



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

✓

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .

✓

3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

✓

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-15; 90)$ ,  $Q(2; 90)$  и  $R(17; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .

✓

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .

а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .

б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \quad (1)$$

$$bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \quad (2)$$

$$ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \quad (3)$$

Пусть каждое из чисел  $a, b, c$  представлено в виде:

$$n = 2^{\alpha_n} \cdot 3^{\beta_n} \cdot 5^{\gamma_n}$$

(обозначим эти три числа простыми не входящими в разложение этих чисел, иначе они бы и сами не наименьшими)

$$a = 2^{\alpha_a} \cdot 3^{\beta_a} \cdot 5^{\gamma_a} \quad b = 2^{\alpha_b} \cdot 3^{\beta_b} \cdot 5^{\gamma_b} \quad c = 2^{\alpha_c} \cdot 3^{\beta_c} \cdot 5^{\gamma_c}$$

$$(1): \alpha_a + \alpha_b \geq 6 \quad \beta_a + \beta_b \geq 13 \quad \gamma_a + \gamma_b \geq 11$$

$$(2): \alpha_b + \alpha_c \geq 14 \quad \beta_b + \beta_c \geq 21 \quad \gamma_b + \gamma_c \geq 13$$

$$(3): \alpha_a + \alpha_c \geq 16 \quad \beta_a + \beta_c \geq 25 \quad \gamma_a + \gamma_c \geq 28$$

найдем  $\min(\alpha_a + \alpha_b + \alpha_c)$ ,  $\min(\beta_a + \beta_b + \beta_c)$ ,  $\min(\gamma_a + \gamma_b + \gamma_c)$

Складывая каждое из выражений (1), (2), (3) получаем следующие ограничения снизу:

$$2(\alpha_a + \alpha_b + \alpha_c) \geq 6 + 14 + 16 = 36 \Rightarrow \alpha_a + \alpha_b + \alpha_c \geq 18$$

$$2(\beta_a + \beta_b + \beta_c) \geq 13 + 21 + 25 = 59 \Rightarrow \beta_a + \beta_b + \beta_c \geq 29,5,$$

$$\text{ограник } \beta_a + \beta_b + \beta_c \in \mathbb{Z} \Rightarrow \beta_a + \beta_b + \beta_c \geq 30$$

$$2(\gamma_a + \gamma_b + \gamma_c) \geq 11 + 13 + 28 = 52 \Rightarrow \gamma_a + \gamma_b + \gamma_c \geq 26$$

Ответ:

$$\Rightarrow \min abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

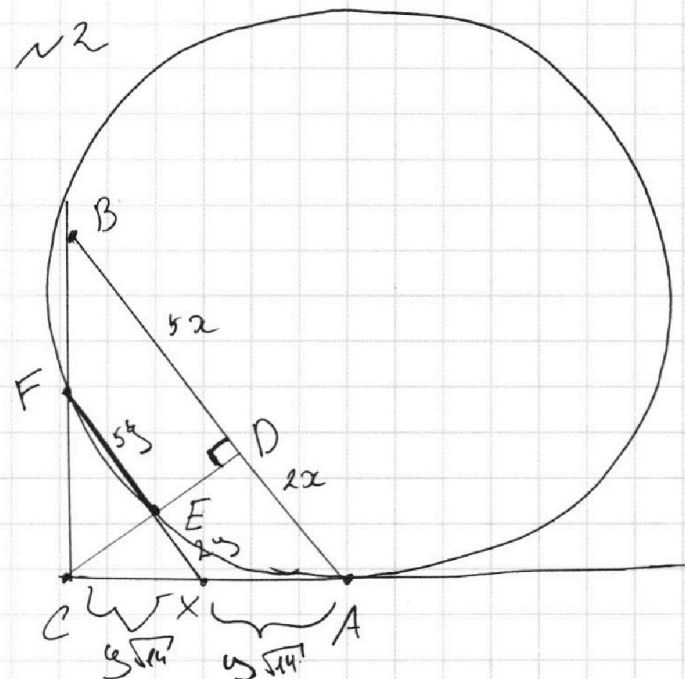
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AB:BD = 5:2 \Rightarrow$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{5x}{2x} = \frac{5}{2}$$

пусть  $AB = 5x$   
 $BD = 2x$   
 $DA = 2x$

$EF \parallel AB \Rightarrow$  преобразуем  $FX \rightarrow BA$ -подобные

$\triangle FXE \sim \triangle BDA \Rightarrow FE:EX = BD:DA$

пусть  $CA^2 + CB^2 = 49x^2$  (из п/п  $\triangle ABC$ )

$CA^2 - 4x^2 = CB^2 - 25x^2$  (приведение высот CD)

в п/п  $\triangle CDA$  и  $\triangle CDB$ )

$$CB^2 = CA^2 + 25x^2 \Rightarrow 2CA^2 = 28x^2 \Rightarrow CA^2 = 14x^2$$

аналогично в  $\triangle FXC$  из п/п  $\triangle FCE$  и  $\triangle BDA \Rightarrow CX = \sqrt{14}x$

