



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
- а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
- б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$\text{Пусть } a = 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\gamma} \cdot d$$

$$b = 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\gamma} \cdot \beta$$

$$c = 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\gamma} \cdot \delta$$

$$a, b, c, d, \beta, \delta, \gamma,$$

$$u, k \in \mathbb{N}$$

$$d = \beta = \gamma = 1.$$

$$u^2:$$

$$a + d \geq 7$$

$$d + g \geq 13$$

$$a + g \geq 14$$

$$2(a + d + g) \geq 34$$

$$a + d + g \geq 17$$

$$a + d + g = 17.$$

$$u^3:$$

$$b + e \geq 14$$

$$e + h \geq 15$$

$$b + h \geq 17$$

$$2(b + e + h) \geq 43$$

$$b + e + h \geq \frac{43}{2}$$

$$b + e + h = 22$$

$$u^4:$$

$$c + f \geq 14$$

$$f + k \geq 18$$

$$c + k \geq 43$$

$$2(f + c + k) \geq 75$$

$$f + c + k \geq \frac{75}{2}$$

$$f + c + k = 38$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

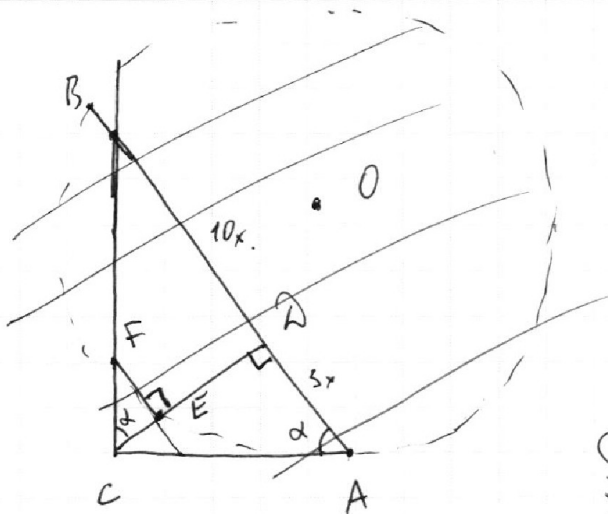
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$FE \perp AB$

$FE \perp CD$

$\triangle ACD \sim \triangle ADC$

$AC = AB \cdot AD$

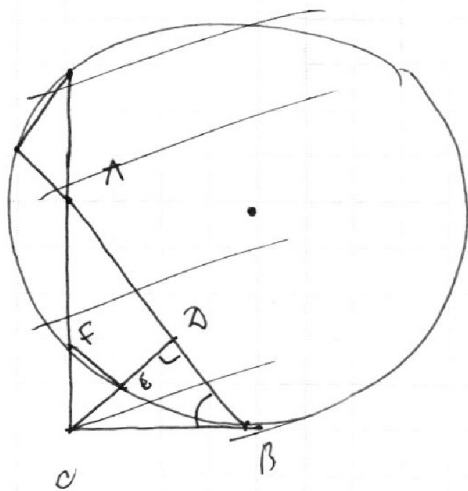
$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot AD \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} CF \cdot CE \cdot \sin \alpha} =$$

$$= \frac{AC \cdot AD}{CF \cdot CE} = k^2$$

(и, и $\frac{AC}{CF} = \frac{AD}{CE}$)

$$\frac{AB}{AD} = \frac{13}{10}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{13}{7}$$

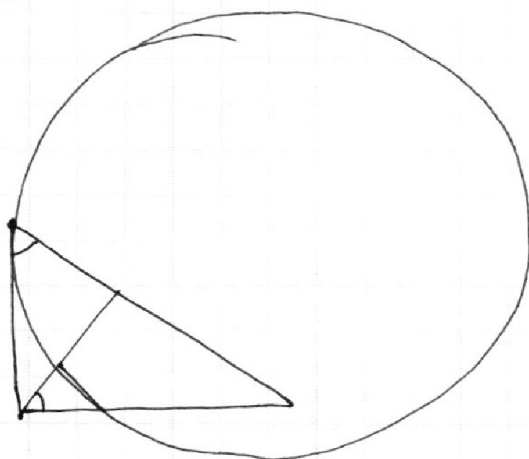
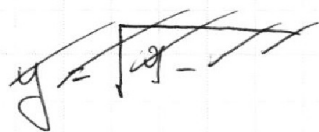


