



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-17; 68)$ ,  $Q(2; 68)$  и  $R(19; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 (начало)

Чтобы произведение  $abc$  было наименьшим,  
 $a, b, c$  должны иметь только множители (простые)  
2, 3, 5.

$$a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$$

$$a_1 + b_1 \geq 7$$

$$b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3}$$

$$c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3}$$

Должны выполняться условия (все эти условия)

$$a_1 + b_1 \geq 7$$

$$b_1 + c_1 \geq 13$$

$$a_1 + c_1 \geq 14$$

$$a_2 + b_2 \geq 8$$

$$b_2 + c_2 \geq 15$$

$$a_2 + c_2 \geq 17$$

$$a_3 + b_3 \geq 14$$

$$b_3 + c_3 \geq 18$$

$$a_3 + c_3 \geq 13$$

~~Необходимо минимизировать суммы~~  
минимизируем суммы (это справедливо, т.к.  
 $a_1 + b_1 + c_1, a_2 + b_2 + c_2, a_3 + b_3 + c_3$  каждой из  
множителей 2, 3 или 5)  
 $2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 34$

$a_1 + b_1 + c_1 \geq 17$ , выполнение выполняется при

$$a_1 = 4, b_1 = 3, c_1 = 10$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 43$$

$a_2 + b_2 + c_2 \geq 21,5$ , для натуральных  $a_2, b_2, c_2$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 22, a_2 = 6, b_2 = 5, c_2 = 11$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1  
№87 (продолжение)

$$2(a_3 + b_3 + c_3) \geq 25$$

$a_3 + b_3 + c_3 \geq 38$ , т.к.  $a_3 + c_3 \geq 43$ , то нам подходит

$$b_3 = 0, a_3 = 14, c_3 = 29$$

$$\text{ОТВЕТ: } 2^{17} \cdot 3^{43} \cdot 5^{2843}$$

~~$$a = 2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^{14}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Т.к. AC - касательная, то

$$OA \perp AC, \angle CAF = \frac{1}{2} \angle AOF = \alpha$$

$$FF' = AC, AF' = FC$$

$$\operatorname{tg} \angle CAF = \frac{CF}{AC}$$

$$\operatorname{tg} \angle AOF = \frac{F}{R}$$

Пусть  $BD = x$ ,

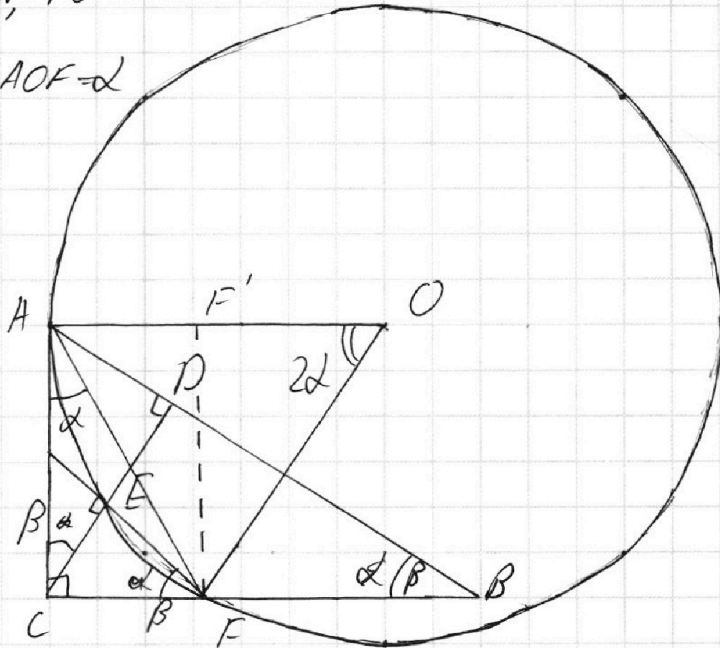
тогда  $AD = 0,3x$

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD} =$$

$$= x \sqrt{1,3} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{CD}{BD} = \sqrt{1,3}$$

$$\triangle CFE \sim \triangle ACD \sim \triangle ABC$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CEF}} = \left( \frac{AC}{CF} \right)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3 (начало)

