 \Rightarrow$ в этом случае $x \in \left\{\frac{9\pi}{2}; 3\pi; -\frac{\pi}{2}\right\}$ ($k=-2$, $k=-1$)

~~$0 \le -2\pi$~~

$0 \ge 2\pi + 11\pi k \ge -3\pi$

$-\frac{2}{11} \ge k \ge -\frac{5}{11}$, но k – целое число $\Rightarrow$ не существ. решений, где $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [0,\pi]$. $\Rightarrow$

Если $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \in [\pi, 2\pi]$ для некоторого k (если $\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k \notin [0,\pi]$ для $\forall k$, то такой k в предыд. найдётся)

$\Rightarrow$ угол $\alpha = 2\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right) \in [0,\pi]$ и $\cos\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \arccos(\sin x) = 2\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi k\right)$.

~~$10\cdot\left(\frac{3\pi}{2} - x - 2\pi k\right) = 9\pi - 2x$~~ $\quad 10\cdot\left(\frac{3\pi}{2} + x + 2\pi k\right) = 9\pi - 2x$

~~$12x$~~ $\quad 12x = -6\pi - 20\pi k$

$x = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{3}\pi k$, ОДЗ: $\frac{3\pi}{2} + x + 2\pi k \in [0,\pi]$

$0 \le \frac{3\pi}{2} + 2\pi k - \frac{\pi}{2} - \frac{5}{3}\pi k \le \pi$

$0 \le \pi + \frac{\pi k}{3} \le \pi$

$-3 \le k \le 0 \Rightarrow x \in \left\{\frac{9}{2}\pi; \frac{17}{6}\pi; \frac{7}{6}\pi; -\frac{\pi}{2}\right\}$ ($k=-3$, $k=-2$, $k=-1$, $k=0$)

Ответ: $x \in \left\{\frac{9\pi}{2}; \frac{17}{6}\pi; 2\pi; \frac{7}{6}\pi; -\frac{\pi}{2}\right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

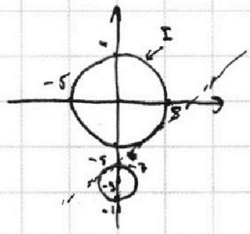
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Из ① ур-ния следует, что хотя бы одна из скобок - 0. => Нарис

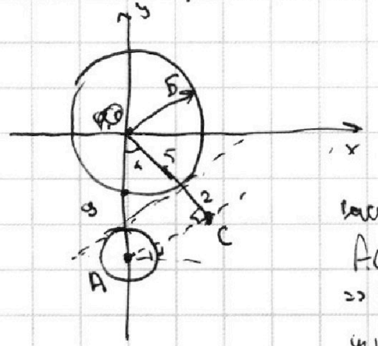
$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}(x-0)^2+(y-0)^2=25 \quad (\mathrm{I})\\ (x-0)^2+(y\cancel{+9}(-9))^2=4 \quad (\mathrm{II})\end{array}\right.$$

Нарисуем решения этих уравнений (схематично):



Оба ГМТ - окружн. - у I ур-ния центр в (0;0) и радиус 5.
у II ур-ния центр в (0,-9) и радиус 2.

Возьмем внутреннюю касател. с коэф. наклона $k>0$. Если провести прямую, с коэф. угл. меньше, чем k по больше 0, то прямая точно не сможет пресечь обе окружн. И наоборот если коэф. больше k, то $\exists$ прямая, паралл. данной, которая пересекает обе окр.. Эти факты верны, т.к. внутр. касательные - предельные случаи, при которых прямая касается окружн. Аналог. рассужд. для второй прямой, у кот. коэф. наклона равен $-k$ в силу симметрии относ. оси ординат. Если коэф. наклона какой-то прямой меньше $-k$, то $\exists$ нужная прямая, если больше k, но меньше 0 то не существ. Найдем k для нашиx окружн.:



Если найти коэф. наклона полож. касат., проведенной из точки $(0,-9)$ к окружн. радиуса $(5+2)=7$, то это и есть наш нужный коэф., т.к. искомая внутренняя касат. и это прямая параллельны, (если AC - касат. к окр. с центром O и рад. $OC=7$. =>
=> $AC=\sqrt{81-49}=\sqrt{32}$, но нужный нам коэф. равен тангенс угла наклона AC, и этот угол наклона равен AOC =>

$$\Rightarrow k=\frac{AC}{OC}=\cancel{\ }=\frac{\sqrt{32}}{7}=\frac{4}{7}\sqrt{2} \Rightarrow$$ если для коэф. наклона c существует прямая, прес. обе окружн., то $c\in\left(-\infty;-\frac{4}{7}\sqrt{2}\right)\cup\left(\frac{4}{7}\sqrt{2};+\infty\right)$

Есть прямая $6ay=b-5x$, $y=\frac{b}{6a}+\frac{5}{6a}x$, если $a\neq0$. Если $a=0$, то это прямая, парал. оси ординат, которую можно сдвигать, т.к. можем менять b => для $a=0$ также в сумму. Тогда, как мы выяснили, $\frac{5}{6a}\in\left(-\infty;-\frac{4}{7}\sqrt{2}\right)\cup\left(\frac{4}{7}\sqrt{2};+\infty\right)$

I. $\frac{5}{6a}<-\frac{4}{7}\sqrt{2}$, тогда ~~т.к. $\frac{5}{6a}$ - число $<0 \Rightarrow a<0 \Rightarrow \frac{5}{6}>-\frac{4}{7}\sqrt{2}\cdot a$~~

$0>a>\frac{-5\cdot7}{4\cdot6\cdot\sqrt{2}}=-\frac{35}{24\sqrt{2}}=-\frac{35\sqrt{2}}{48}$

II. $\frac{5}{6a}>\frac{4}{7}\sqrt{2}$, тогда $0<a<\frac{35\sqrt{2}}{48}$ => Ответ: $a\in\left(-\frac{35\sqrt{2}}{48};\frac{35\sqrt{2}}{48}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{(2)} - 5 = \cancel{t} - \frac{2}{3}\cdot\log_x 11 - 5$, $\log_{11}x = t.$

$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$

$t^4 - \frac{16}{3t} + 5 = 0 \Rightarrow t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0$

$\log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y}11 = \log_{0,125y^3}(11^{-13}) - 5$

$\log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} = -\frac{13}{3}\log_{0,5y}11 - 5$, $z = \log_{11}(0,5y)$

$z^4 + \frac{1}{z} = -\frac{13}{3z} - 5$

$\cancel{z^4 + \frac{16}{3z} + 5 = 0}$ $z^5 + 5z + \frac{16}{3} = 0$

~~$z^4 - t^4 + \frac{16}{3}\cdot(z+t) = 0$~~

~~$(z-t)\cdot(z^2+t^2) + \frac{16}{3})\cdot(z+t) = 0$~~

~~I. $z+t=0 \Rightarrow \log_{11}x + \log_{11}(0,5y) = 1 \Rightarrow xy = 22$~~

~~II. $(z-t)\cdot(z^2+t^2) + \frac{16}{3} = 0$~~

~~$(-\sqrt[3]{\frac{4}{3}})$~~

~~$f(z) = z^4 + \frac{16}{3}z + 5$, $f'(z) = 4z^3 + \frac{16}{3} \Rightarrow f'(z) = 0$ при одном значении $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow$ корней максимум 2.~~

~~$z^5 + 5z + \frac{16}{3} = 0$~~

~~$(z^5 + t^5) + 5\cdot(z+t) = 0$~~

Продолжение:

$f(x) = x^5 + 5x$, $f'(x) = 5x^4 + 5 > 0$ для $\forall x \Rightarrow$ если $f(a) = f(b)$, то $a = b$