На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AB \parallel EF$$

$$\frac{AB}{BA} = \frac{13}{10}$$

$$\triangle CAB \sim \triangle ACD \sim \triangle ABC$$

(по 2м углам)

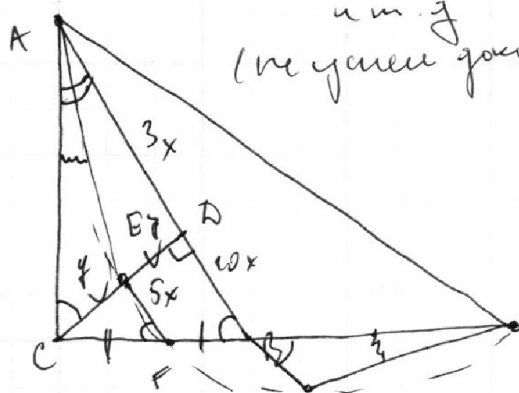
$$CF = FB$$

Из равенств
углов, сторон $\rightarrow$

и т.д.
(не ушел доказывать)

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{AC \cdot AD}{CE \cdot EF} =$$

$$= \frac{2y \cdot 3x}{5x \cdot y} = \frac{6}{5} = 1,2$$



Ответ: 1,2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

~~$$0 \leq \arccos(\sin x) \leq \pi$$~~

~~$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$~~

$$\begin{cases} 0 \leq \frac{\frac{3\pi}{2} + x}{5} \leq \pi & (1) \\ -1 \leq \sin x \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$(2): x \in \mathbb{R}$$

$$\cos(\arccos(\sin x)) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{10} - \frac{x}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{5} - \frac{x}{5}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{5} - \frac{x}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \pi - \left(\frac{\pi}{5} - \frac{x}{5}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{6x}{5} = \frac{\pi}{5} + 2\pi n \quad | \cdot 5$$

$$6x = \pi + 10\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{10\pi n}{6}$$

$$(1):$$

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq 5\pi$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$n=0: \frac{\pi}{6}$$

$$n=-1: \frac{\pi}{6} - \frac{10\pi}{6} = -\frac{9\pi}{6} = -\frac{3\pi}{2}$$

$$n=1: \frac{11\pi}{6}$$

при $n > 1$ и $n < -1$ реш. не попадают

$$n=2: \frac{\pi}{6} + \frac{20\pi}{6} = \frac{21\pi}{6} = \frac{7\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, \pi$$

$$x = \frac{4\pi}{5} + \frac{x}{5} + 2\pi k$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{4\pi}{5} + 2\pi k \quad | \cdot \frac{5}{4}$$

$$x = \pi + \frac{10\pi k}{4}$$

$$k=0: \pi$$

$$k=1: \pi + \frac{5\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$$

$$k=-1: \pi - \frac{5\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$$

при $k > 1$ и $k < -1$ решения не входят.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{121}{5}$$

при этих значениях кривые будут пересекаться

макс. 2 раза. (на рис. показано).

$$y = \left(-\frac{1}{3a}\right) x + \frac{7b}{3a}$$

$$\frac{1}{3a} = \frac{21}{5} : a = \frac{5}{63}$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\frac{5}{63}; 0\right) \cup \left(0; \frac{5}{63}\right).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{9 - \left(\frac{21}{5}\right)^2} = 4 - \left(\frac{21}{5} - 7\right)^2$$

$$9 - \left(\frac{21}{5}\right)^2 = 4 - \left(\frac{21}{5}\right)^2$$

$$9 = \left(\frac{21}{5}\right)^2 - \left(\frac{21}{5}\right)^2 + 2 \cdot \frac{21}{5} \cdot 7 + 49$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 4 \quad ; \quad x^2 + y^2 = 9$$

$$y^2 = 4 - (x+7)^2$$

$$y = \sqrt{4 - (x+7)^2}$$

$$y' = -2(x+7) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4 - (x+7)^2}}$$