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + \pi. \text{ т.к. } \arccos x \in [0; \pi], \text{ то}$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{5} + \pi \cdot \frac{1}{5} \quad \left(\frac{3\pi}{2} + \pi\right) \in [0; \pi]$$

$$x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$$

Возьмем косинус

от обеих частей, получим уравнение

следствия, поэтому после проверим корни

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{5} = \frac{6x}{5} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \\ \frac{4x}{5} = \frac{4}{5}\pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi n \\ x = \pi + \frac{5}{2}\pi m \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi n$$

$$x = \pi + \frac{5}{2}\pi m$$

т.к.  $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ , то нам подходят

$$\text{только } x = -\frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{11}{6}\pi, x = \frac{7\pi}{2}, x = \pi$$

$$x = \pi, 1) x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$5 \arccos(\sin(-\frac{3\pi}{2})) = 0, \text{ верно}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



В(продолжение)

$$2) x = \frac{\pi}{6}$$

$$5 \arccos\left(\sin \frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{3}, \text{ верно}$$

$$3) x = \frac{11\pi}{6}$$

$$5 \arccos\left(\sin \frac{11\pi}{6}\right) = \frac{10\pi}{3}, \text{ верно}$$

$$4) x = \frac{7\pi}{2}$$

$$5 \arccos\left(\sin \frac{7\pi}{2}\right) = 5\pi, \text{ верно}$$

$$5) x = \pi$$

$$5 \arccos(\sin \pi) = \frac{5\pi}{3}, \text{ неверно}$$

$$\text{ОТВЕТ: } x = -\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



М4 (начало)

$$\begin{cases} 3 + 3x + 3ay - 7b = 0 \\ x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

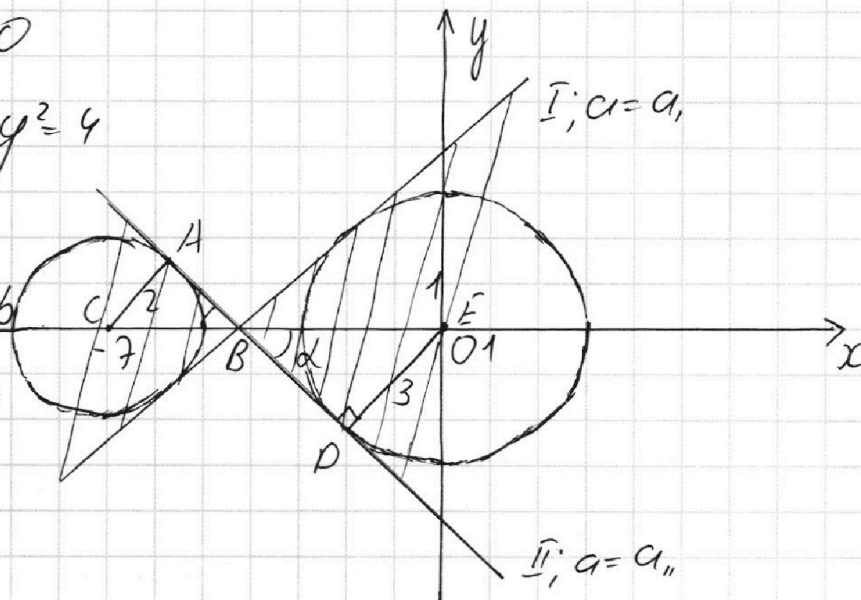
$$\begin{cases} x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = 3ay = -x + 7b \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3ay = -x + 7b \\ (x+7)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$



1. при  $a = 0$ :

$x = 7b$ , это вертикальная прямая, она не может иметь 4 пересечения с окружностями

