МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}\left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$

Пример: $a = 2^4\cdot 3^9\cdot 5^{11}$ $b = 2^2\cdot 3^5$ $c = 2^{12}\cdot 3^{16}\cdot 5^{17}$

Оценка: Пусть можно меньше, чем $2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$.

Тогда введём обозначения: $a = 2^{\alpha_1}\cdot 3^{\alpha_2}\cdot 5^{\alpha_3}\cdot x$, $b = 2^{\beta_1}\cdot 3^{\beta_2}\cdot 5^{\beta_3}\cdot y$,
$c = 2^{\gamma_1}\cdot 3^{\gamma_2}\cdot 5^{\gamma_3}\cdot z$.

Рассмотрим сначала степени 2.

~~Тогда~~ Из условие следует, что $\alpha_1+\beta_1 \geq 6$
$\alpha_1+\gamma_1 \geq 16$
$\beta_1+\gamma_1 \geq 14$

И нам нужно получить минимальное значение $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1$.

Сложим эти три неравенства $2(\alpha_1+\beta_1+\gamma_1) \geq 36$
$\alpha_1+\beta_1+\gamma_1 \geq 18$

Заметим, что 18 достигается: $\alpha_1 = 4$, $\beta_1 = 2$, $\gamma_1 = 12$

Теперь рассмотрим степени 3.

Из условие следует, что $\alpha_2+\beta_2 \geq 13$
$\alpha_2+\gamma_2 \geq 25$
$\beta_2+\gamma_2 \geq 21$

Нам нужно получить минимальное значение $\alpha_2+\beta_2+\gamma_2$, для это сложим 3 неравенства: $2(\alpha_2+\beta_2+\gamma_2) \geq 59$, т.к. $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ - целые неотриц. ~~положит.~~

Тогда $\alpha_2+\beta_2+\gamma_2 \geq 30$. ~~Это~~ Равенство достигается.

Например $\alpha_2 = 9$, $\beta_2 = 5$, $\gamma_2 = 16$

Теперь рассмотрим степень 5.

Из условие следует, что $\alpha_3+\beta_3 \geq 11$
$\alpha_3+\gamma_3 \geq 28$
$\beta_3+\gamma_3 \geq 13$

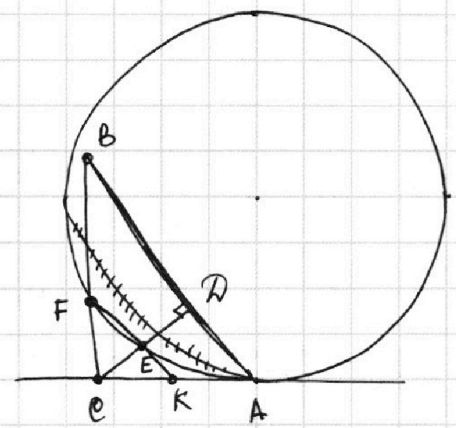
Сложим первое и третье неравенство: $\alpha_3+2\beta_3+\gamma_3 \geq 24$

Так как $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ - неотрицательные ~~положительные~~ целые $\alpha_3+2\beta_3+\gamma_3 \geq \alpha_3+\gamma_3 \geq 28$

Равенство достигается если $\beta_3 = 0$, а $\alpha_3+\gamma_3 = 28$. Например $\alpha_3 = 11$ $\gamma_3 = 17$

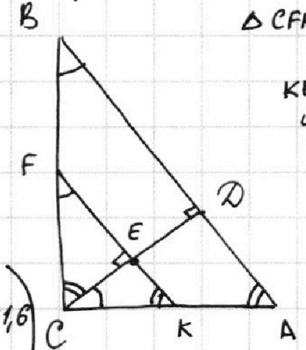
Тогда $\alpha_3+\beta_3+\gamma_3 \geq 28$.

Значит $a\cdot b\cdot c \geq \underbrace{2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}}_{\text{это достигается}}$.