$$y^2 = 9 - x^2$$

$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$y' = -2x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{9 - x^2}}$$

$$\frac{x+7}{\sqrt{4 - (x+7)^2}} = \frac{x}{\sqrt{9 - x^2}}$$

$$\frac{(x+7)^2}{4 - (x+7)^2} = \frac{x^2}{9 - x^2}; \quad (x+7)^2 \cdot 9 - (x+7)^2 \cdot x^2 = 4x^2 - x^2(x+7)^2$$

$$4x^2 = 9x^2 + 14 \cdot 9x + 49 \cdot 9$$

$$5x^2 + 14 \cdot 9x + 49 \cdot 9 = 0$$

$$D = (14 \cdot 9)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 49 \cdot 9 = 14^2 (9^2 - 4 \cdot 5) = 14^2 \cdot 36 = 44 \cdot 6$$

$$x = \frac{-14 \cdot 9 \pm 14 \cdot 6}{10} = \begin{cases} \frac{-14 \cdot 9}{10} = -7 \cdot 3 = -21 \\ \frac{-14 \cdot 3}{10} = -\frac{21}{5} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Образим точки с мин, макс по y коорд.

$$y_1^2 = 9 - x^2 \quad y_0 = kx + b$$

$$y_1 = \sqrt{9 - x^2}$$

$$y_1' = \frac{-2x \cdot 1}{2\sqrt{9 - x^2}}$$

$$y_1' = k$$

$$y_1' = y_2'$$

$$\frac{x}{\sqrt{9 - x^2}} = \frac{x + 7}{4 - (x + 7)^2}$$

$$y_2^2 = 4 - (x + 7)^2$$

$$y_2 = \sqrt{4 - (x + 7)^2}$$

$$y_2' = -2(x + 7) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4 - (x + 7)^2}}$$

$$\frac{x^2}{9 - x^2} = \frac{(x + 7)^2}{4 - (x + 7)^2}; \quad 4x^2 - x^2(x + 7)^2 = (9 - x^2)(x + 7)^2$$

$$4x^2 - x^2(x^2 + 14x + 49) = (9 - x^2)(x^2 + 14x + 49)$$

$$4x^2 - x^4 - 14x^3 - 49x^2 = 9x^2 + 14 \cdot 9x + 49 \cdot 9 - x^4 - 14x^3 - 49x^2$$

$$5x^2 + 14 \cdot 9x + 49 \cdot 9 = 0$$

$$D = (14 \cdot 9)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 49 \cdot 9 = (14 \cdot 3)^2 - 14^2 \cdot 5 \cdot 9 =$$

$$= 14^2(3^2 - 5 \cdot 9) = 14^2 \cdot 36 = 14^2 \cdot 6^2$$

$$x = \frac{-14 \cdot 9 \pm 14 \cdot 6}{10} = \left[\begin{array}{l} \frac{-14 \cdot 15}{10} = -21 \\ \frac{14 \cdot 3}{10} = -\frac{21}{5} \end{array} \right.$$

значения:

т.е. $y_0 = -21x_0 + b$ м. Попробуем подобрать.

$$x_0^2 + y_0^2 = 9$$

$$k_2 = \frac{y_1'}{x_1'} = \frac{-x}{\sqrt{9 - x^2}}$$

$$y_0 = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x + 3ay - 7b = 0 \quad (1)$$

$$(x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \quad (2)$$

$$(2): (x^2 + 14x + 49 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0.$$

$$((x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

$$(x+7)^2 + y^2 - 4 = 0 \text{ или } x^2 + y^2 - 9 = 0$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 4$$

уравнение окружности,
вершина которой
 $x_0 = -7, y_0 = 0$.

радиус $r_1 = 2$

$$x^2 + y^2 = 9$$

уравнение окружности,
вершина которой
 $x_0 = 0, y_0 = 0$

радиус $r_2 = 3$

(1) - представляем
из себя уравнение
прямой.