2.  $a \neq 0$ :

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$$

$b$  регулирует только смещение прямой по вертикали, значит граничными случаями являются I и II. при всех других случаях  $b \in [a_1, a_2]$  прямая имеет такой коэффициент наклона, что не сможет пройти

через две окружности сразу (необходимое для 4-х решений условие)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4 (продолжение)

Рассмотрим треугольники  $\triangle ABC$  и  $\triangle BDE$ ,  $DE=3$ ,

$$AC=2$$

Пусть  $BE=x$ ,  $\angle DBE=\alpha$ , тогда  $BC=7-x$

$$\sin \alpha = \frac{2}{7-x} = \frac{3}{x} \Rightarrow 2x = 21 - 3x$$

$$x = \frac{21}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{7} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}, \quad \operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3a''} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

из симметрии относительно  $Ox$  следует, что

$$a_1 = -a'', \quad a'' = -\frac{2\sqrt{6}}{15} \Rightarrow a_1 = +\frac{2\sqrt{6}}{15}$$

нам подходит  $a \in (-\infty; a_1) \cup (a_1; +\infty)$

$$\text{Ответ: } a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 (исчисло)  $7^3$

(1)  $\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{\frac{36x^2}{46x^2}} 7^3 - 4$     ОДЗ:

$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \frac{3}{2} \log_{|6x|} 7 - 4$    
  $\begin{cases} x > 0 & \log_7 6x \neq 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \Rightarrow \log_{6x} 7 \neq 0 \end{cases}$

$\log_7^4 6x - \frac{7}{2} \log_{6x} 7 = -4$      $|6x| = 6x, \text{ т.к. } x > 0$

(2)  ~~$\log_7^4 y + 6 \log_7^2 y + 6 = \log_{y^2}(7^5) - 4$~~     ОДЗ:

$\log_7^4 y + 6 \log_{xy} 7 = \log_{y^2}(7^5) - 4$    
  $\begin{cases} y \neq 0 \\ y \neq 1 \Rightarrow \log_y 7 \neq \log_y y \neq 0 \end{cases}$

$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \frac{5}{2} \log_y 7 - 4$      $|y| = y, \text{ т.к. } y > 0$

$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y 7 = -4$

тогда должны быть справедливы система:

$$\begin{cases} \log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y 7 = -4 & (3) \\ \log_7^2 y - \log_7^2 6x + \frac{7}{2} (\log_7^2 y + \log_{6x} 7) = 0 \end{cases}$$

$$\left( (\log_7 y + \log_7 6x) (\log_7 y - \log_7 6x) (\log_7^2 y + \log_7^2 6x) + \frac{7}{2} \frac{1}{\log_7 y \cdot \log_{6x} 6x} \right) = 0$$

1.  $\log_7 y + \log_7 6x = 0$

$6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$

ур-е (3) имеет вид  $t^5 + \frac{7}{2}t + \frac{7}{2} = 0$ , где

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1    2    3    4    5    6    7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5/продолжение)