по м. о. секущей и касательной  $XE \cdot EF = XA \Rightarrow$

$\triangle CFX \sim \triangle CBA$ ,  $k = \frac{1}{2} \Rightarrow XA = \sqrt{14}x \Rightarrow$

$$\triangle CFE \sim \triangle CBD \Rightarrow S_{CFE} = \frac{1}{4} S_{CBD}$$

$\triangle CDA$  и  $\triangle CBD$  одуше высота  $\Rightarrow$

$$\frac{S_{CBD}}{S_{CDA}} = \frac{BD}{DA} = \frac{2x}{2x} = 1 \Rightarrow S_{CBD} = S_{CDA}$$

$$\text{① } S_{CFE} = \frac{1}{4} \cdot S_{CBD} = \frac{1}{4} \cdot S_{CDA} = \frac{1}{8} S_{CDA} \Rightarrow \frac{S_{ACD}}{S_{CFE}} = \frac{8}{1}$$

Ответ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

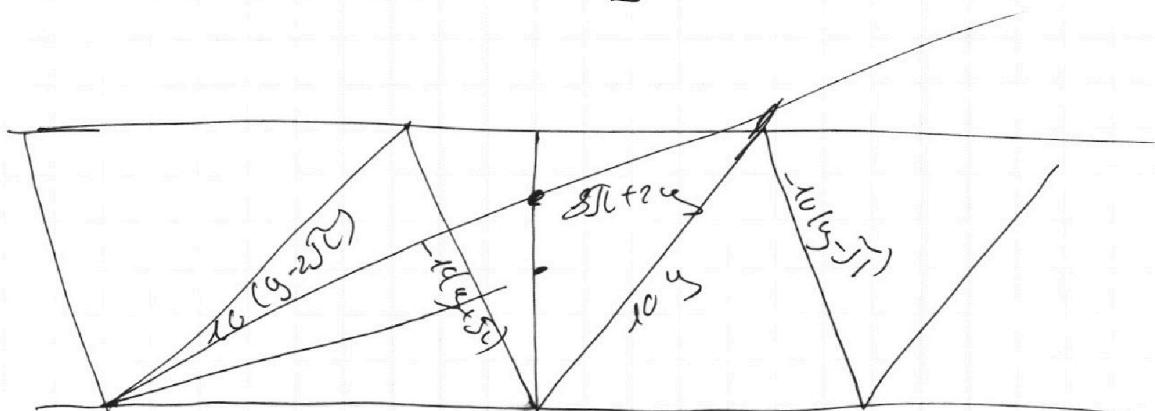


~3

$$10 \operatorname{arccos}(\sin x) = 8\sqrt{3} - 2x$$

$$10 \log \frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} - y$$

$$10 \operatorname{arccos}(\cos y) = 8\sqrt{3} + 2y$$



$$1) 8\sqrt{3} + 2y = 10y \Rightarrow y = \sqrt{3} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}\pi$$

$$2) 8\sqrt{3} + 2y = -10(y - \pi) \Rightarrow 12y = 2\pi \Rightarrow y = \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{3}$$

$$3) 8\sqrt{3} + 2y = 10(y + 2\sqrt{3}) \Rightarrow 8y = 16\sqrt{3} \Rightarrow y = 2\sqrt{3}$$

$$\tan y \cdot 8\sqrt{3} + 2y > \pi \Rightarrow \text{нет решений } y = \frac{4}{12}\pi = \frac{1}{3}\pi$$

$$4) 8\sqrt{3} + 2y = -10(y + \pi) \Rightarrow 12y = -10\pi \Rightarrow y = -\frac{5}{6}\pi, x = \frac{2}{3}\pi$$

$$5) 8\sqrt{3} + 2y = 10(y + 2\sqrt{3}) \Rightarrow 8y = 8\sqrt{3} - 20\sqrt{3} \Rightarrow y = -1,5\sqrt{3}, x = 2\pi$$

$$6) 8\sqrt{3} + 2y = -10(y + 3\sqrt{3}) \Rightarrow 12y = 22\sqrt{3}$$

$$12y = -38\sqrt{3} \Rightarrow y = -\frac{38}{12}\sqrt{3} = -\frac{19}{6}\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{19}{6}\pi = \frac{22}{6}\pi = \frac{11}{3}\pi$$

$$7) 8\sqrt{3} + 2y = 10(y + 4\sqrt{3}) \Rightarrow y = -4\sqrt{3}, x = 4,5\pi$$

Это последний случай, т.к.  $8\sqrt{3} + 2y$  уже обращается в 0, а решение существует только тогда, когда с пересекаются произойдут при  $y > -\frac{11}{6}\sqrt{3}$

Ответ:  $-\frac{1}{2}\pi, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, 2\pi, \frac{22}{6}\pi, 4,5\pi$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 6y + 4) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