система имеет 4 решения
тогда, когда прямая (1)
пересекает каждую окр.
в 2х точках.

$$a = 0:$$

$$x = 7b.$$

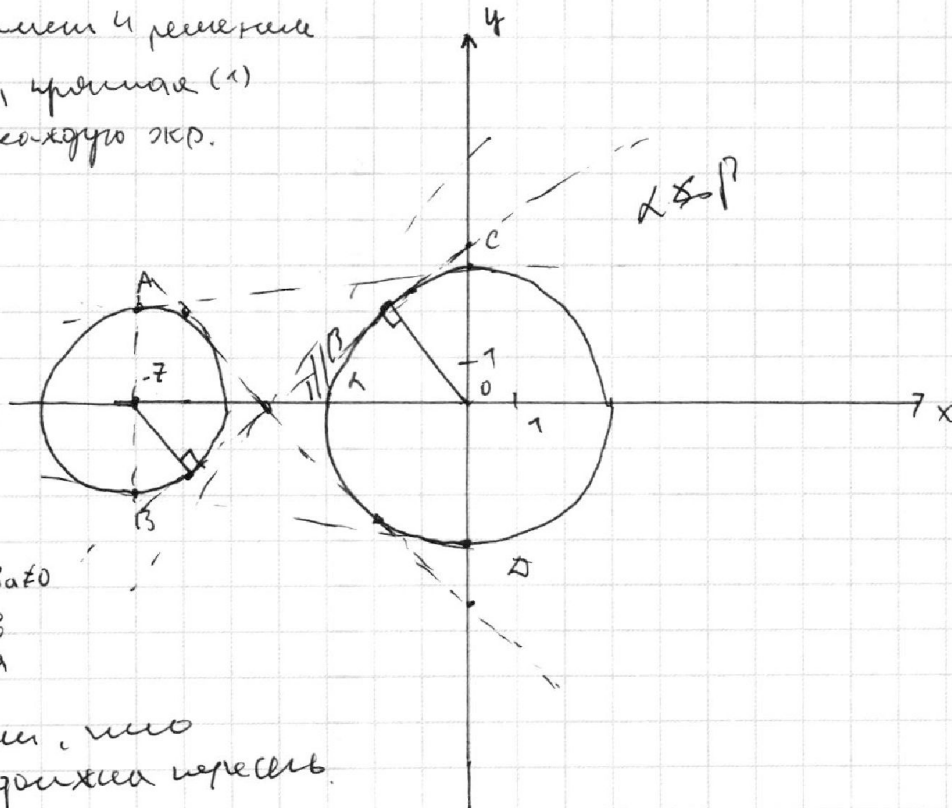
верт. прямая
кас. окр.

$$a \neq 0:$$

$$3ay = -x + 7b \quad | : 3a \neq 0$$

$$y = -\frac{1}{3a} \cdot x + \frac{7b}{3a}$$

Мы хотим, чтобы
прямая касалась окружностей
поэтому из
окружностей в двух местах



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7(6xy) = 0$$

$$6xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

или $A = 0$

$$\text{Пусть } \log_7 6x = a$$

$$\log_7 y = b.$$

$$4 + a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 = 0$$

$$a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 = -4.$$

$$(a+b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3) - ab(a+b) = -4$$

$$(a+b)(a^2(a-b) + b^2(a-b)) - a^3b + a^2b^2 - ab^3 = -4$$

$$(a+b)(a-b)(a^2+b^2) - ab(a^2+b^2 - ab) = -4$$

$$(a+b)(a-b)(a^2+b^2) - ab \frac{a^3+b^3}{a+b} = -4 \quad | (a+b)$$

$$(a+b)^2(a-b)(a^2+b^2) - ab(a^2+b^2) + 4(a+b) = 0$$

$$(a+b)$$

$$\text{Пусть } xy = A > 0. \quad x = \frac{A}{y} \quad \log_7 \frac{6A}{y} = \log_7 6 + \log_7 y$$

$$\frac{a^4 + b^4}{a+b} = -4$$

$$a^4 + b^4 = -4(a+b)$$

$$a^4 + 4a + b^4 + 4b = 0$$

или, или.