$$t = \log_2 y, \quad t \neq 0$$

Это ур-е 5-й степени, поэтому оно имеет

хотя бы 1 вещественный корень,

значит  $xy = \frac{1}{6}$  ~~может существовать~~ существует

2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

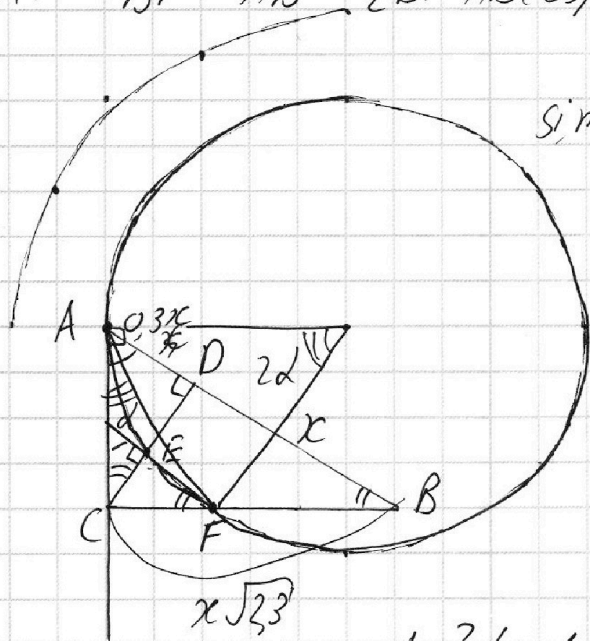


$$AF^2 = BF^2 + AB^2 - 2BF \cdot AB \cos \beta$$

$90^\circ - \beta - \alpha$        $\cos^2$        $90^\circ - \alpha$

$$1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{\cos^2 \beta}$$

$$\cos^2 \beta = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$



$$\sin^2 \beta =$$

$$S_{ACD} = S_{CEB}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEB}} = 2, \cos^2 \beta = \frac{1}{26}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CF}{AC} = \frac{26}{10} = \frac{13}{5}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{AC}{CF} = \frac{5}{13} = \operatorname{ctg} \alpha$$

$$= \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$BF = x \sqrt{3} \cdot \frac{CF}{AC} = \frac{CF}{R - CF} \cdot \frac{CF}{AF} = \sin 2\alpha$$

$$1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{\cos^2 \beta}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{AC}{R} \quad BC = \frac{x}{\cos \beta} = \frac{1}{\cos^2 \beta} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$AF^2 = 2R^2(1 - \cos 2\alpha) = 4R^2 \sin^2 \alpha = x \cdot \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{10}} = x \sqrt{\frac{23}{10}} = \frac{10}{73}$$

$$AF = 2R \sin \alpha \quad \sin^2 \beta = \frac{13}{73}$$

$$AC = R \cdot \sin 2\alpha = 2R \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$CF = 2R \sin^2 \alpha$$

$$4R^2 \sin^2 \alpha + 4R^2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 4R^2 \sin^2 \alpha$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7 \frac{y}{x}$$

$$\log_7 y = p$$

$$\log_7 6x = q$$

$$p^4 + \frac{7}{2}p$$

$$p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0$$

$$p^5 = -4p - \frac{7}{2}$$

$$(p - q)$$

$$ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$(p - q)(p^2 + q^2) + \frac{7}{2} = 0$$

$$29p(p - q)(p^2 + q^2) = -7$$

$$29p(p^3 + q^2p - qp^2 - q^3) = -7$$

$$29p^4 + 29q^3p^2 - 29q^2p^3 - 29q^4p = -7$$

$$2 \frac{q^4}{p} + q^3 \frac{q^4}{p^2}$$

$$-\frac{q^4}{p^4} + \frac{q^3}{p^3} - \frac{q^2}{p^2} + \frac{q}{p} = \frac{-7}{2p^3} = \frac{7}{8p+7}$$