при задании параметра  $a$ , мы выберем  $b$  сред  $a$   
вект. прямые с перпендикулярными тангенсами касания,  
и если мы найдем такую прямую, это она  
пересечет и (2) имеет 4 точки пересечения,  $\Rightarrow$   
подобный параметр  $a$  нам подходит

$$\begin{aligned} \text{в)}: 6ay &= b - 5x \Rightarrow y = \frac{b}{6a} - \frac{5}{6a}x \Rightarrow \\ -\frac{5}{6a} &= \text{tg угла наклона прямой при } a=c \rightarrow \text{прямая } \perp \text{ оси } OX \end{aligned}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+3)^2 = 4 \end{cases}$$

Крайние случаи касания касаются касания соответственно

случаю касание  $O$  в касательные окружности

внутреннее касание

угла  $\varphi$  (см рисунок)

в этом случае тангенс

$$\text{tg } \varphi = \frac{\sqrt{9-7^2}}{7^2} = \frac{\sqrt{32}}{7}$$

$$\Leftrightarrow \text{tg наклона} \in (-\infty; -\text{tg } \varphi) \cup (\text{tg } \varphi; +\infty)$$

$$-\frac{5}{6a} \in (-\infty; -\text{tg } \varphi) \cup (\text{tg } \varphi; +\infty)$$

$$\Rightarrow \frac{6a}{5} \in \left( \frac{1}{\text{tg } \varphi}; \frac{1}{\text{tg } \varphi} \right) \Rightarrow \text{положительная } \frac{1}{\text{tg } \varphi} = \frac{7}{\sqrt{32}} \text{ не подходит}$$

$$a \in \left( \frac{5}{6 \text{tg } \varphi}; \frac{5}{6 \text{tg } \varphi} \right)$$

$$a \in \left( -\frac{5}{6 \cdot \frac{7}{\sqrt{32}}}; \frac{5}{6 \cdot \frac{7}{\sqrt{32}}} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

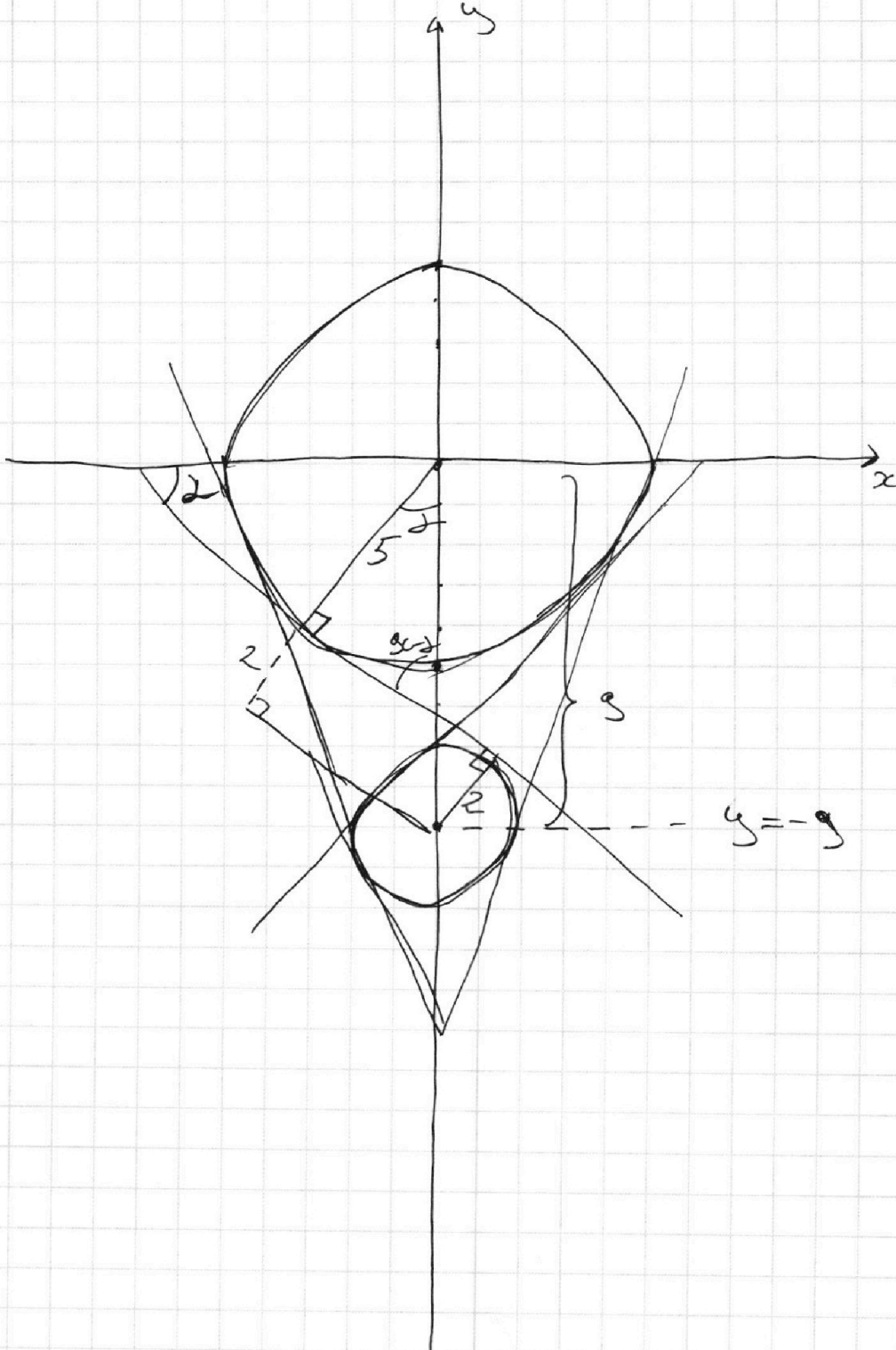
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