Продолжим FE до пересечения с AC. (точка K)

Заметим, что степень точки K равна $KE \cdot KF$ и равна KA^2



$\triangle CFK \sim \triangle ECK$, т.к. $\angle FCK = 90^\circ$, $\angle CEK = 90^\circ$, $\angle ECK = \angle CBD$, $\angle CFE = \angle CBD$

$\Downarrow$

$KE \cdot KF = CK^2$

и $KE \cdot KF = KA^2$

$\Downarrow$

$CK = AK$

$\Downarrow$

K - середина AC

$\Downarrow$

$\frac{CD}{CE} = 2$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{S_{ACD}}{S_{CBD} \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2} = \frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} \cdot \left(\frac{CD}{CE}\right)^2 = 0,4 \cdot 4 = 1,6$$

$\triangle CFE \sim \triangle CBD$

т.к. $FE \parallel BD$ и $\angle C$ - общий

тогда $\frac{S_{CEF}}{S_{CBD}} = \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} = \frac{\frac{AD \cdot CD}{2}}{\frac{BD \cdot CD}{2}} = \frac{AD}{BD} \quad \text{т.к.} \quad \frac{AB}{BD} = 1,4 \Rightarrow 1 + \frac{AD}{BD} = 0,4 + 1$$

Ответ: 1,6

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$
$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ $\Rightarrow 10(\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x$ или $x = \frac{9\pi}{2}$

или

$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$ тогда $0 = 0$

$x = -\frac{\pi}{2}$

При подстановке $x = -\frac{\pi}{2}$

$10\arccos(-1) = 10\pi$

$10\pi = 10\pi$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{9\pi}{2}$

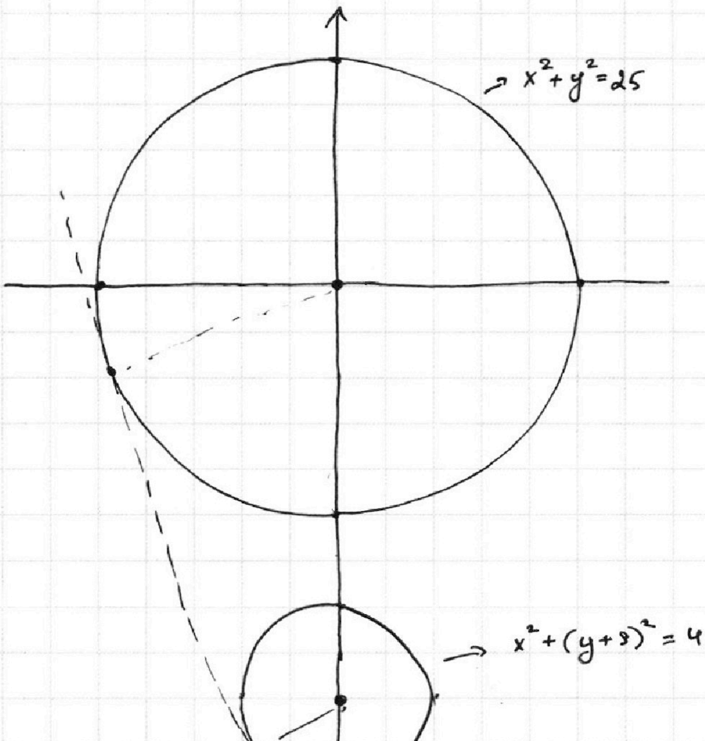
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x+6ay-b=0 \\ (x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x+6ay-b=0 \\ \left[\begin{aligned} &x^2+y^2=25 \\ &x^2+y^2+18y+77=0 \end{aligned}\right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+6ay-b=0 \to \text{прямая} \\ \left[\begin{aligned} &x^2+y^2=25 \to \text{окружность с центром } (0;0) \text{ и радиусом } 5 \\ &x^2+(y+9)^2=4 \to \text{окружность с центром } (0;-9) \text{ и радиусом } 2. \end{aligned}\right. \end{cases}$$



~~В/ общих касательных~~
В общих касательных к этим двум окружностям 2 решения

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 2 и других решений нет.