Ответ: $\frac{1}{6}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_{\frac{7}{2}}(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^{2343}} 4. \quad (1)$$

$$\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ y > 0, y \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 = \log_y^2(7^5) - 4 \quad (2)$$

$$6x = t.$$

(1):

$$\log_{\frac{7}{2}}^4 t - 2 \log_t 7 = \frac{3}{2} \log_t^2 7 - 4.$$

$$\log_{\frac{7}{2}}^4 t - \frac{7}{2} \log_t 7 + 4 = 0$$

$$\log_{\frac{7}{2}}^4 t - \frac{7}{2 \log_7 t} + 4 = 0 \quad | \cdot 2 \log_7 t \neq 0.$$

$$2 \log_7^5 t + 8 \log_7 t - 7 = 0 \quad (3)$$

$$2 \log_7^5 6x + 8 \log_7 6x - 7 = 0.$$

$$(2): \log_7^4(y) + 6 \log_y 7 =$$

$$= \log_y^4(7^5) - 4.$$

$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 =$$

$$= \frac{5}{2} \log_y^2 7 - 4.$$

$$\log_7^4(y) + \frac{7}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$\log_7^4(y) + \frac{7}{2 \log_7 y} + 4 = 0 \quad | \cdot (\log_7 y)^2$$

$$2 \log_7^5(y) + 8 \log_7 y + 7 = 0. \quad (4)$$

(3) + (4):

$$2 \log_7^5 6x + 8 \log_7 6x + 2 \log_7^5(y) + 8 \log_7 y = 0 \quad | : 2.$$

$$4(\log_7^5 6x + \log_7^5 y) + \log_7^5 6x + \log_7^5 y = 0.$$

$$4 \cdot \log_7^5(6xy) + \log_7^5 6x + \log_7^5 y = 0$$

$$4 \log_7^5(6xy) + (\log_7^5 6x + \log_7^5 y) (\log_7^4 6x - \log_7^3 6x \cdot \log_7^4 y + \log_7^2 6x \cdot \log_7^2 y -$$

$$- \log_7^3 6x \cdot \log_7^3 y + \log_7^4 y) = 0$$

А (все слагаемые)
||

$$\log_7(6xy) (4 + \log_7^4 6x - \log_7^3 6x \cdot \log_7^4 y + \log_7^2 6x \cdot \log_7^2 y - \log_7^3 6x \cdot \log_7^3 y + \log_7^4 y) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$b \geq 0, \quad b \leq 40, \quad b = |y_1 - y_2|$$

$$a \geq 0, \quad a \leq 10, \quad a = |x_1 - x_2|$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

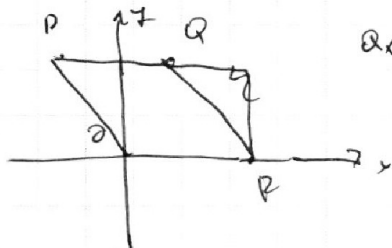
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$P(-17, 68), Q(2, 68), R(19, 0)$$

$$x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$$

$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$$



$$\begin{aligned} a &= PR = \sqrt{(-17-19)^2 + 68^2} = \sqrt{36^2 + 68^2} = \\ &= \sqrt{4^2 \cdot 9^2 + 4^2 \cdot 17^2} = 4\sqrt{9^2 + 17^2} = \\ &= 4\sqrt{81 + 289} = 4\sqrt{370} < \\ &< 4 \cdot 20 = 80 \end{aligned}$$

$$4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \leq a^2$$

$\begin{matrix} a \geq 0 & b \geq 0 \end{matrix}$

$$\begin{cases} 4a + b = 40 \\ a^2 + b^2 \leq 80^2 \end{cases}$$

$$b = 40 - 4a$$

$$a^2 + (40 - 4a)^2 \leq 80^2$$

$$a^2 + 16a^2 + 320a + 40^2 - 80^2 \leq 0$$

$$17a^2 + 320a + (40 - 80)(40 + 80) \leq 0$$

$$17a^2 + 320a - 40 \cdot 120 \leq 0$$

$$\begin{aligned} D &= 320^2 + 4 \cdot 17 \cdot 4800 = 10^2 \cdot 2^2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 3 \cdot 10^2 = \\ &= 10^2 (16^2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 3) = 10^2 (1024 + 3264) = \\ &= 10^2 (4288) \end{aligned}$$

$$= 10^2 (4288)$$

$$a \leq \frac{-320 \pm 10 \sqrt{4288}}{34}$$

$$\begin{aligned} a &\leq \frac{-320 + 10 \cdot 66}{34} = \\ &= \frac{340}{34} = 10 \end{aligned}$$