рисunek 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$n=5$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{23} \frac{1}{121} - 5 = -2 \log_{23} 11 \\ \log_{11}^4 \left(\frac{1}{23}\right) + \log_{\frac{1}{23}} 11 = \log_{\left(\frac{1}{23}\right)^3} (11^{-13}) - 5 = \end{cases}$$

$$-13 \log_{\left(\frac{1}{23}\right)^3} (11) - 5$$

$$x > 0 \quad \frac{1}{23} > 0 \quad x \neq 1 \quad y \neq 2 \quad \frac{1}{23} \neq 1$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x + 2 \log_{23} 11 = \log_{11}^4 \frac{1}{11} + \log_{\frac{1}{23}} \frac{1}{11} + 13 \log_{\frac{1}{23}} 11$$

пусть  $x = 11^a \quad \frac{1}{11} = 11^b$

$$a^4 - 6 \frac{1}{a} = -\frac{2}{3} \frac{1}{a} - 5$$

$$a^4 + \frac{2+16}{3} \frac{1}{a} = -5$$

$$b^4 + \frac{1}{b} = -\frac{13}{3} \frac{1}{b} - 5$$

$$b^4 + \frac{16}{3} = -5$$

$a \neq 0$  и  $b \neq 0$   
(привести к исходной форме)

$$\begin{cases} a^4 - \frac{16}{3} \frac{1}{a} = -5 \\ b^4 + \frac{16}{3} \frac{1}{b} = -5 \end{cases}$$

$$3a^5 - 16 = -15a$$

$$3a^5 - 16 = -15a$$

$$3b^5 + 16 = -15b$$

$$3a^5 + 15a = 16$$

$$3b^5 + 15b = -16 \Rightarrow$$

~~так~~ ф-ция монотонно растет  $\Rightarrow \exists!$  единственное

решение для  $a$  и  $b$ , которое можно увидеть по графику

$\Rightarrow \exists!$  произведение  $ab$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

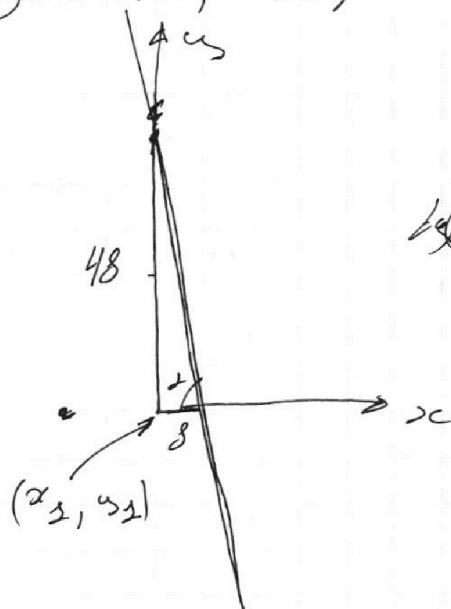
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пусть зафиксируем координаты  $x_1$  и  $y_1$  точки A  
изобразим ГМТ, т.е.  $6x_2 + 4y_2 = 48$



$$\angle_3 z = 6$$

$$\angle_3 z) \frac{30}{17} < 6$$

$\begin{matrix} y \\ \swarrow \\ x \end{matrix}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