ОДЗ: $x>0,\ x\neq 1$

$0{,}5y>0$ и $0{,}5y\neq 1$

$y\neq 2$

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{121} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11}x} = -\frac{2}{3\log_{11}x} - 5$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{16}{3\log_{11}x} + 5 = 0$$

$$\frac{3\log_{11}^5 x + 15\log_{11}x - 16}{3\log_{11}x} = 0$$

(1) $3\log_{11}^5 x + 15\log_{11}x - 16 = 0$

$$\log_{11}^4(0{,}5y) + \log_{0{,}5y}11 = \log_{0{,}125y^3}(11^{-13}) - 5$$

$t = 0{,}5y$ (замена) и будем искать не xy, а $2xt = xy$

$$\log_{11}^4 t + \frac{1}{\log_{11}t} = -\frac{13}{3\log_{11}t} - 5$$

$$\log_{11}^4 t + \frac{16}{3\log_{11}t} + 5 = 0$$

$$\frac{3\log_{11}^5 t + 15\log_{11}t + 16}{3\log_{11}t} = 0$$

(2) $3\log_{11}^5 t + 15\log_{11}t + 16 = 0$

(1) + (2): $3(\log_{11}^5 t + \log_{11}^5 x) + 15\log_{11}xt = 0$

$\cancel{3\log_{11}x(\ldots)}$

~~Левая часть~~ Первое слагаемое: $3\cdot\log_{11}xt\cdot(\log_{11}^4 t - \log_{11}^3 t\cdot\log_{11}x + \log_{11}^2 t\cdot\log_{11}^2 x - \log_{11}t\cdot\log_{11}^3 x + \log_{11}^4 x)$

Тогда $3\log_{11}xt\cdot(\log_{11}^4 t - \log_{11}^3 t\cdot\log_{11}x + \log_{11}^2 t\cdot\log_{11}^2 x - \log_{11}t\cdot\log_{11}^3 x + \log_{11}^4 x + 5) = 0$

Одно из решений: $xt = 1 \Rightarrow xy = 2xt = 2$.

Посмотрим на скобку: Докажем что скобка больше 0 $\Rightarrow$ решение будет одно: $\log_{11}xt = 0$

$\log_{11}^4 t - \log_{11}^3 t\cdot\log_{11}x + \log_{11}^2 t\cdot\log^2 x - \log_{11}t\cdot\log_{11}^3 x + \log_{11}^4 x + 5$ $\quad a = \log_{11}t,\ b = \log_{11}x$

Докажем что $a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 \geq 0$, тогда мы докажем что скобка ≥ 5

$$a^4 - a^3b - ab^3 + b^4 = a^3(a-b) - b^3(a-b) = (a-b)\cdot(a^3-b^3) = (a-b)^2\cdot(a^2-ab+b^2)$$

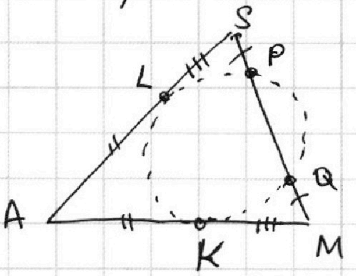
$a^2 - ab + b^2 \geq a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow$ скобка всегда хотя бы 5 $\Rightarrow \log_{11}xt = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим плоскость ASM.



$AL = AK$, т.к. отрезки касательных к окр.

Степень точки $S = SL^2 = SP \cdot SQ$

Степень точки $M = KM^2 = MQ \cdot MP$

Т.к. $SP = MQ \Rightarrow SQ = MP \Rightarrow SL^2 = KM^2 \Rightarrow SL = KM$

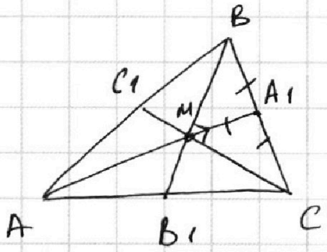
Тогда $AS = AM = 20$

Т.к. AA_1 - медиана и ~~то мед~~ M - точка пересечения медиан, значит M делит AA_1 в отношении $2:1$.

Тогда $AA_1 = 30$

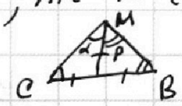
MA_1

Рассмотрим плоскость ABC.