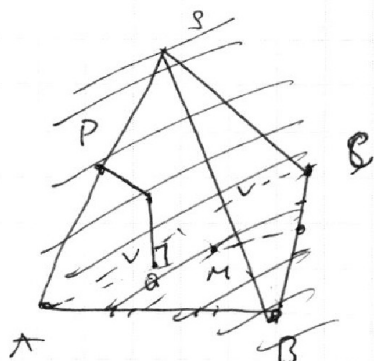
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



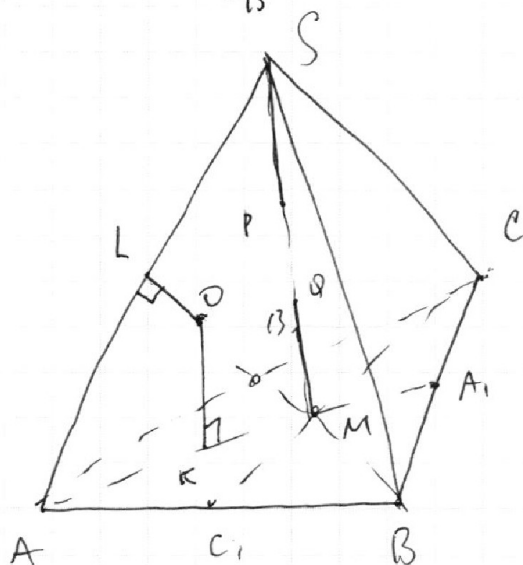
$$SA = BC = 10$$

$$S_{\text{плос}} = 60, \quad SP = MQ.$$

Точка касания лежит
на AM

↓
перпендикуляр из центра.

$$LO = OK$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

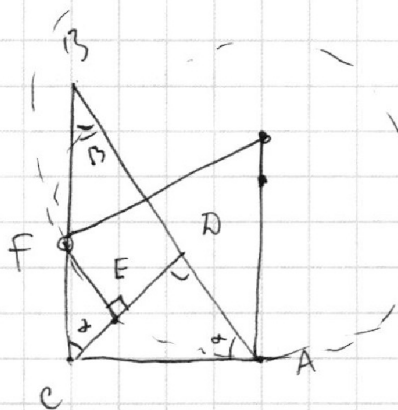
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



ЧЕРНОВИК



$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} = ?$$

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{13}{10}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

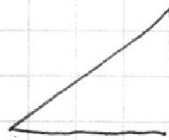
$$\begin{aligned} a^2 - a^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta - a^2 \cos^2 \theta &= -a^2 \\ a^2 \sin^2 \theta (1 + \cos \theta) (1 - \cos \theta) &= -a^2 \\ \frac{a^2 \sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} &= -a^2 \end{aligned}$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\sin x = \cos \left(\frac{3\pi}{2} + x \right)$$

$$\begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ 0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq \pi \end{cases}$$



$$\begin{aligned} 5\pi - \frac{3\pi}{2} &= \frac{7\pi}{2} \\ \frac{7\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} &= 2\pi \\ \frac{2\pi}{2} &= \pi \end{aligned}$$

a, b, c.

$$ab : 2^7 3^{11} 5^{14}$$

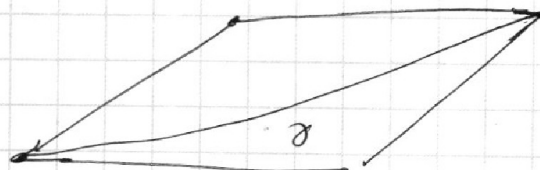
$$bc : 2^{13} 3^{15} 5^{12}$$

$$ac : 2^{14} 3^{17} 5^{13}$$

abc

$$\begin{aligned} n &= 2^7 3^{11} 5^{14} \\ n &= 2^7 3^{11} 5^{14} \\ n &= 2^7 3^{11} 5^{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{r} &= (x^2 - y^2) \vec{i} + (2xy) \vec{j} \\ \vec{r} &= (x^2 - y^2) \vec{i} + (2xy) \vec{j} \\ \vec{r} &= (x^2 - y^2) \vec{i} + (2xy) \vec{j} \end{aligned}$$