$f(-x) = -x^5 - 5x = (-1)\cdot(x^5+5x) = -f(x)$. $f(z) = -\frac{16}{3}$, $f(t) = \frac{16}{3} \Rightarrow z = -t$, i.e. $z + t = 0 \Rightarrow$

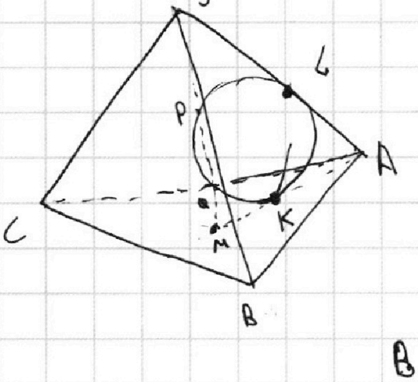
$\Rightarrow \log_{11}x + \log_{11}0,5y = 0 \Rightarrow 0,5xy = 1 \Rightarrow xy = 2$,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

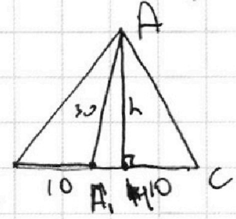
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

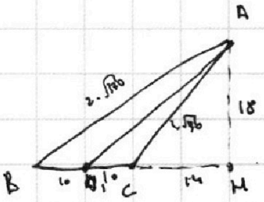


$SP = QM \Rightarrow$ степень точки S отн. сферы равна степ. точки M отн. этой же сферы (т. к. $QM \cdot MP = SP\cdot(SP+PQ) = SP\cdot SQ$) $\Rightarrow MK = SL$; $AK = AL \Rightarrow AM = AS \Rightarrow AA_1 = \frac{3}{2}AS = 30$.



$h = \frac{2S_{ABC}}{BC} = 18 \Rightarrow AH = 18$ (H – основ. высоты из A) $\Rightarrow A_1H = 24$.

$289 + 81$

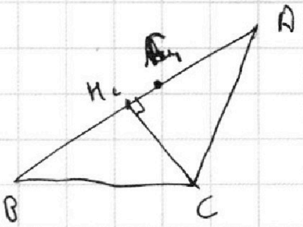


$AC = \sqrt{18^2 + 14^2} = 2\cdot\sqrt{9^2+7^2} = 2\cdot\sqrt{130}$

$BA = \sqrt{18^2 + 34^2} = 2\cdot\sqrt{9^2+17^2} = 2\cdot\sqrt{370}$

$m_a = 30$

18^2: $18 \cdot 18 = 144 + 180 = 324$



$CH_c = \frac{360}{2\cdot\sqrt{370}} = \frac{180}{\sqrt{370}}$

~~$BH_c = \sqrt{4\cdot 130 - \frac{180^2}{370}} = \sqrt{4\cdot 130 -} \quad \sqrt{10}\cdot\sqrt{52 - \frac{144}{37}}$~~

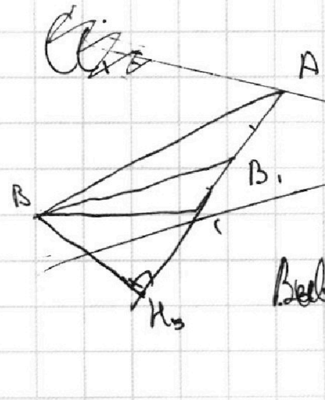
$H_cC_1 = 2\cdot\sqrt{370}$

$BH_c = \sqrt{400 - \frac{180^2}{370}} = 10\cdot\sqrt{4 - \frac{324}{370}} = 10\cdot\sqrt{4 - \frac{324}{370}} = 10\cdot\sqrt{\frac{1\cancel{32}4}{370}}$

$H_cC_1 = \sqrt{370} - 10\cdot\sqrt{\frac{1156}{370}} = \frac{10}{\sqrt{37}}\cdot(37 - \sqrt{76})$