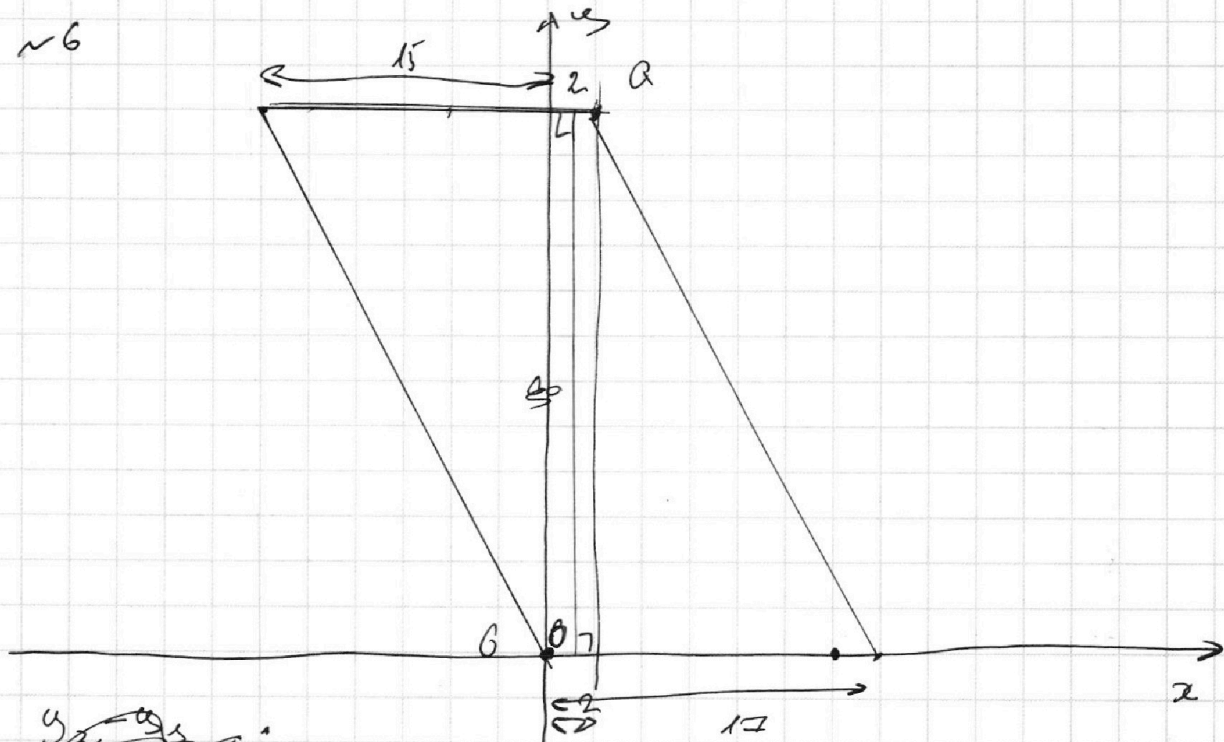
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~6



$y_2 - y_1 \equiv 0 \pmod{6}$ , т.к. иначе

повышится  $6x_2 - 6y_2 + y_2 - y_1$  нарушается, т.к.  $x_2 - x_1$  оказывается нецелым числом

На границе ~~окрестности~~, отличной от 17 есть точки

целые точки: ~~0, 0~~, O, P, Q, R, G

для каждой точки ~~на границе~~ внутри параллелограмма

считаем кол-во точек В, удовлетворяющих условию,

затем найдем сумму сумм по разделениям на 2, т.к.

каждая пара удовлетворяет условию (~~если~~ если m.A и

m.B) удовлетворяет условию, то и (m.B и m.A удовлетворяет)

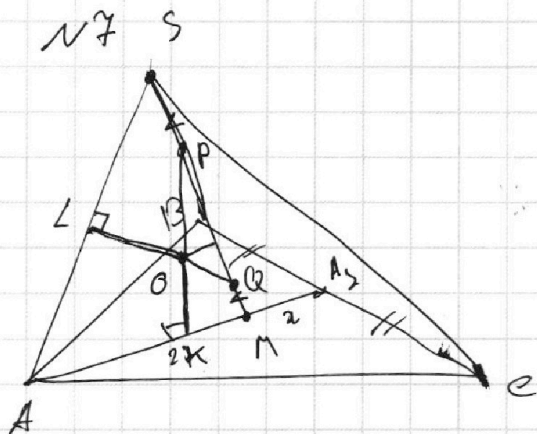
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

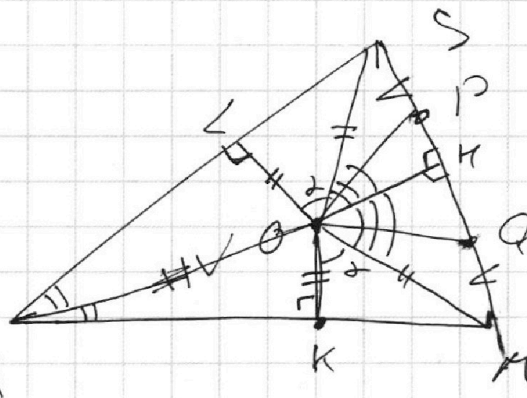
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