$MA_1 = 10$, ~~и~~ $BA_1 = 10$, $A_1C = 10$ (т.к. $BC = 20$)

значит $\angle BMC = 90$



$180 - 2\alpha + 180 - 2\beta = 180°$

$2\alpha + 2\beta = 180°$

$\alpha + \beta = 90°$

Заметим, что медианы делят треугольник на 6 равновеликих ему

Тогда $\underset{S_{BMC}}{\frac{BM \cdot MC}{2}} = \frac{180}{3} = 60$

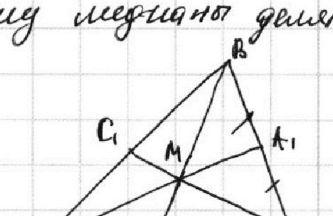
Т.е. $BM \cdot MC = 120 \Rightarrow BB_1 \cdot CC_1 = \frac{3BM}{2} \cdot \frac{3CM}{2} =$

$= \frac{9 \cdot 120}{2} = 540$

Тогда $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot 540 = 16200$

Ответ на пункт а: 16200

Почему медианы делят треугольник на 6 равновеликих:



$S_{ABA_1} = S_{ACA_1}$, т.к. общая высота на BC и основания равны

$S_{BMA_1} = S_{CMA_1}$, т.к. общая высота на BC и основания равны (аналогично для двух других пар)

Пусть $S_1 = S_{BMA_1} = S_{CMA_1}$

$S_2 = S_{AMB_1} = S_{CMB_1}$

$S_3 = S_{AMC_1} = S_{BMC_1}$

Тогда $S_{ABA_1} = 2S_3 + S_1 = 2S_2 + S_1 = S_{ACA_1}$

$\Downarrow$

$S_3 = S_2$ (аналогично доказываем, что $S_1 = S_2$)

Тогда $S_1 = S_2 = S_3 \Rightarrow$ 6 равновеликих Δ-ка.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N1 делимость, оценка + пример
N2 подобие?
N3 арктриги
N4 параметр
N5 логарифмы
N6 координатная плоскость
N7 стереома

$\frac{9\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2}$

1

N1

$ab = 2^6 3^{13} 5^{11} k$

$bc = 2^{14} 3^{21} \cdot 5^{13} l$

$ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} m$

$a^2b^2c^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} klm$

$abc = 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26} \sqrt{3klm}$

3

$abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$

$\alpha_3 = 11$

$\beta_3 = 0$

$\gamma_3 = 17$.

$\alpha - \beta = 15$

$\alpha + \beta = 17$

$\alpha = 16 \quad \beta = 1$

32

$\alpha + \beta = 6$

$\alpha - \beta = 2$

$2\alpha = 8 \quad \alpha = 4.$

$\alpha + \beta = 11$

$\alpha - \beta = 15$

$2\alpha = 26$

$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3} \cdot x$

$b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3} \cdot y$

$c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3} \cdot z$

$ab = 2^{\alpha_1+\beta_1} \cdot 3^{\alpha_2+\beta_2} \cdot 5^{\alpha_3+\beta_3} \cdot xy$

$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{16}$

$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^1$

$c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{12}$

$\beta_1 + \gamma_1 \geq 14 \quad \alpha_1 + \beta_1 \geq 6 \quad \alpha_1 + \gamma_1 \geq 16$

$\beta_2 + \gamma_2 \geq 21 \quad \alpha_2 + \beta_2 \geq 13 \quad \alpha_2 + \gamma_2 \geq 25$

$\beta_3 + \gamma_3 \geq 13 \quad \alpha_3 + \beta_3 \geq 11 \quad \alpha_3 + \gamma_3 \geq 28$

$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 18 \Rightarrow$ достигается $a^2 = 2^{12} \cdot 3^{38} \cdot 5^{39} \cdot \frac{km}{l}$

$a = 2^{9} 3^{19} \cdot 5^{19} \cdot \sqrt{\frac{5km}{l}}$

чётное $\begin{cases} \alpha_3 + \beta_3 = 11 \\ \beta_3 + \gamma_3 = 13 \\ \alpha_3 + \gamma_3 = 28 \end{cases}$