$CC_1^2 = H_cC^2 + H_cC_1^2 = \frac{100}{37}\cdot(37 - \sqrt{76})^2 + \frac{180^2}{370}$

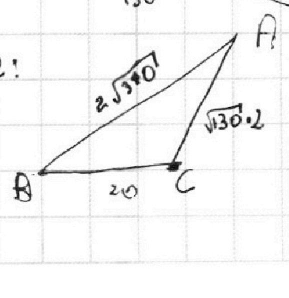
~~$CC_1 =$~~



~~$H_BB = \frac{360}{2\cdot\sqrt{130}} = \frac{180}{\sqrt{130}}$~~

~~$H_BC = \sqrt{400 - \frac{180^2}{130}} = 10\cdot\sqrt{4 - 14}$~~

Введем треуг.:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{3}{2} \cdot \log \frac{1}{\log_{11} x} - 5$

$\log_{11}^4 x = \frac{9}{2} \log_{11} \cdot \frac{1}{\log_{11} x} + 5$

$5x + 6ay - b$

$ac: 2^{16}\ 3^{25}\ 5^{28}$

$\log_{11}^5 x = \frac{9}{4}$

$\deg_2(a) = d$

$\deg_2(b) = e$

$\deg_2(c) = 6$

$d+e \geq 6$

$e+f \geq 14$

$\log_{11}^4 (0{,}5y)$

$\log_{11}^4 (0{,}5y)$

$d+f \geq 16$

$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121}$

-5

$\frac{AD}{ED} = \frac{AC}{CF}$

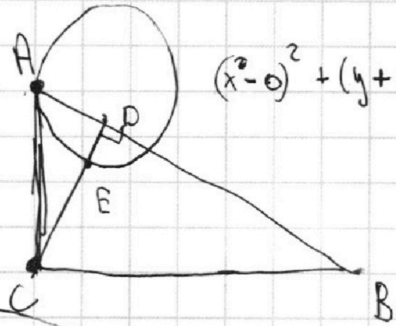
$81 - 63 = 18$

$81 - 18$

$d+e+f \geq 18$

$\frac{-2}{3}$

$(x-0)^2 + (y+9)^2 = 4$



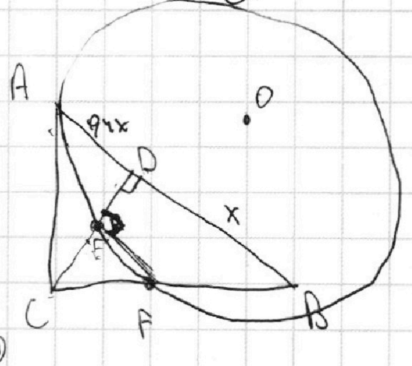
$e = 2$

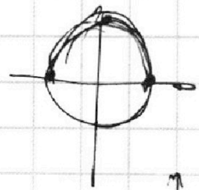
$5x + 6ay - b = 0$

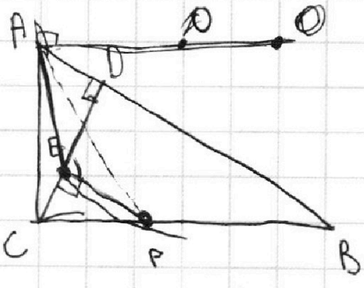
$d = 4$

$y = \frac{-5}{6a} x + \frac{b}{6a}$

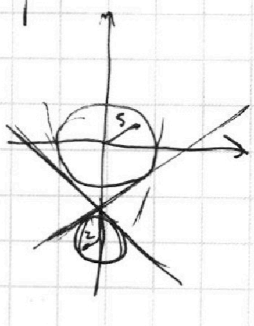
$f = 12$







$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$



$\arccos x = t$

$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$x \in (0; \pi)$

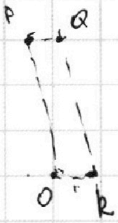
1.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$3\sqrt{\frac{4}{3}}$