рассмотрим  $\triangle ASM$



$PC = QO$  по условию  $\Rightarrow$

$PH = HQ \Rightarrow SH = HM$

$PM = SP \Rightarrow SC = OM$

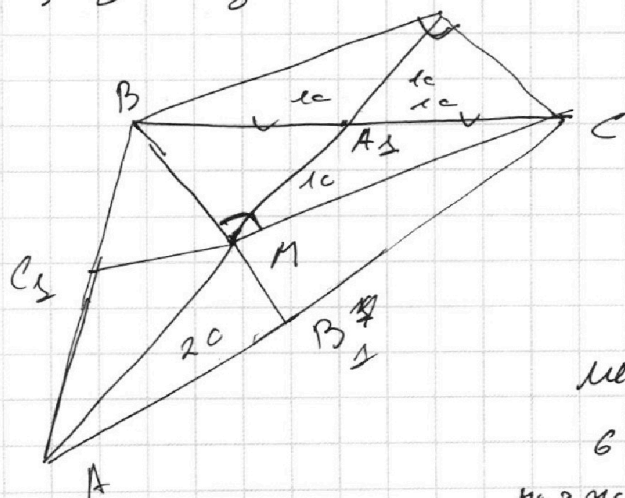
$\angle SAC = \angle KAC \Rightarrow \angle ACL = \angle ACK; \angle SCH = \angle MCM$  т.к.

$\triangle SCH = \triangle MCM \Rightarrow \angle SOL = \angle HOK \Rightarrow$   
 $OC = OL$   
 $MC = CS$

$\triangle ASM$  —  $\text{н/б} \Rightarrow AM = 20$

рассмотрим  $\triangle ABC$

медианы делятся точкой пересечения в отношении  $2/1$ ;  $2 \Rightarrow$



$BM = \frac{2}{3} BB_1$   
 $MA_1 = 10 \Rightarrow$

$BM = \frac{2}{3} BB_1$

$CM = \frac{2}{3} CC_1$

т.к.  $BC = 20, BA_1 = A_1C \Rightarrow$

$BA_1 = A_1C = \frac{BC}{2} = 10 \Rightarrow$

$\triangle BMC$  —  $\text{н/б}$

медианы делят медиану  $\triangle BMC$

в равных частях  $\Rightarrow$

на 2 части ( $\triangle BMC$ ) прилегающей  $\frac{1}{3}$  медианы

$\Rightarrow S_{BMC} = \frac{1}{3} S_{ABC} = 60$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



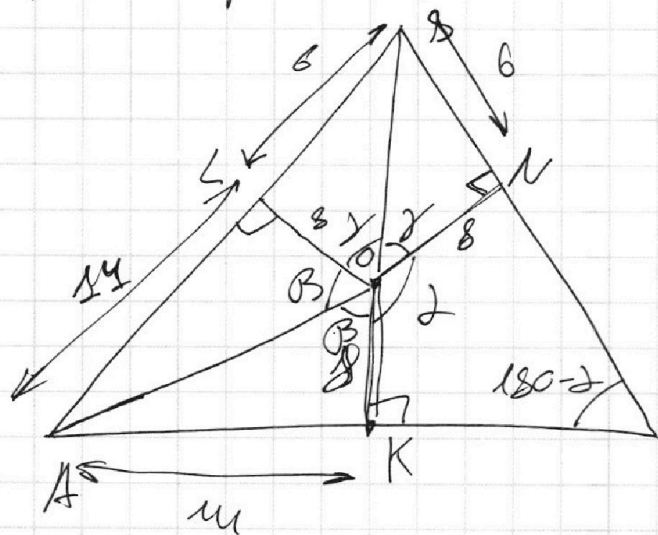
$$S_{\triangle B_1 B_2 C} = BM \cdot MC \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot BB_1 \cdot CC_1 \Rightarrow = 60$$

$$\Rightarrow BB_1 \cdot CC_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot 2 \cdot 60 = 9 \cdot 30 = 270$$

$$AA_1 = 3e \Rightarrow$$

$$1) AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 270 \cdot 3e = \underline{810e} \leftarrow \text{Ответ}$$

2) ~~Или~~ рассмотрим угол  $\angle A_1 A A_2$



$$\text{радиус } r = 8 \Rightarrow$$

$$CL = CN = CK$$

$$3r = 6 \Rightarrow$$

$$SL = 6 \quad (\text{касательные к окружности равны})$$

$$\Rightarrow LA = 20 - 6 = 14 = AK$$

$$\tan \beta = \frac{14}{8} = \frac{7}{4} \Rightarrow$$

$$\tan \gamma = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\alpha = 180^\circ - 2 \arctan \frac{3}{4} - 2 \arctan \frac{7}{4}$$

$\Rightarrow 180 - \alpha$  - острый угол, т.к.  $KL$  и  $ON$  - хорды

$$\Rightarrow \text{острый угол} = 180 - \alpha = 2(\arctan \frac{3}{4} + \arctan \frac{7}{4}) =$$

$$= \text{Ответ} = 2\left(\arctan \frac{3}{4} + \arctan \frac{7}{4}\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