неправда

$\alpha_3 + 2\beta_3 + \gamma_3 \geq \alpha_3 + \gamma_3$

$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{29} \cdot$

тогда ~~либо~~

~~$\alpha_3 + \beta_3$ либо $\beta_3 + \gamma_3$~~

~~больше на~~

сумма их

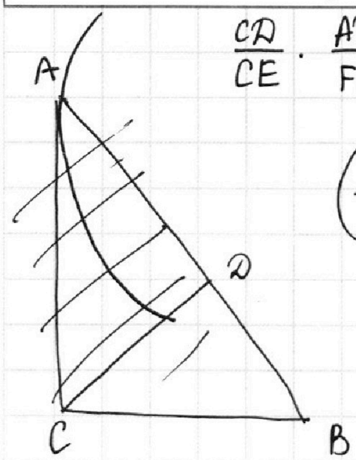
больше на 6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

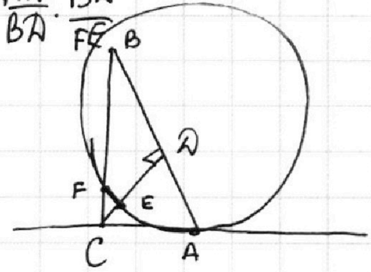
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\frac{CD}{CE}\cdot\frac{AD}{FE}=\frac{BD}{FE}\cdot\frac{AD}{BD}\cdot\frac{BD}{FE}$$

$$\left(\frac{BD}{FE}\right)^2 - ?$$



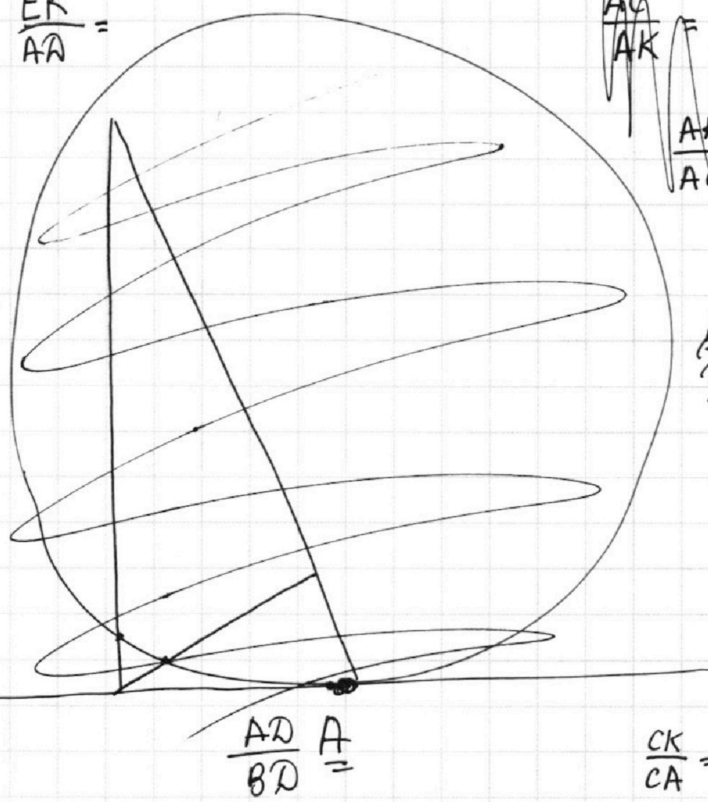
$$\frac{CK}{KA}\cdot\frac{AD}{BD}\cdot\frac{BD}{FE}$$

$$\frac{CK\cdot AK}{FK\cdot EK}$$

$$\frac{EK}{AD}=$$

$$\frac{AC}{AK}=1+\frac{CK}{AK}$$

$$\frac{AK}{AC}=1-\frac{CK}{AC}$$



$$\frac{CD}{CE}\cdot\frac{AD}{FE}$$

$$\cancel{\frac{AC}{AK}}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}=\frac{CD\cdot AD}{FE\cdot CE}=$$

$$=\frac{CD}{CE}\cdot\frac{AD}{FE}=$$

$$=\frac{CK}{CA}\cdot\frac{AD}{BD}\cdot\frac{BD}{FE}$$

$$\frac{AD}{BD}=0,4 \qquad \frac{BD}{FE}=\frac{BC}{FC}=\frac{AC}{CK}$$

$$\frac{CD}{CE}=\frac{AC}{CK}\cdot\frac{BD}{FE}$$

$$\frac{CK}{KA} \qquad \frac{AC}{AK}-?$$

Пусть $\frac{CK}{KA}=\frac{1}{k}$.