$$a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$$

$$b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3}$$

$$c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3}$$



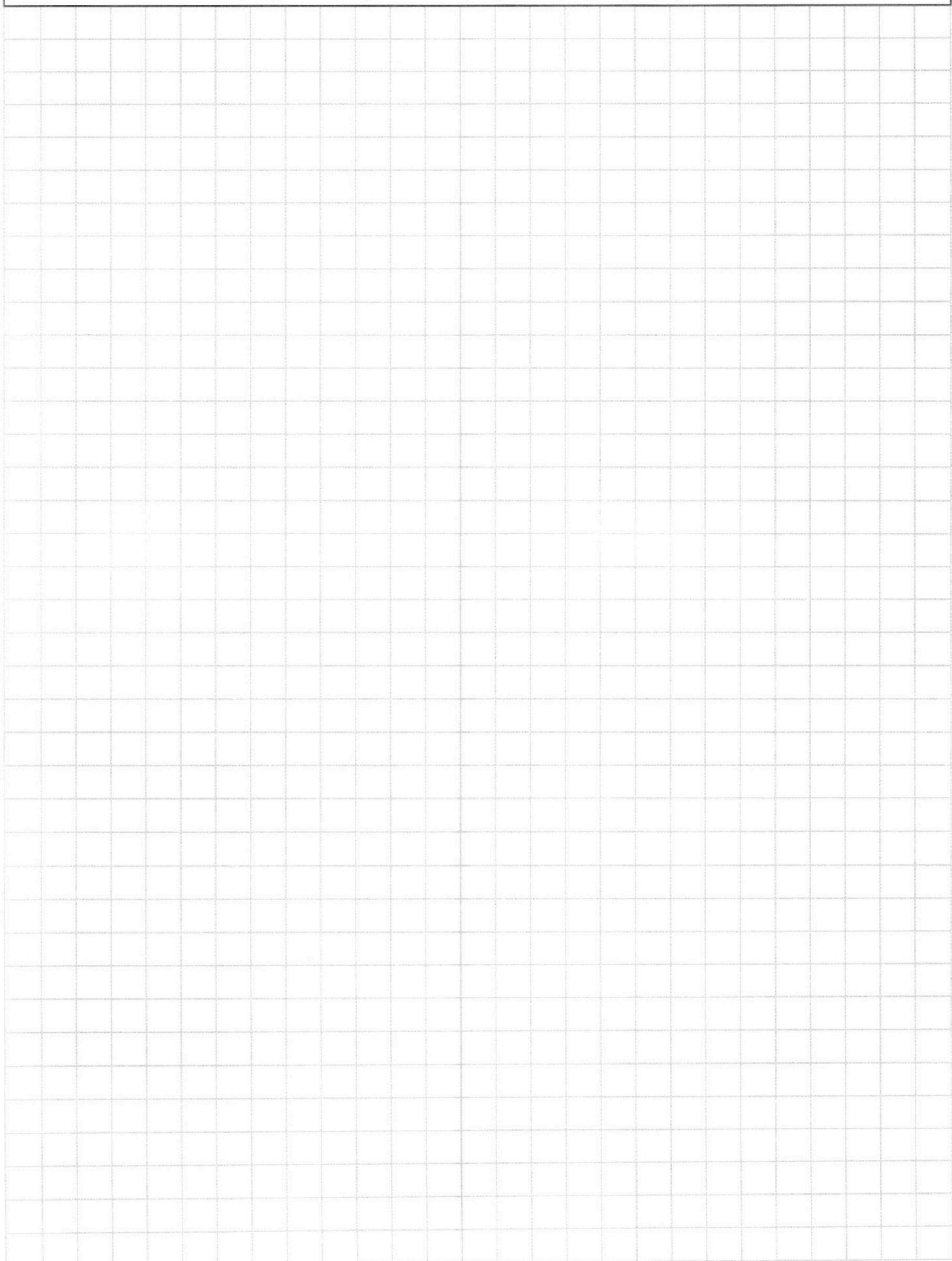
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7^4(6x) - 2 \log_7 6x = \log_7 36x^2 \cdot 3^3 - 4$$

$$\log_7^4 y + 6 \log_7 y = \log_7 (y^2 / 2^5) \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \phantom{0} \\ \hline 63 \phantom{0} \\ 28 \phantom{0} \\ \hline 149 \end{array}$$

$$\log_7^4 6x - 2 \cdot \frac{1}{\log_7 6x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_7 6x} - 4$$

$$\log_7^4 6x - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{\log_7 6x} = -4$$