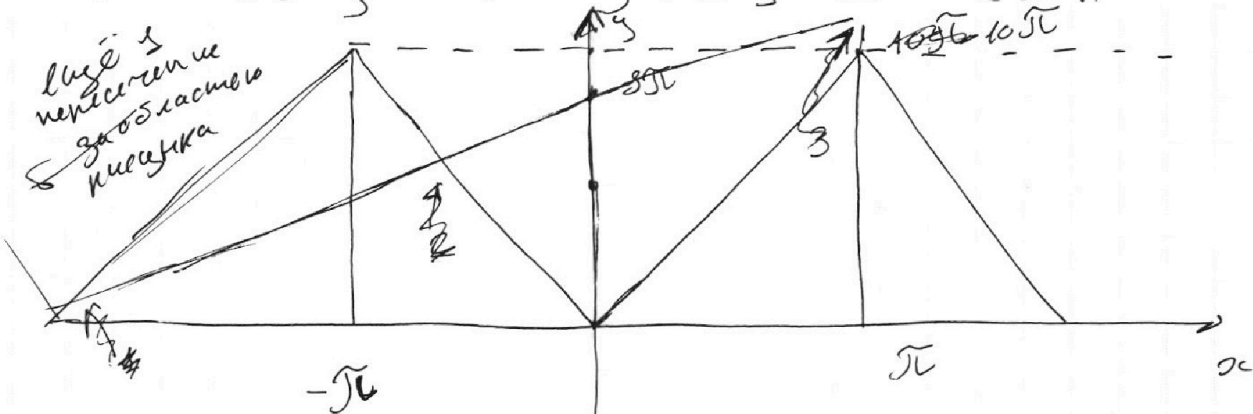
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~10~~

$$10 \arccos(\sin x) = 8\sqrt{2} - 2x \quad \text{выбираем } x = \frac{\pi}{2} - y, \text{ тогда}$$

$$10 \arccos(\cos y) = 8\sqrt{2} - \pi + 2y = 8\sqrt{2} + 2y \Rightarrow y = \sqrt{2}$$

~~$$10 \arccos(\cos y) = 8\sqrt{2} - y \Rightarrow \arccos(\cos y) = \frac{8\sqrt{2}}{10} \Rightarrow y = \frac{8\sqrt{2}}{10}$$~~



рассмотрим ~~на~~ ~~отрезке~~ некоторые случаи

$$10(y + \sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 2y$$

$$8\sqrt{2} = 8y = 8\sqrt{2} - 20\sqrt{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2} \cdot 2,5}{10} = -1,5\sqrt{2}$$

$$y = -1,5\sqrt{2} \Rightarrow x = 0,5\sqrt{2} - y = 2\sqrt{2} \quad 1)$$

---


$$10(y) = 8\sqrt{2} + 2y \Rightarrow y = \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad 2)$$

---


$$10(y + 4\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 2y$$

$$8\sqrt{2} = 8y = 8\sqrt{2} - 40\sqrt{2} \Rightarrow y = \sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -4\sqrt{2} \Rightarrow x = 4,5\sqrt{2}$$

---


$$10(y + 6\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 2y \Rightarrow 8y = 8\sqrt{2} - 60\sqrt{2} \Rightarrow y = \sqrt{2} - 7,5\sqrt{2} = -6,5\sqrt{2}$$

такие значения пересечения происходят и ~~и~~ при  $y < 0 \Rightarrow$  не рассматриваем

---


$$10(y - 2\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 2y \quad 8y = 18\sqrt{2} \quad y > 2\sqrt{2} \Rightarrow$$

$8\sqrt{2} + 2y > 10\sqrt{2} \Rightarrow$  этот случай не реализуется

Ответ:  $-\frac{\pi}{2}, 2\sqrt{2}, 4,5\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



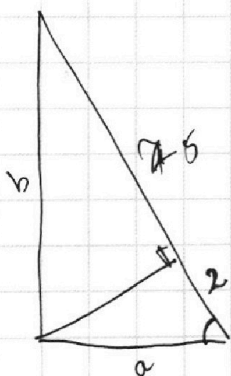
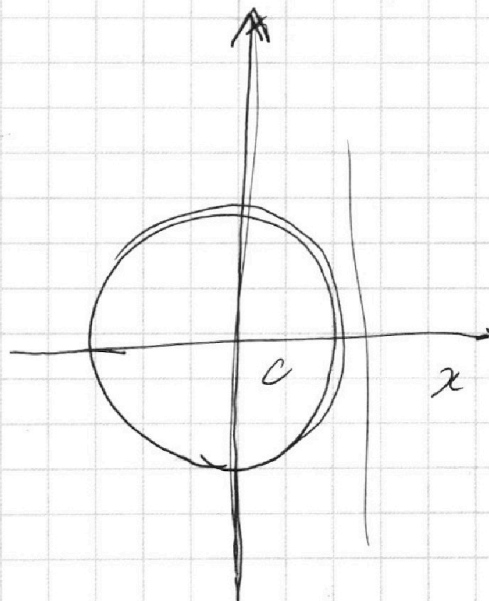
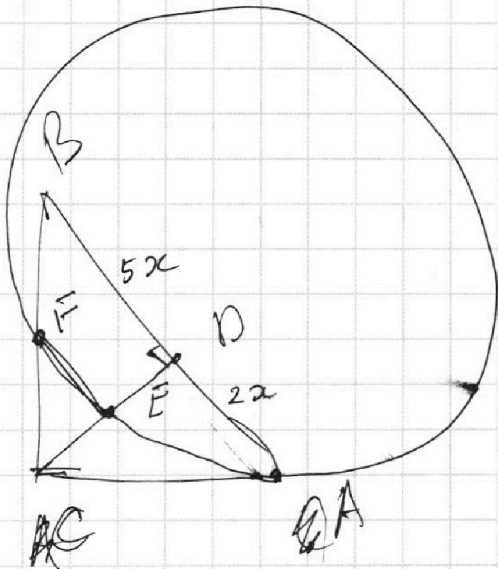
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