$KA=k\cdot CK$

$$\frac{AD}{BD}=$$

$$\frac{CK}{CA}=\frac{CE}{CB}$$

$$\frac{AK}{CK}=\frac{BF}{FC}$$

$$\frac{CD}{CE}\cdot\frac{AD}{FE}=\frac{\cancel{AD\cdot BD}}{CE}\cancel{\frac{AD}{FE}}$$

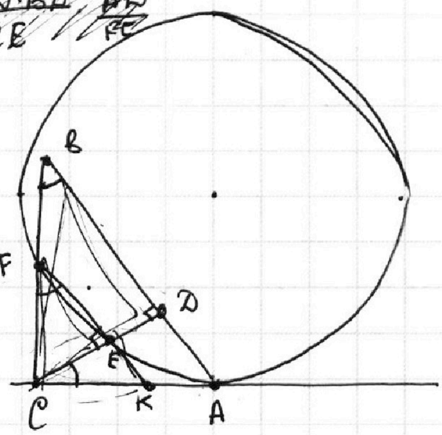
$$\frac{BD}{FE}\cdot\frac{AD}{FE}$$

$$\cancel{\frac{AD}{FE}}\ \cancel{AD}$$

$$\frac{AB}{BD}=1,4$$

$$\frac{AD}{BD}=0,4$$

$$\frac{AB}{BC}=\frac{AC}{BD}$$



$$\frac{AD}{CD}=\frac{CD}{BD}$$

$$\frac{KE}{AD}=\frac{FE}{BD}$$

$$\frac{S_{CAD}}{S_{BCD}}=0,4$$

$AK^2=FK\cdot EK$

$KE\cdot KF=KA^2$

$$\frac{KE}{KA}=\frac{KA}{KF}$$

№3

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$

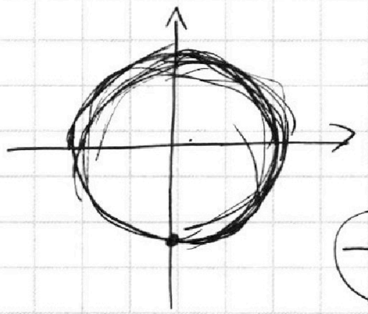
$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$

$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$

$\cancel{-x} - 8x = 4\pi$

$x = -\frac{\pi}{2}$



$18 = 2 \cdot 9$

$\cancel{16 \cdot 8 = 144}$

324

18×18: 144, 180, 324

$77 \times 4 = 308$

-1

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77) = 0 \end{cases}$$

$x = \frac{-6ay + b}{5}$

4 решения.

$(x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y-77) = 0$

$x^2+y^2-25=0$ или $x^2+y^2+18y-77=0$

отн. y.

$y^2 + x^2 - 25 = 0$

$D = -4x^2 + 100$

$y = \frac{\pm\sqrt{100-4x^2}}{2}$

отн. y.

$y^2 + 18y + (x^2 - 77) = 0$

$D = 324 - 4x^2 + 308$

$y = \frac{-18 \pm \sqrt{632-4x^2}}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} 5x + \cancel{a}3a\sqrt{100-4x^2} - b = 0 \\ 5x - 3a\sqrt{100-4x^2} - b = 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 5x + 3a\cdot(-18 + \sqrt{632-4x^2}) - b = 0 \\ 5x - 3a\cdot(-18 + \sqrt{632-4x^2}) - b = 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 3a\sqrt{100-4x^2} = b - 5x \\ \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} b - 5x \geq 0 \\ 9a^2(100-4x^2) = (b-5x)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} b - 5x \geq 0 \\ 900a^2 - 36a^2x^2 = b^2 - \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{121} - 5$