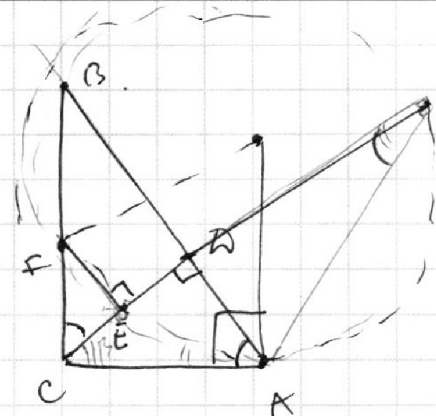
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{FC}{CE} = \frac{CB}{CA}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \quad ; \quad AC^2 = AB \cdot AD$$

$$AB \parallel EF$$

$$\frac{AB}{BA} = 1,3 = \frac{13}{10}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{AD \cdot AC}{CE \cdot CF} = \frac{AD}{CE}$$

$$\sqrt{4200}$$

$$\begin{array}{r} \times 62 \\ 4200 \\ \hline 4200 \\ \hline 4200 \\ \hline 4200 \\ \hline 4200 \end{array}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{\frac{1}{2} AD \cdot AC \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} CE \cdot CF \cdot \sin \alpha} = \frac{AD \cdot AC}{CE \cdot CF}$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 - a^2b + a^2b^2 - a^2b^3) + (a^2b^3 + a^2b^2 - a^2b + a^2)$$

$$\frac{AB}{BA} = \frac{13}{10}$$

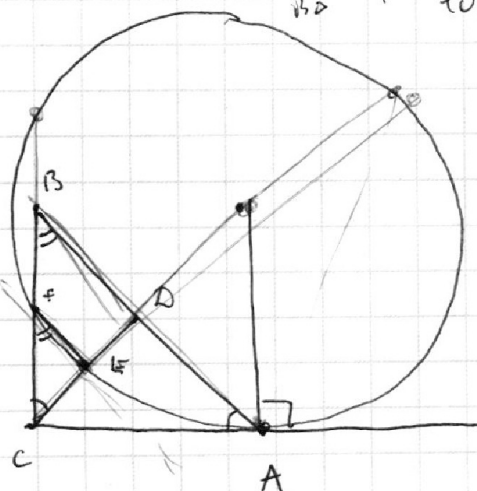
$$AC^2 = \frac{13}{10} BD^2 \quad ; \quad AC = \frac{13}{10} BD$$

$$\frac{AB}{BA} = 1,3 = \frac{13}{10}$$

$$\frac{FE}{BB} = \frac{FC}{AB}$$

$$\frac{FE}{DB} = \frac{CE}{CA}$$

$$a^4 + b^4 + a^2b^2 - a^2b^3 + b^4 = 0$$



$$a^4 + b^4 \geq 2a^2b^2$$

$$a^4 + b^4 \geq 2a^2b^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7^4(6x) - 2 \log_6 x^7 = \log_{36x}^{343} - 4.$$

$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 = \log_{y^2}^7(7^5) - 4$$

$$\log_7^4(t) - 2 \log_t 7 = \log t^2$$

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_6 x^7 = 3 \log_{6x}^7 7 - 4.$$