\* 7

$$AB : BD = 1,4$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$



$$a^2 + b^2 = 17^2$$

$$a - 24 = b - 25$$

$$6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$$

$$6x_2 + y_2 = 48 + 6x_1 + y_1$$

$$(y_2 - y_1) : 6$$

$$2x = 2x^2 + 18x + 77 =$$

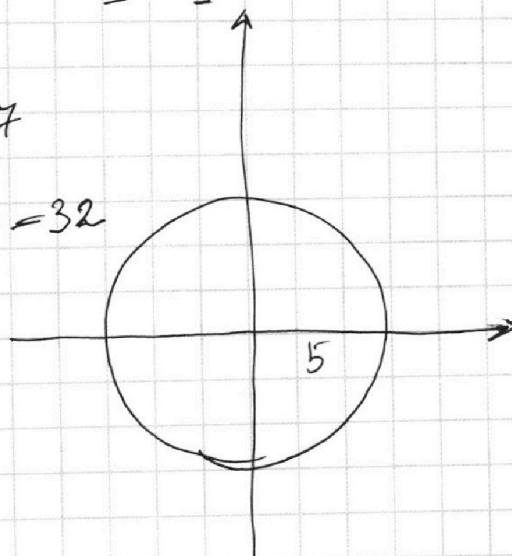
$$= x^2 + (x+9)^2 -$$

$$3x - 7x - 8x - 77 = 4$$

$$0,7$$

$$8x - 4x = 32$$

~~6x~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

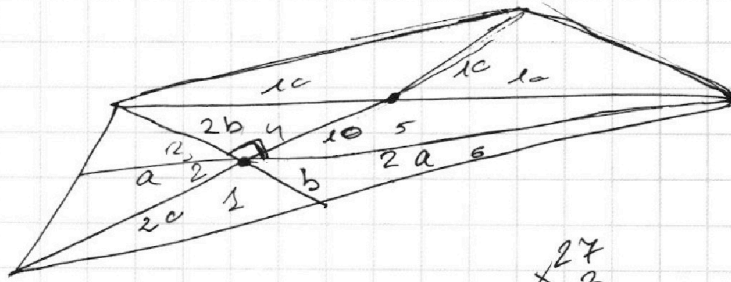
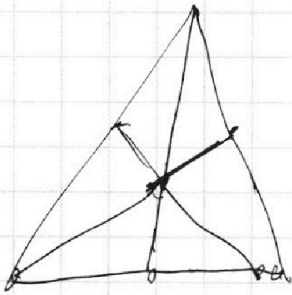
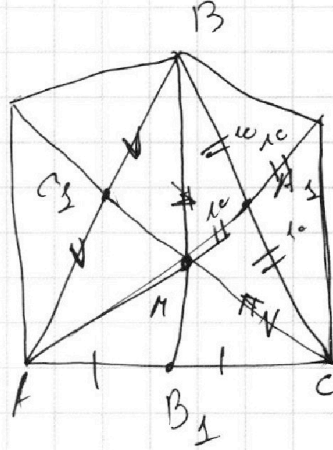
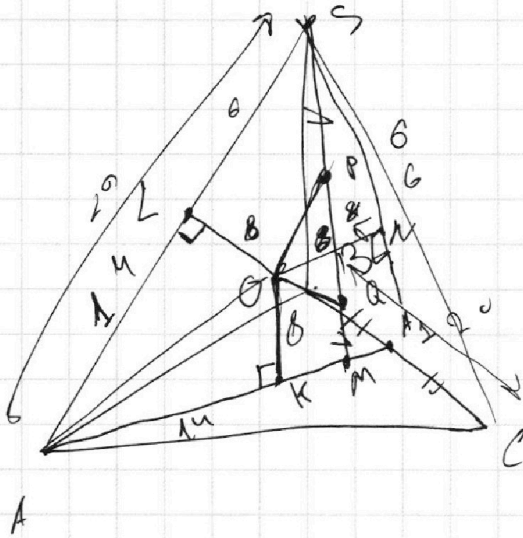
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 7



$$\begin{matrix} \times 27 \\ 3 \\ \hline 885 \end{matrix}$$

$$\frac{180}{6} = 30 \quad \text{и } \delta = \frac{3}{15}$$