ОДЗ:
$x > 0$
$x \neq 1$

$\cancel{\log_x^4 11} - 6\log_x 11 = \frac{1}{3}\cdot(-2)\log_x 11 - 15$

$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3\log_{11} x} - 5$

$\log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3} (11^{-13}) - 5$

$\log_{11}^4 (0{,}5y) + \frac{1}{\log_{11}(0{,}5y)} = -\frac{13}{3\log_{11}(0{,}5y)} - 5$

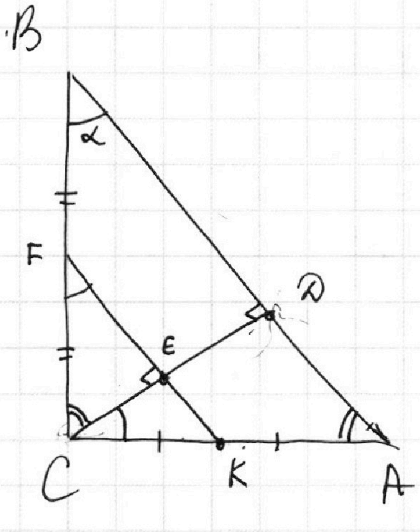
$2x\,t$ - ?

$\log_{11}^4 t + \frac{1}{\log_{11} t} = -\frac{13}{3\log_{11} t} - 5$

$\log_{11}^4 x - \frac{16}{3\log_{11} x} + 5 = 0 \quad \Big| \quad \log_{11}^4 t + \frac{14}{3\log_{11} t} + 5 = 0$

$3\log_{11}^5 x - 16 + 15\log_{11} x = 0 \quad \Big| \quad 3\log_{11}^5 t + 14 + 15\log_{11} t = 0$

$3(\log_{11}^5 x + \log_{11}^5 t) + 15\log_{11} xt - 2 = 0$



$AK^2 = KE\cdot KF$

$\frac{S_{ACD}}{S_{CFE}} = \frac{AD}{CE} = \frac{AD}{BD}\cdot\frac{BD}{CE}$

$\frac{BD}{CE} = \frac{BD}{CD}\cdot\frac{CD}{CE} = \frac{BD}{CD}\cdot$

$S_{CFE} = S_{CBD}\cdot\left(\frac{CE}{BD}\right)^2 \qquad 0{,}4\cdot\frac{1}{4}$

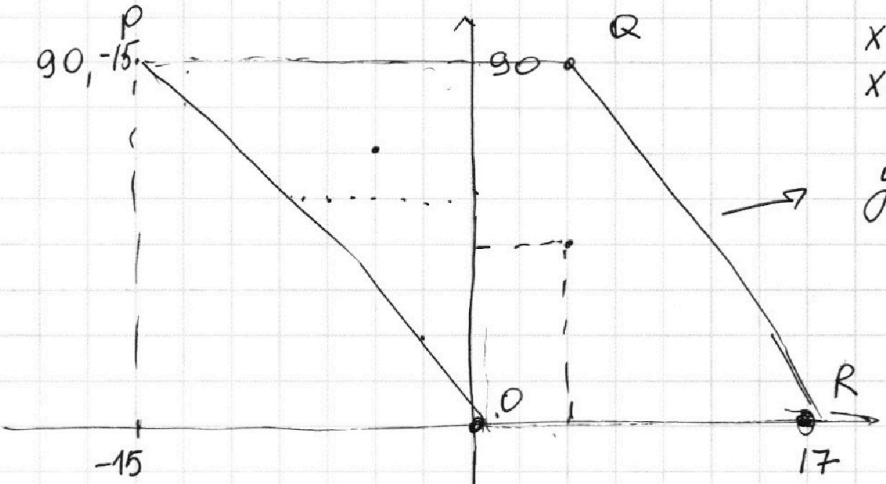
$\cancel{\left(\frac{BD}{CE}\right)^2 = \frac{5}{1}}$

$KE\cdot KF = KC^2 = AK^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$x_1 = 2 \quad y_1 = 90$
$x_2 = 17 \quad y_2 = 0.$