$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 = 5 \log_{y^2} 7 - 4.$$

$$\log_7^4(y) + 6 \log_y 7 = \frac{5}{2} \log_y 7 - 4x$$

$$\log_7^4(y) + \frac{7}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$2 \log_7^4(y) + 7 \log_y 7 + 8 = 0$$

$$2 \log_7^5(y) + 8 \log_7^4(y) + 7 = 0$$

$$2t^5 + 8t + 7 = 0.$$

$$a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) =$$

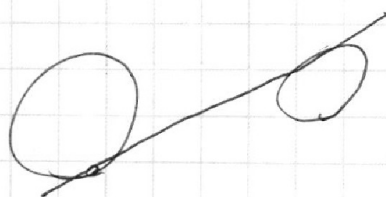
$$= a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 + a^4b - a^3b^2 + a^2b^3 - ab^4 + b^5$$

$$\begin{array}{r} h \cdot b \\ h \cdot 2v \\ h \cdot 2v \\ h \cdot 2v \end{array}$$

$$\frac{h \cdot 2v}{h \cdot 2v}$$

$$\frac{h \cdot 2v}{h \cdot 2v}$$

$$\frac{h \cdot 2v}{h \cdot 2v} = h$$



$$\frac{h \cdot 2v}{h \cdot 2v}$$

$$h \cdot 2v$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

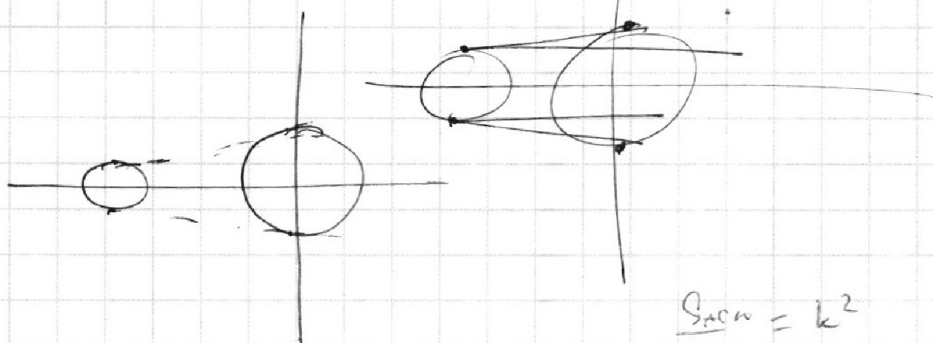
21
5

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$(x^2 + 14x + 49 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0.$$

$$\begin{aligned} a &= 1, b = 2, c = 3 \\ a &= 2, b = 1, c = 3 \\ a &= 3, b = 1, c = 2 \\ a &= 3, b = 2, c = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2, b = 1, c = 3 \\ a &= 3, b = 2, c = 1 \end{aligned}$$



$$ab: 2^7 3^{11} 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} 3^{10} 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} 3^{12} 5^{13}$$

$$2^{14} 3^{12}$$

$$b = 2^7 3^{11} 5^{14}$$

$$\frac{S_{ACW}}{S_{CEF}} = k^2$$

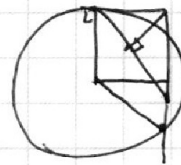
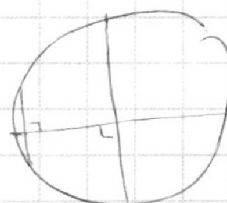
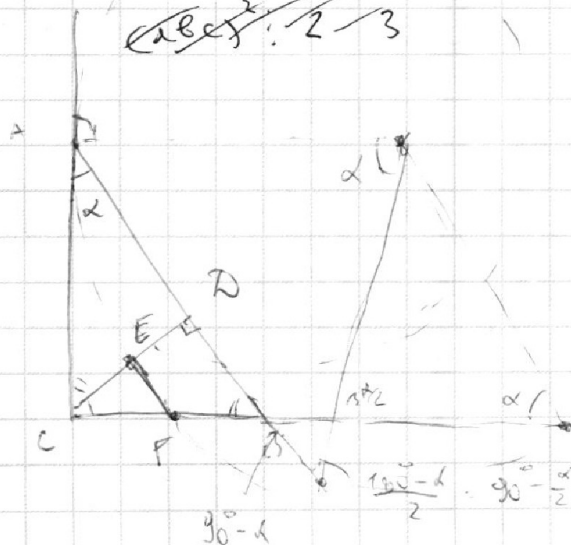
$$a \cdot b$$

$$\frac{EF}{AC} \left(\frac{CD}{EF} \right)^2 = \left(\frac{AC}{EF} \right)^2$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{16}$$

$$ab =$$

$$2^{14} 3^{12}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