$7^3$

$28+$

$\frac{5}{2}$

$$6 \frac{12.5}{2.7} =$$

$$\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_7 y \cdot \frac{1}{\log_7 y^2 y} = -4$$

$$\log_7^5 6x + 4 \log_7 6x - \frac{7}{2} = 0$$

$$\log_7^5 y + 4 \log_7 y + \frac{7}{2} = 0$$

$$\log_7 6x = u$$

$$\log_7 y = v$$

$$u + v = \log_7 6xy$$

$$7^{u+v} = 6xy$$

$$xy = \frac{7^{u+v}}{6}$$

$$u^4 - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{u} = -4$$

$$v^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{v} = -4$$

$$u^4 - v^4 + u^4 - v^4 + \frac{7}{2} \left( \frac{1}{v} + \frac{1}{u} \right) = 0$$

$$v^2 + (v-u)(v+u)(v^2+u^2) + \frac{7}{2} \frac{u+v}{uv} = 0$$

$$(u+v)/(v-u)(v^2+u^2) + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{uv} = 0$$

$$(v-u)(v^2+u^2) = -\frac{7}{2} \cdot \frac{1}{uv}$$

$$\begin{array}{l} u \neq 0 \\ v \neq 0 \end{array}$$

$$v^3 + v^2u - uv^2 - u^3 = -\frac{7}{2} \cdot \frac{1}{uv}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \log_7^4 6x - \frac{7}{2} \log_7 6x \cdot \frac{7}{x} = -4 \\ \log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_7 y \cdot 7 = -4 \end{cases}$$

$xy = ?$

$$\begin{cases} 5 + 4x - \frac{7}{2} = 0 \\ 2 \cdot 5 + 8x - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\log_7^4 y - \log_7^4 6x + \frac{7}{2} (\log_7 y + \log_7 6x) = 0$$

$$\log_7 6xy = 0$$

$$6xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

$$\log_7 6x = p$$

$$\log_7 y = q$$

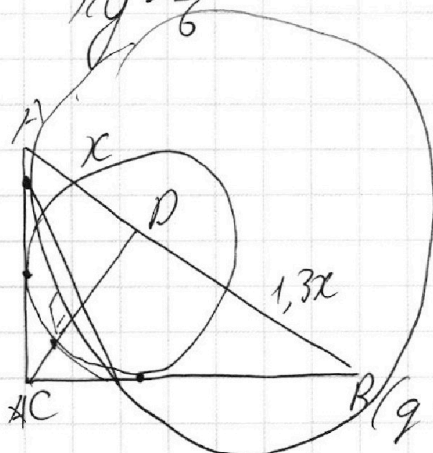
$$p^4 - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{p} = -4$$

$$q^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{q} = -4$$

$$p^4 = q^4$$

$$q^4 - p^4 + \frac{7}{2} \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right) = 0$$

$$(q - p)(q + p)(q^2 + p^2) + \frac{7}{2} \left( \frac{q+p}{qp} \right) = 0$$



$$y - \frac{y}{1,3y} = 1,3$$

$$1,3y = y - x$$

$$x =$$

$$(q + p) = 0 \quad (q - p)(q^2 + p^2) + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{qp} = 0$$