$y = -6x + 102$

$(6x_2 + y_2) - (6x_1 + y_1) = 48.$

$b = 0$
$-6k.$

$2k + b = 90$
$17k + b = 0$

$-12 + b = 90$
$b = 102$

$15k = -90$
$k = -6$

$a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$

$a^4 - a^3b - ab^3 + b^4 > 0.$

$a^3(a-b) - b^3(a-b)$
$(a^3 - b^3)(a-b)$
$(a-b)^2 \cdot (a^2 + b^2 - ab)$

$-a^4b$
a^3b^2
$-a^2b^3$
$+ab^4$

$f(x) = 3\log_{11}^5 x + 15\log_{11} x$

$3\log_{11} x\,(\log_{11}^4 x + 5) = 16$
$3\log_{11} t\,(\log_{11}^4 t + 5) = -16$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{121} - 5$

$\log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3\log_{11} x} - 5$

$\log_{11}^4 x - \frac{16}{\log_{11} x} + 5 = 0$

$\log_{11}^5 x - 16 + 5\log_{11} x = 0$

$\log_{11} x\left(\log_{11}^4 x + 5\right) - 16 = 0$

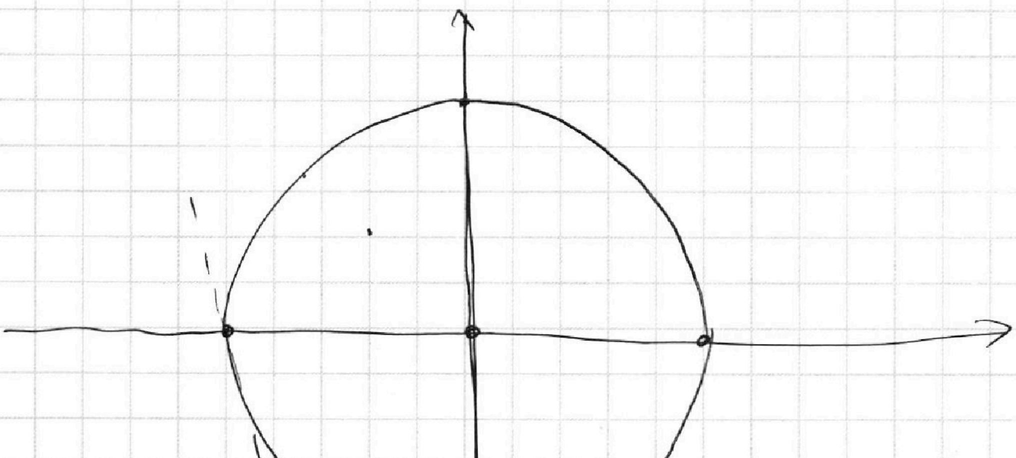
$\left(x^2 + (y+9)^2 - 4\right)$

Уравнение касательной

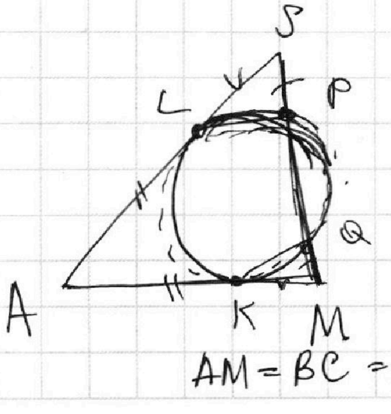
$g(x) = f(x_0)\cdot(x-x_0)f'(x_0)$

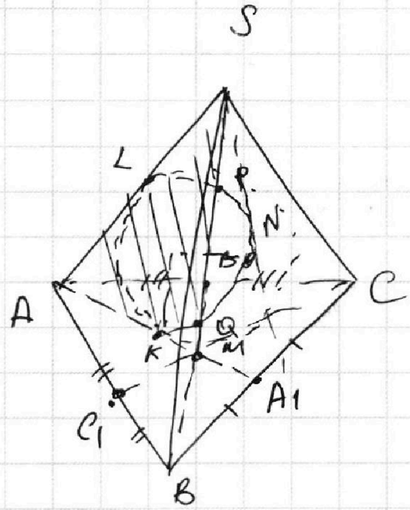
$y = -\frac{5}{6a} + \frac{b}{6ea}$

$g(x) =$



$SL^2 = SP\cdot SQ$





$AM = BC = 20$

$AA_1 = 30$