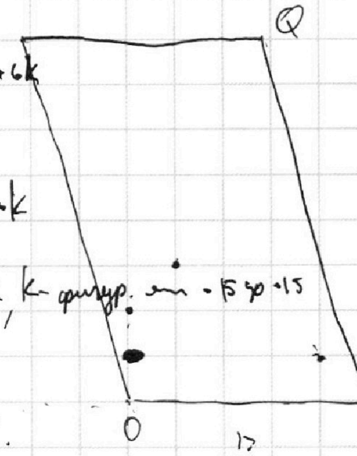


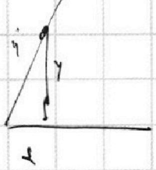
$y_1 \quad y_1+6k$

x_1

$6x_2 = 8+x_1+k$

$x_2 = 8+x_1-k$, k — фигур. ... -15 до $+15$





$\frac{4}{3}\cdot 3\sqrt{\frac{4}{3}} - \frac{16}{3}\sqrt[3]{\frac{4}{3}} + 5;$

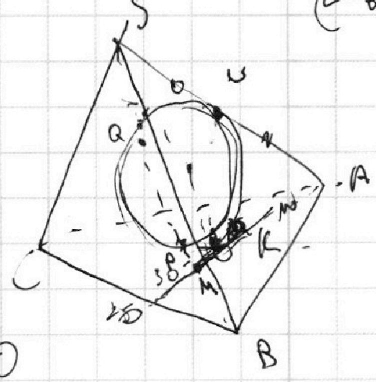
$6\cdot(x_2-x_1)+(y_2-y_1)=48$

x_1, y_1, x_4, по усл.

x_1, y_1 $\quad x_2$

$-3\cdot 4+\sqrt{\frac{4}{4}} \le x_2 \le \sqrt{\frac{4}{4}}+17$

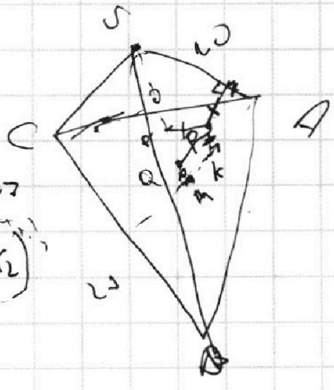
$(z-t)\cdot\frac{16}{3}+(z^4+t^4-80)=0$



$= 5-\frac{4}{3}\cdot\sqrt[3]{\frac{4}{3}}$

$5-\frac{4}{3}\cdot 3\sqrt{\frac{4}{3}} \overset{?}{>} 0$

$\frac{15}{4} \overset{?}{>} 3\sqrt{\frac{4}{3}}$

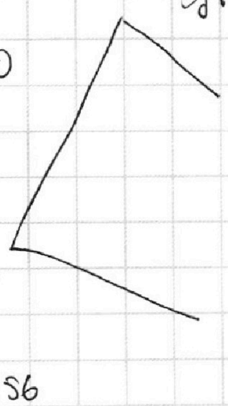


$y_1 = 6(x_1-x_2)+$ $\quad -17$ до 17

$y_2 = 48+y_1+6\cdot(x_1-x_2)$

$5-4\sqrt[3]{\frac{4}{3}} > 0$

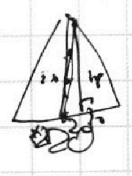
$\frac{5}{4} \overset{?}{>} \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$



$\frac{125}{64} > \frac{4}{3}$

$375 > 256$

$z-t=\frac{-310}{16}+z^4-t^4$

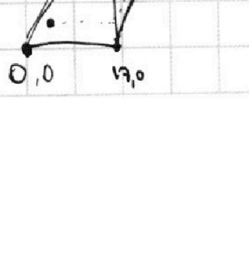


$y_2 > y_1$

$y_1 < y_2$

$x_1 < x_2$

$y_1 > x_2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!