$$\frac{y}{y-x} = 1,3$$

5 12

$$y = 1,3y - 1,3x \quad 5 \quad 12 \quad 6$$

3 3 12

3 4

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \end{cases}$$

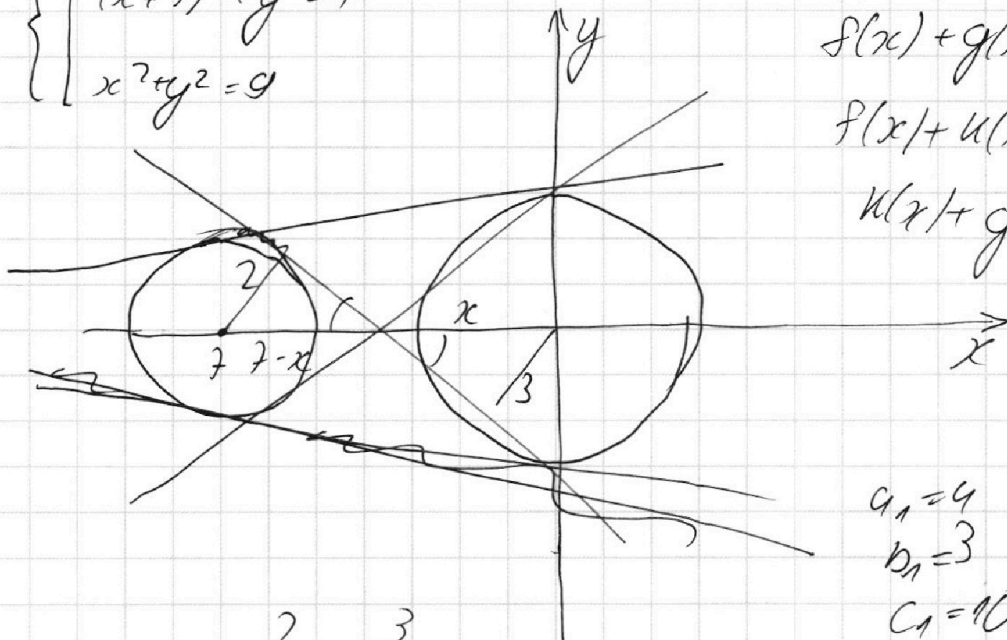
$$\begin{cases} x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

-1  
 $2|ax+by+c| \geq$

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x+7)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

4 реши  $y = -x \cdot \frac{1}{3a} + \frac{7b}{3a}$

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &> 5 \\ f(x) + u(x) &> 7 \\ u(x) + g(x) &> 14 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a_1 &= 4 \\ b_1 &= 3 \\ c_1 &= 10 \end{aligned}$$

$$\frac{2}{7-x} = \frac{3}{x}$$

$$a_1 + c_1 = 14$$

$$2x = 21 - 3x$$

$$x = \frac{21}{5}$$

$$\frac{74}{2} = 37$$

$$28 + 4 = 32 \quad 75$$

6 11



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



a b c

$$ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{19} \cdot k$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \cdot l$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \cdot m$$

$$43 = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \frac{24\sqrt{28}}{49}$$

$$\frac{9\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = \frac{10\pi}{6}$$

$$b = 2^9 \cdot 3^9 \cdot 5^5 \cdot \pi \cdot k \in [0, 5\pi]$$

$$ab^2c =$$

$$\frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3} \text{ arcsos } x \in [0, \pi]$$

$$42 + 18 + 14 + 1 = 75$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos x =$$

$$\frac{3\pi}{2} = \frac{9\pi}{6} \sqrt{1-x^2}$$

$$3^{26+12} = 3^{43}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{10}{6}$$

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{19}$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

$$\frac{5}{6} \cdot 2 = \frac{5}{3}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$\cos(\arccos(x)) = \frac{4\pi - \pi}{2}$$

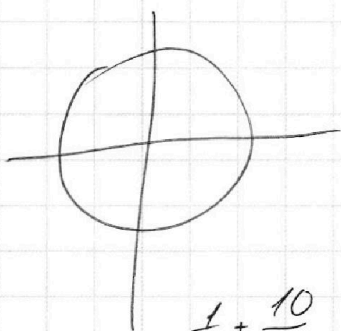
$$\frac{4}{5\pi} \cdot \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{a^2 c^2}{b^2} = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^4$$

$$x \in \left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right]$$

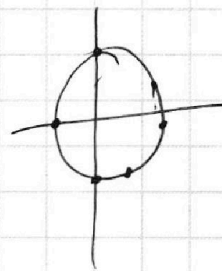
~~27~~

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + \frac{x}{5}$$



$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{5}\right)$$



$$\frac{1}{6} + \frac{10}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{2} + \frac{x}{5} + 2\pi n$$

$$x - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + \frac{x}{5} + 2\pi n$$

$$\frac{\pi}{5} = \frac{6x}{5} + 2\pi n$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{4}{5}\pi + 2\pi n$$